Master M2E2, Micro-systèmes Multiphysiques
TD/TP #1 : Déformations et modes avec Comsol Multiphysics

Vincent Laude

7 octobre 2015

1 Déformations d'une membrane mince

1.1 Description et modélisation

On veut modéliser une membrane mince de Si_3N_4 (nitrure de silicium). On trouve dans la littérature les données suivantes :

- Module d'Young, $E = 310$ GPa
- Coefficient de Poisson, $\nu = 0.27$
- Densité volumique, $\rho = 3290$ kg/m^3

On néglige les autres propriétés mécaniques ou thermiques (comme les coefficients d'expansion en température). La membrane est obtenue par dépôt sur un substrat de silicium, puis libération par gravure. On obtient une membrane de 200 μm par 100 μm par 1 μm (directions x, y, puis z).

On essaie d'estimer la déformation de la membrane sous son propre poids (accélération de la pesanteur, $g = 9.81$ N/kg), en fonction de son ancrage au cadre qui la soutient. Quelle est la force par unité de volume (en N/m^3) qu'exerce la pesanteur?

1.2 Membrane encadrée

On suppose que la membrane est tenue sur ses 4 côtés. Visualiser sa déformation. Quelle est la flèche maximale et en quel point ?

Indications :

- Choisir le mode *3D: Structural Mechanics, Solid Stress-Strain, Static analysis.*
- Dessiner la membrane.
- Essayer de la mailler avec peu d'éléments pour commencer.
- Affecter les constantes matériaux.
- Définir les conditions aux limites (ancrer 4 faces).

- Résoudre le problème puis post-traiter les résultats.

Sommes nous en régime de faibles déformations ? Le résultat numérique vous surprend t-il ?

[NB : Dans la réalité, la membrane réalisée par dépôt comporte des contraintes internes statiques importantes, que nous négligeons ici.]

2 Corde de guitare

L'équation des cordes vibrantes est

$$T\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{1}$$

avec μ la masse par unité de longueur et T la tension (une force, en Newton). Cette équation est une équation d'onde à une dimension. La vitesse des ondes est $v = \sqrt{T/\mu}$.

Soit une corde de section carrée de longueur $L = 1$ m, de coté 1 mm. On donne $\mu = 3$ g/m et $T = 100$ N. La corde est fixée à ses 2 extrémités.

1. Modéliser le problème en 3D, PDE mode, Wave equation. Mettre la grande longueur suivant x. Trouver les valeurs propres (avec le solveur "eigenvalue"), en déduire les 8 premières fréquences propres et en faire un tableau.

2. Les fréquences propres suivent-elles la loi classique des harmoniques $f_n = n\frac{v}{2L}$?

3. Produire une animation montrant une période du troisième mode (avec u en échelle de couleur et en déformant le maillage suivant u dans la direction z). Inclure une image de la séquence dans le compte-rendu.

4. Répondre en quelques lignes à la question suivante : est-il surprenant qu'on puisse modéliser une équation à une dimension avec un maillage 3D ?

3 Modes d'une tige rigide

On se pose la question de savoir si les résultats précédents peuvent être retrouvés avec un modèle 3D d'une poutre très allongée fixée à ses deux extrémités. On prend les constantes matériau de l'acier (le matériau dont est fait la corde) et les mêmes dimensions.

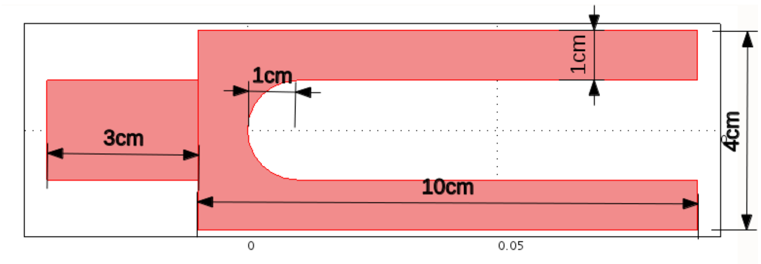
1. Modéliser le problème en 3D, mode Structural Mechanics, Strain-stress, Eigenfrequency analysis. Trouver les 8 premières fréquences propres et en faire un tableau.

2. Les fréquences propres suivent-elles la loi classique $f_n = n\frac{v}{2L}$ où v serait une certaine vitesse ? Pourquoi ? [Indication : pour obtenir l'équation (1) on doit faire l'hypothèse d'une corde infiniment mince, de rigidité nulle et sous tension ; est-ce le cas du modèle des solides élastiques ?]

3. Produire une animation montrant une période du troisième mode (avec déformation totale en échelle de couleur et avec déformation physique du maillage en 3D). Inclure une image de la séquence dans le compte-rendu.

4 Diapason

On veut étudier le principe de fonctionnement du diapason utilisé en musique pour définir une note pure, donc une fréquence de vibration pure. Le diapason est en acier. Son schéma est représenté par la figure suivante dans le plan (x, y). Il est épais de 3 mm suivant z.



1. Modéliser le problème en 3D, mode Structural Mechanics, Strain-stress, Eigenfrequency analysis. Dans le menu Draw, sélectionner "Work Plane Settings..." pour dessiner le diapason dans le plan (x, y). Puis extruder suivant z pour produire le modèle solide 3D. Mailler et joindre une image du maillage au compte-rendu.

2. Laisser toutes les faces libres et chercher les 20 premières valeurs propres. Décrire les 6 premiers modes de vibration et expliquer pourquoi on ne doit pas les considérer.

3. Pour exciter le diapason, on tient sa base entre les doigts et on imprime un choc sur un des vibrateurs. Les doigts représentent un matériau amortissant pour les vibrations. Quels sont les modes qui ne seront pas ou peu amortis de cette façon ? Relever leurs fréquences et inclure leurs représentations au compte-rendu.

4. Produire une animation montrant une période du mode fondamental (non amorti) du diapason (avec déformation totale en échelle de couleur et avec déformation physique du maillage en 3D). Discuter le fonctionnement du diapason en tant que source sonore quand ce mode fondamental est excité. EN particulier, le son généré peut-il porter au loin ?

5. Question subsidiaire pour approfondir : Pour enlever les 6 premiers modes, on fixe le diapason par sa base (en bloquant la face inférieure). Observer l'apparition de nouveaux modes de vibration ; décrire leurs symétries. Discuter physiquement la question suivante : est-ce une bonne idée de fixer ainsi le diapason ?