

# SPIM

## Thèse de Doctorat

UFC

école doctorale sciences pour l'ingénieur et microtechniques  
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

Pour obtenir le

**GRADE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE  
FRANCHE-COMTÉ**

**Spécialité Sciences pour l'Ingénieur**

**DÉMONSTRATION OPTO-ÉLECTRONIQUE DU  
CONCEPT DE CALCULATEUR NEUROMORPHIQUE  
PAR RESERVOIR COMPUTING**

Présentée par

**Romain MARTINENGHI**

**Soutenue le 16 Décembre 2013 devant la commission d'examen :**

<b>Président</b>	H. MAILLOTTE	Directeur de Recherche - Université de Franche-Comté
<b>Rapporteurs</b>	L. PESQUERA S. GRASSI	Professeur - Université de Cantabria Collaboratrice scientifique - IMT/EPFL
<b>Examineurs</b>	L. LARGER M. JACQUOT Y. CHEMBO P. RAYMOND D. QUERLIOZ M. PAINDAVOINE	Professeur - Université de Franche-Comté Maître de Conférence - Université de Franche-Comté Chargé de Recherche CNRS - Université de Franche-Comté Professeur - ELSI Chargé de Recherche CNRS - Université de Paris Sud Professeur - Université de Bourgogne



# Remerciements

*Ces travaux de recherche effectués durant ces trois années au département d’Optique P-M. Duffieux, de l’institut de recherche FEMTO-ST à Besançon, ont été possible grâce à l’ensemble des personnes qui ont su me conseiller et m’aider tout au long de ce projet. A présent, mon doctorat s’achève et il est temps pour moi d’adresser quelques remerciements aux collègues, aux amis et aux membres de ma famille qui m’ont permis d’avancer jusqu’ici.*

*Je tiens à remercier Hervé Maillotte, directeur du département d’Optique, pour m’avoir accueilli dans ses locaux durant ses trois années et également le professeur John M. Dudley, directeur de l’équipe Opto-électronique (OPTO) dans laquelle j’ai eu un grand plaisir à travailler. Je remercie Laurent Larger qui a encadré ce travail. Il a su se montrer disponible malgré un emploi du temps parfois bien rempli. Je le remercie particulièrement pour son soutien mais également pour toutes les connaissances qu’il m’a transmis durant ce doctorat. Je ne peux m’arrêter ici sans remercier Maxime Jacquot et Yanne K. Chembo qui ont toujours été de très bons conseils mais également pour leur écoute, leur disponibilité et leur savoir.*

*Je remercie l’ensemble du jury, et plus particulièrement M. Luis Pesquera et Mme. Sara Grassi qui ont acceptés d’être rapporteurs de ce travail.*

*D’une manière générale, je souhaite remercier l’ensemble du département d’Optique et plus particulièrement mes collègues (et désormais amis) Jean-marc Merolla, Luca Furfaro, Remo Giust, Valérie Fauvez, Belinda Lafon, Sarah Djaouti (et bien d’autres encore) qui ont participés étroitement à ce doctorat.*

*Ces trois années auront été pour moi une aventure pour plusieurs raisons. Outre mes travaux de recherche, j’ai également eu l’occasion de voir naître durant mon doctorat (le 29 Juin 2012) mes deux enfants Elio et Maëlie, à qui j’adresse aujourd’hui une grande pensée. Je les remercie de m’avoir “distrain”, après de longue journée de travail et de rédaction, à grand coup de hochets et de jouets divers. Dans cette continuité, je souhaite remercier ma compagne Amélie Lambert qui a*

*fait en sorte que mes travaux de recherche se terminent au mieux. Merci également à ma famille qui m'a soutenu dans mes projets.*

*Merci à mes colocataires de bureau : Jacques, Antonio, Batiste, JP, Ludo, Antoine, Thomas, Benjamin, Remi, Ismael, Joé, Birgit, PAM, Amaury, Irina, Mischa, Clement et Éric qui ont participé à l'ambiance amicale (et plus encore) de cette équipe.*

*Merci encore à tous ceux qui ont participé de près ou de loin à l'aboutissement de ces travaux.*

*Romain*

# Avant-propos

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire ont été réalisés dans le cadre du projet européen PHOCUS (*towards a PHOtonic liquid state machine based on delay-CoUpled Systems*) financé par le septième programme-cadre (7e PC) [1, 2] à hauteur de 1.81 millions d’euros dans le domaine des technologies futures et émergentes. Ce projet réunit 7 équipes de 4 nationalités différentes ayant pour spécialités la photonique, les neurosciences, les dynamiques non-linéaires, les systèmes complexes et les systèmes électroniques :



- Universitat de les Illes Balears (UIB – Espagne),
- Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC – Espagne),
- Frankfurt Institute for Advanced Studies (FIAS – Allemagne),
- Université de Franche-Comté (UFC – France),
- Universidad de Cantabria (UC – Espagne),
- Potsdam Institut fuer Klimafolgenforschung (PIFK – Allemagne),
- Vrije Universiteit Brussels (VUB – Belgique).

Le projet ambitieux porté par l’ensemble des scientifiques du consortium PHOCUS consiste en l’étude et la mise en œuvre physique d’un nouveau principe de traitement de l’information, en photonique et électronique, appelé *Reservoir Computing* (RC), alliant comme principales caractéristiques le traitement polyvalent et en temps réel des signaux. Nos travaux communs ont permis de relever ce défi. Lancé en Janvier 2010, pour une durée de 3 ans, le projet PHOCUS fut un succès salué par la commission européenne en charge du suivi du projet. Après avoir approfondi notre vision théorique sur les RC, nous avons construit puis validé expérimentalement plusieurs prototypes, nous amenant à l’état de l’art sur des tests de calcul standards.

# Liste des abréviations

Par soucis de compréhension, la signification d'une abréviation ou d'un acronyme, n'est expliquée qu'à sa première apparition dans le texte du manuscrit. Par ailleurs, puisque nous utilisons généralement l'abréviation la plus usuelle, il est fréquent que ce soit le terme anglais qui soit employé.

## A

**AP** : *Approximation Property*.

## B

**BP** : Bande Passante.

**BPDC** : *BackPropagation DeCorrelation*.

## C

**CAG** : Contrôleur Automatique de Gain.

**CAN** : Convertisseur Analogique Numérique (ADC).

**CNA** : Convertisseur Numérique Analogique (DAC).

**CNRS** : Centre National de la Recherche Scientifique.

## D

**DBR** : *Distributed Bragg Reflector*.

**DFB** : *Distributed Feedback Lasers*.

**DNL** : Dynamique Non-Linéaire.

**DSP** : *Digital Signal Processor*.

## E

**ESN** : *Echo State Networks*.  
**EDO** : *Équation Différentielle Ordinaire*.  
**EDR** : *Équation Différentielle à Retard*.  
**ESP** : *Echo State Property*.

## F

**FA** : *Fonction d'Activation*.  
**FB** : *FeedBack*.  
**FIR** : *Finite Impulse Response*.  
**FP** : *Fading-memory Property*.  
**FT** : *Fonction de Transfert*.  
**FEMTO-ST** : *Franche-Comté Électronique Mécanique Thermique Optique – Sciences Technologies*.  
**FIFO** : *First In First Out*.  
**FPGA** : *Field Programmable Gate Array*.

## G

**GBF** : *Générateur Basse Fréquence*.

## I

**IFISC** : *Instituto de Fisica Interdisciplinar y Sistemas Complejos*.

## J

**J-TAG** : *Joint Test Action Group*.

## L

**LPE** : *Lyon Passive Ear*.  
**LSM** : *Liquid State Machine*.

## M

**MFCC** : *Mell-Frequency Cepstral Coefficient.*

**MIT** : *Massachusetts Institute of Technology.*

**MSF** : *Mell Scale Filter.*

**MZ** : *Mach-Zehnder.*

## N

**NARMA** : *Nonlinear AutoRegressive Moving Average.*

**NRMSE** : *Normalized Root Mean Square Error.*

**NTC** : *Nonlinear Transient Computing.*

## P

**PHOCUS** : *towards a PHOtonic liquid state machine based on delay-CoUpled Systems.*

## R

**RAM** : *Random Access Memory.*

**RC** : *Reservoir Computing.*

**RF** : *Radio-Fréquence (électrodes RF).*

**RISC** : *Reduced instruction set computer.*

**RNA** : *Réseaux de Neurones Artificiels.*

**RNN** : *Recurrent Neural Network.*

**RS-232** : *Recommanded Standard 232.*

## S

**SP** : *Separation Property.*

**SRAM** : *Static Random Access Memory.*

## T

**TF** : *Transformée de Fourier.*

**TTL** : *Transistor-Transistor Logic.*

## U

**UFC** : Université de Franche-Comté.  
**UIB** : *Universitat de les Illes Balears*.  
**UMR** : Unité Mixte de Recherche.  
**USB** : *Universal Serial Bus*.

## V

**VHDL** : *VHSIC Hardware Description Language*.  
**VHSIC** : *Very High Speed Integrated Circuit*.

## W

**WER** : *Word Error Rate*.

# Notations mathématiques et physiques

Nous présentons ici un récapitulatif des notations mathématiques et physiques, dans l'ordre chronologique d'apparition dans ce manuscrit.

## Chapitre 1 : État de l'art

- $u_k$  : Entrée neurone formel (modèle McCulloch-Pitts).
- $w_k$  : Poids synaptique neurone formel (modèle McCulloch-Pitts).
- $w_{AB}$  : Poids synaptique neurone formel (règle de Hebb).
- $\eta$  : Coefficient d'apprentissage (règle de Hebb).
- $y_A(t), x_B(t)$  : Sorties des neurones A et B (règle de Hebb).
- $\mathbf{W}^I, \mathbf{W}^D, \mathbf{W}^R$  et  $\mathbf{W}^{FB}$  : Matrice de connectivité des *reservoir computing* (RC).
- $\mathbf{u}(n)$  : Information d'entrée du RC.
- $w_{jk}^I$  : Élément  $jk$  de la matrice de connectivité  $\mathbf{W}^I$ .
- $u_k(n)$  : Élément  $k$  du vecteur  $\mathbf{u}(n)$ .
- $\mathbf{x}(n)$  : État interne du RC.
- $w_{mj}^D$  : Élément  $mj$  de la matrice de connectivité  $\mathbf{W}^D$ .
- $x_j(n)$  : Élément  $j$  du vecteur  $\mathbf{x}(n)$ .
- $\mathbf{y}(n)$  : Information de sortie du RC.
- $x(t), y(t), z(t)$  : Variable dynamique continue.
- $x_n, y_n, z_n$  : Variable dynamique discrète.
- $\beta$  : Gain de boucle oscillateur chaotique (modèle d'Ikeda).
- $\phi_0$  : Offset de phase oscillateur chaotique (modèle d'Ikeda).
- $\tau_D$  : Retard temporel (modèle d'Ikeda et Mackey-Glass) [s].
- $\tau$  : Constante de temps filtre passe-bas [s].
- $\Omega$  : Entropie.
- $\rho(P)$  : Probabilité de présence en un point P de l'espace des phases.
- $\Lambda$  : Exposant de Lyapunov.
- $\sigma, \rho$  et  $\zeta$  : Paramètres du modèle météorologique d'E. Lorenz.
- $\xi, \Theta$  et  $\chi$  : Paramètres du modèle d'O. Rössler.

$C_1$  et  $C_2$  : Condensateurs [F].  
 $L$  : Inductance [H].  
 $R$  : Résistance [ $\Omega$ ].  
 $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  : Différences de potentiels [V] présentes aux bornes de  $C_1$  et  $C_2$ .  
 $i_L(t)$  : Courant électrique [A] traversant  $L$ .  
 $g(u_1)$  : Conductance non-linéaire de la diode de Chua [ $g \equiv \Omega^{-1}$ ].  
 $a$  : Facteur de couplage (modèle de Mackey-Glass).  
 $b$  : Coefficient de non-linéarité (modèle de Mackey-Glass).  
 $\Delta$  : Variation d'indice de réfraction.  
 $n_2$  : Coefficients non-linéaires du tenseur électro-optique.  
 $h(t)$  : Réponse impulsionnelle.  
 $H(\omega)$  : Fonction de transfert.  
 $X(\omega)$  et  $Y(\omega)$  : Variable  $x(t)$  et  $y(t)$  dans l'espace de Fourier.  
 $\omega_0$  : Pulsation de coupure d'un filtre [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ].

## Chapitre 2 : Théorie et modélisation

$\mathbf{u}(n)$  : Information d'entrée du RC.  
 $u_k(n)$  : Élément  $k$  du vecteur  $\mathbf{u}(n)$  .  
 $N$  : Nombre de nœuds virtuels dans un retard  $\tau_D$ .  
 $\mathbf{W}^I$ ,  $\mathbf{W}^D$ ,  $\mathbf{W}^R$  et  $\mathbf{W}^{FB}$  : Matrice de connectivité des *reservoir computing* (RC).  
 $w_{kj}^I$  : Élément de la matrice de connectivité  $\mathbf{W}^I$  .  
 $w_{mj}^D$  : Élément de la matrice de connectivité  $\mathbf{W}^D$  .  
 $\mathbf{x}(n)$  : État interne du RC.  
 $\mathbb{I}_N$  : Matrice Identité.  
 $x_j(n)$  : Élément  $j$  du vecteur  $\mathbf{x}(n)$  .  
 $\mathbf{y}(n)$  : Information de sortie du RC.  
 $w_k^D$  : Poids synaptiques des retards multiples.  
 $W_{opt}^R$  : Matrice optimisée (post-traitement).  
 $\lambda$  : Paramètre de régression linéaire (post-processing).  
 $\tau_D$  : Retard temporel total [s].  
 $\beta$  : Gain de la fonction non-linéaire.  
 $\phi_0$  : Offset de phase de la dynamique non-linéaire à retard.  
 $h(t)$  : Réponse impulsionnelle des modules de filtrage.  
 $\tau$  : Constante de temps du filtre passe-bas [s].  
 $\theta$  : Constante de temps du filtre passe-haut [s].  
 $\gamma$  : Facteur d'échelle du signal d'entrée  $I(t)$ .  
 $\delta\tau$  : Retard élémentaire entre deux nœuds virtuels [s].  
 $\nu$  : Masque pour l'adressage des nœuds virtuels.  
 $I_{actif}$  : Courant contrôlant la puissance optique de la diode laser DBR [A].

$I_{DBR}$  : Courant contrôlant la longueur d'onde de la diode laser DBR [A].  
 $\lambda$  : Longueur d'onde [m].  
 $\lambda_0$  : Longueur d'onde centrale de la diode laser DBR [m].  
 $S_\lambda$  : Sensibilité des plages d'accordabilitées de la diode laser DBR [ $\text{nm} \cdot \text{mA}^{-1}$ ].  
 $P_0$  : Puissance optique en sortie de la diode laser [W].  
 $P$  : Puissance optique [W].  
 $n$  : Indice optique de réfraction.  
 $\Delta$  : Différence d'indice d'optique  $n$ .  
 $\mathbf{k}$  : Vecteur d'onde.  
 $k$  : Module du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ .  
 $\mathbf{E}(t)$  : Champ électrique [ $V \cdot m^{-1}$ ].  
 $\mathbf{E}_e(t)$  : Champ électrique d'entrée du modulateur MZ.  
 $\mathbf{E}_0(t)$  : Champ électrique d'origine.  
 $I_{ph}$  : Photo-courant en sortie de diode laser [A].  
 $R$  : Impédance [ $\Omega$ ].  
 $u(t)$  : Signal filtré [V].  
 $v(t)$  : Signal retardé [V].  
 $\alpha$  : Gain (conversion tension/courant).  
 $I_0$  : Intensité lumineuse d'origine.  
 $I_s$  : Intensité lumineuse de sortie.  
 $V_{DC}$  : Différence de potentiel appliquée sur les électrodes DC du modulateur MZ [V].  
 $V_{RF}, e(t)$  : Différence de potentiel appliquée sur les électrodes RF du modulateur MZ [V].  
 $V_{\pi DC}$  : Différence de potentiel appliquée sur les électrodes DC du modulateur MZ pour scanner une période de l'ensemble des points de fonctionnement  $\phi_0$  [V].  
 $V_{\pi RF}$  : Différence de potentiel appliquée sur les électrodes RF du modulateur MZ pour scanner une période de la non-linéarité [V].  
 $G$  : Gain.  
 $H(\omega)$  : Fonction de transfert.  
 $X(\omega)$  et  $Y(\omega)$  : Variable  $x(t)$  et  $y(t)$  dans l'espace de Fourier.  
 $\omega$  : Pulsation [ $\text{rad} \cdot s^{-1}$ ].  
 $\varphi(\omega)$  : Phase [rad].  
 $\epsilon_n$  : Séquence d'entrée du test de prédiction NARMA.  
 $\alpha_n$  : Séquence de sortie (prédite) du test de prédiction NARMA.  
 $m$  : Nombre d'itérations dans le calcul de NRMSE (test NARMA).  
 $\sigma^2$  : Variance dans le calcul de NRMSA (test NARMA).  
 $B$  : Matrice représentant les solutions exactes (phase d'entraînement et d'apprentissage).  
 $M_c$  : Cochléogramme.

$C_f$  : Nombre de canaux en fréquence imposé par le modèle LPE.  
 $M_x$  : Matrice des amplitudes des nœuds virtuels présents dans le retard  $\tau_D$ .  
 $P$  : Nombre de chiffres prononcés dans la base de données TI46.

### Chapitre 3 : Démonstrateurs et résultats expérimentaux

$f_c$  : Fréquence de coupure [Hz].  
 $f_e$  : Fréquence d'échantillonnage [Hz].  
 $f_{max}$  : Fréquence maximale contenue dans un spectre donné [Hz].  
 $f_{FIFO}$  : Signal TTL synchronisant les mémoires FIFO [Hz].  
 $\tau_D$  : Retard temporel total [s].  
 $p$  : Nombre de cases mémoires dans une mémoire FIFO.  
 $N$  : Nombre de nœuds virtuels (mémoires FIFO) dans un retard  $\tau_D$ .  
 $\delta\tau$  : Retard élémentaire entre deux nœuds virtuels [s].  
 $\delta(t)$  : Distribution de Dirac.  
 $P_{dt}(t)$  : Fonction porte de largeur  $dt$ .  
 $FIR(t)$  : *Finite Impulse Response*.  
 $w_k^D$  : Poids synaptiques des retards multiples avec  $k$  allant de 1 à  $N$ .  
 $P(\lambda)$  : Puissance optique en fonction de la longueur d'onde [W].  
 $\delta\lambda$  : Variation de longueur d'onde (diode laser DBR) [m].  
 $S_\lambda$  : Sensibilité des plages d'accordabilités de la diode laser DBR [ $\text{nm} \cdot \text{mA}^{-1}$ ].  
 $V_{DC}$  : Différence de potentiel appliquée sur les électrodes DC du modulateur MZ [V].  
 $V_{RF}, e(t)$  : Différence de potentiel appliquée sur les électrodes RF du modulateur MZ [V].  
 $V_{\pi DC}$  : Différence de potentiel appliquée sur les électrodes DC du modulateur MZ pour scanner une période de l'ensemble des points de fonctionnement  $\phi_0$  [V].  
 $V_{\pi RF}$  : Différence de potentiel appliquée sur les électrodes RF du modulateur MZ pour scanner une période de la non-linéarité [V].  
 $m$  : Coefficient d'amortissement du filtre de second ordre.  
 $R, R_1, R_2, R_3$  : Résistances utilisées pour la conception des filtres [ $\Omega$ ].  
 $C$  : Condensateurs utilisés pour la conception des filtres [F].  
 $G$  : Gain en tension des filtres actifs.  
 $h(t)$  : Réponse impulsionnelle des modules de filtrage.  
 $\tau$  : Constante de temps du filtre passe-bas [s].  
 $\theta$  : Constante de temps du filtre passe-haut [s].  
 $I(t)$  : Information d'entrée du système RC.  
 $\gamma$  : facteur d'échelle du signal d'entrée  $I(t)$ .  
 $\nu$  : Masque pour l'adressage des nœuds virtuels.  
 $\epsilon_n$  : Séquence d'entrée du test de prédiction NARMA.

$\alpha_n$  : Séquence de sortie (prédite) du test de prédiction NARMA.  
 $D$  : Débit du générateur d'onde arbitraire [ $S \cdot s^{-1}$ ].  
 $\beta$  : Gain de la fonction non linéaire.  
 $\phi_0$  : Offset de phase de la dynamique non linéaire à retard.  
 $I_{actif}$  : Courant contrôlant la puissance optique de la diode laser DBR [A].  
 $I_{DBR}$  : Courant contrôlant la longueur d'onde de la diode laser DBR [A].  
 $R_{osci}$  : Résolution des enregistrements expérimentaux à l'oscilloscope [S].

# Table des matières

Remerciements	i
Avant-propos	iii
Liste des abréviations	iv
Notations mathématiques et physiques	viii
Introduction	1
CHAPITRE 1	5
1 État de l’art	6
Réseaux de neurones artificiels	6
1.1 Réseaux de neurones artificiels . . . . .	6
1.1.1 Approche biologique . . . . .	7
1.1.1.1 Un peu d’histoire . . . . .	7
1.1.1.2 Quelques caractéristiques . . . . .	8
1.1.2 Approche formelle . . . . .	8
1.1.2.1 Modèle de McCulloch-Pitss . . . . .	8
1.1.2.2 Fonction d’activation . . . . .	9
1.1.2.3 Méthode d’apprentissage . . . . .	10
1.1.3 Principaux types de réseaux de neurones . . . . .	12
1.1.3.1 Réseau interconnecté . . . . .	12
1.1.3.2 Réseau <i>feedforward</i> . . . . .	13
1.1.3.3 Réseau récurrent . . . . .	13
1.2 <i>Reservoir Computing</i> . . . . .	14
1.2.1 <i>Echo State Network</i> . . . . .	15
1.2.2 <i>Liquid State Machine</i> . . . . .	16
1.2.3 Principe de fonctionnement . . . . .	16
1.2.4 Propriétés d’un réservoir . . . . .	19

1.2.5	Discussion . . . . .	19
<b>Systèmes dynamiques non-linéaires</b>		<b>19</b>
1.3	Dynamiques non-linéaires . . . . .	20
1.3.1	Généralités sur les dynamiques non-linéaires . . . . .	21
1.3.2	Outils de caractérisation des dynamiques non-linéaires . . . . .	22
1.3.2.1	Diagramme de bifurcation . . . . .	23
1.3.2.2	Espace des phases . . . . .	24
1.3.2.3	Entropie . . . . .	24
1.3.2.4	Exposant de Lyapunov . . . . .	25
1.3.3	Dynamiques non-linéaires : quelques exemples . . . . .	26
1.3.3.1	Edward Lorenz, la météorologie et le chaos . . . . .	26
1.3.3.2	Otto Rössler et la théorie du chaos . . . . .	28
1.3.3.3	Oscillateur de Chua . . . . .	29
1.3.4	Dynamiques non-linéaires à retard . . . . .	31
1.3.4.1	Modèle de Mackey-Glass . . . . .	32
1.3.5	Modèle d'Ikeda . . . . .	34
1.3.5.1	Description de l'expérience . . . . .	35
1.3.5.2	Modélisation . . . . .	36
1.3.5.3	Simulations du modèle d'Ikeda . . . . .	43
1.4	Conclusion . . . . .	47
<b>CHAPITRE 2</b>		<b>47</b>
<b>2</b>	<b>Théorie et modélisation</b>	<b>48</b>
2.1	<i>Reservoir computing</i> basé sur un réseau de neurones . . . . .	49
2.2	Système RC basé sur une dynamique non-linéaire à retard . . . . .	50
2.3	Adressage des nœuds virtuels et connectivité interne du réservoir . . . . .	53
2.3.1	Pré-traitement de l'information d'entrée . . . . .	54
2.3.2	Connectivité interne du réservoir . . . . .	56
2.3.3	Post-traitement de l'information . . . . .	57
2.3.4	Apprentissage . . . . .	59
2.4	Dynamique non-linéaire opto-électronique à retard . . . . .	60
2.4.1	Dynamique non-linéaire opto-électronique à retard en longueur d'onde . . . . .	60
2.4.1.1	Principe de fonctionnement . . . . .	61
2.4.1.2	Diode laser DBR . . . . .	61
2.4.1.3	Interféromètre biréfringent et non-linéarité . . . . .	62
2.4.1.4	Contre-réaction retardée . . . . .	64
2.4.2	Dynamique non-linéaire opto-électronique à retard en intensité . . . . .	66
2.4.2.1	Principe de fonctionnement . . . . .	66

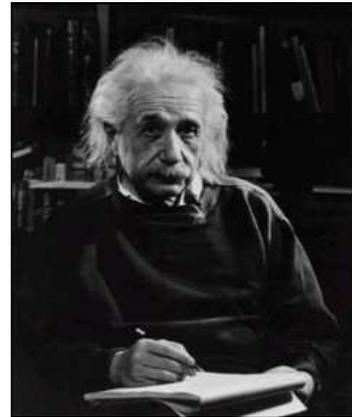
2.4.2.2	Interféromètre intégré et non-linéarité . . . . .	66
2.4.2.3	Contre-réaction retardée . . . . .	68
2.4.3	Ligne à retard : retard simple et retards multiples . . . . .	69
2.4.3.1	Retard simple . . . . .	70
2.4.3.2	Retards multiples . . . . .	71
2.4.3.3	Retards multiples et connectivité interne du réservoir . . . . .	74
2.5	Évaluation des performances des systèmes RC . . . . .	74
2.5.1	Test de prédiction de séries temporelles : NARMA10 . . . . .	76
2.5.2	Test de classification : reconnaissance vocale de chiffres prononcés . . . . .	79
2.5.2.1	Signal d'entrée $I(t)$ : modèle <i>Lyon passive ear</i> , et masque . . . . .	79
2.5.2.2	Post-traitement : entraînement et apprentissage . . . . .	82
2.6	Conclusion . . . . .	84
<b>CHAPITRE 3</b>		<b>85</b>
<b>3 Démonstrateurs et résultats expérimentaux</b>		<b>86</b>
3.1	Lignes à retards numériques . . . . .	87
3.1.1	Introduction aux circuits programmables FPGA . . . . .	87
3.1.1.1	Circuit FPGA . . . . .	88
3.1.1.2	Mémoires FIFO . . . . .	90
3.1.1.3	Multiplieurs . . . . .	92
3.1.2	Ligne à retard simple . . . . .	92
3.1.2.1	Réalisation expérimentale . . . . .	93
3.1.2.2	Réponse impulsionnelle . . . . .	94
3.1.2.3	Accordabilité du retard . . . . .	95
3.1.3	Ligne à retards multiples . . . . .	95
3.1.3.1	Réalisation expérimentale . . . . .	96
3.1.3.2	Réponse impulsionnelle . . . . .	97
3.1.3.3	Diagramme de Bode en gain . . . . .	99
3.1.3.4	Définition des coefficients synaptiques . . . . .	100
3.2	Dynamique non-linéaire opto-électronique à retard en longueur d'onde . . . . .	102
3.2.1	Réalisation expérimentale . . . . .	103
3.2.2	Mesures en boucle ouverte . . . . .	105
3.2.2.1	Caractérisation de la source laser accordable . . . . .	105
3.2.2.2	Fonction non-linéaire . . . . .	105
3.2.2.3	Filtrage et constante de temps . . . . .	108
3.3	Dynamique non-linéaire opto-électronique à retard en intensité . . . . .	109
3.3.1	Réalisation expérimentale . . . . .	110
3.3.2	Mesures en boucle ouverte . . . . .	112
3.3.2.1	Caractérisation de la source laser . . . . .	112

3.3.2.2	Fonction non-linéaire . . . . .	113
3.3.2.3	Filtrage et constante de temps . . . . .	115
3.4	Performances des systèmes RC . . . . .	116
3.4.1	Test de prédiction de séries temporelles : NARMA10 . . . . .	117
3.4.1.1	Réalisation expérimentale du test NARMA10 . . . . .	117
3.4.1.2	Simulations et résultats expérimentaux . . . . .	119
3.4.1.3	Discussion . . . . .	122
3.4.2	Test de classification : reconnaissance vocale . . . . .	123
3.4.2.1	Déroulement expérimental du test . . . . .	124
3.4.2.2	Simulations et tests expérimentaux de reconnais- sance vocale . . . . .	125
3.4.2.3	Discussion . . . . .	129
	<b>Conclusion et travaux futurs</b>	<b>130</b>
	<b>Publications, communications et distinction</b>	<b>134</b>
	<b>Annexes</b>	<b>138</b>
	Annexe A : Caractéristiques kit Altera STRATIX I . . . . .	139
	Annexe B : Caractéristiques kit Altera STRATIX II . . . . .	141
	Annexe C : Interfaçage FPGA et système RC opto-électronique en longueur d'onde . . . . .	143
	Annexe D : Interfaçage FPGA et système RC opto-électronique en inten- sité (Contre-réaction retardée) . . . . .	144
	Annexe E : Interfaçage FPGA et système RC opto-électronique en inten- sité (Fonction de lecture) . . . . .	145
	Annexe F : Couplage des nœuds virtuels ( $n - 1$ ) et ( $k - 1$ ) . . . . .	146
	<b>Bibliographie</b>	<b>147</b>



# Introduction

Reconnaître Albert Einstein [3] sur cette photographie ne pose problème pour personne. Or bien que cette tâche soit complexe pour le cerveau humain, elle ne demande qu'une fraction de seconde. La simplicité et la rapidité avec laquelle nous effectuons cette reconnaissance n'est pas uniquement due à la notoriété de ce grand physicien mais également aux capacités extraordinaires d'apprentissage et d'entraînement propres à notre cerveau. La capacité computationnelle et la versatilité du cerveau humain reste à ce jour une énigme partielle mais fascine les chercheurs dans le monde entier motivant de nombreux champs de recherches tels que les sciences cognitives du cerveau (biologiques et artificielles), l'informatique, les mathématiques, la physique (théorique et appliquée) mais également le traitement du signal et la théorie de l'information. Ce sont justement ces derniers domaines de recherche qui ont motivé l'ensemble des travaux réalisés durant cette thèse.



*Et mon Ipad alors! ... Il réalise certaines fonctions de notre cerveau.  
Il détecte des visages, leurs sourires et comprend le sens de mes mots!*

Certes les ordinateurs conventionnels, pensés et construits selon les principes de John Von Neumann et d'Alan Mathison Turing [4], repoussent sans cesse les limites de leurs puissances de calcul avec beaucoup d'efficacité mais ils restent limités de part leurs approches fonctionnelles à de simples algorithmes. Une succession d'instructions informatiques et mathématiques s'exécutant à des vitesses folles mais qui dans certains cas peinent à fournir des résultats à la fois rapides et satisfaisants. Cependant, considérer les ordinateurs classiques comme inférieurs au cerveau biologique, et inversement, serait une erreur, chacun ayant ses domaines de prédilection. Considérons les donc simplement comme complémentaires. Prenons un court instant afin de détailler en quoi le cerveau humain est fondamentalement

différent d'une machine de Turing-Von Neumann.

### **Apprentissage et entraînement**

Les capacités d'apprentissage et d'entraînement que possède notre cerveau sont deux particularités sur lesquelles reposent sa puissance de calcul. Ainsi, en fonction de notre vécu, de nos expériences personnelles et partagées, le cerveau analyse, s'entraîne, apprend et mémorise une multitude d'informations. Il se forge une base de données qu'il utilise pour augmenter ses performances lors de prédiction ou simplement d'anticipation mais également pour analyser, comparer puis reconnaître un sujet ou un son quelque'il soit dans un laps de temps très court. De manière encore largement incomprise, il est également capable de faire des choix extrêmement judicieux dans des contextes très complexes.



**FIGURE 1 – Photographie artistique d'une foule par Jacqmin Sébastien.**

Sur l'exemple de la photographie de la (figure 1) [5], on distingue sans peine une foule bien que celle-ci soit floue et partiellement dégradée. Cette analyse effectuée dans un temps record est possible grâce à notre expérience. Nous avons tous déjà vu une foule de personnes et inconsciemment, nous avons simplement analysé puis associé cette image à notre base de données personnelles avant de donner une des solutions possibles. Cette capacité est appelée "mémoire associative". Notons que cet exercice, évident pour le cerveau humain, reste complexe à réaliser pour la quasi-totalité des ordinateurs modernes.

D'une manière générale, nous pouvons déterminer plusieurs domaines d'activités propres aux réseaux neuronaux biologiques, dues aux capacités d'apprentissage et

d'entraînement, dans lesquels le cerveau humain excelle et surpasse les ordinateurs conventionnels, voir figure (2) (liste non exhaustive).

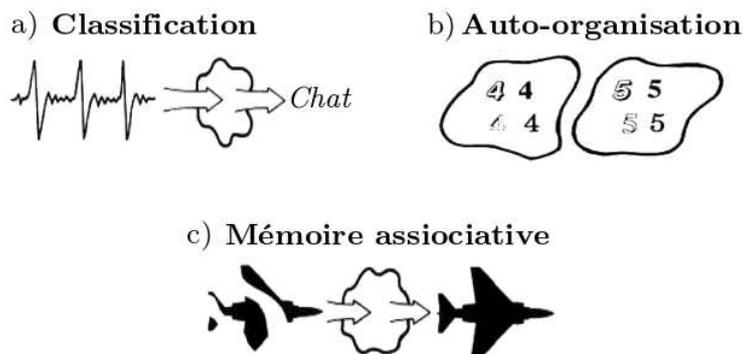


FIGURE 2 – Exemple de : a) **Classification**; b) **Auto-organisation**; c) **Mémoire associative**. Extrait de : DARPA neural network study, 1988 [6].

La “mémoire associative” que nous venons de voir dans l’exemple précédent est la capacité des réseaux neuronaux d’analyser et d’attribuer une signification à un objet ou un son partiellement dégradé. Les réseaux neuronaux sont particulièrement doués pour toutes les tâches de “classification” et “d’auto-organisation”.

### Reservoir Computing

Les caractéristiques des réseaux neuronaux biologiques (tel que le cerveau humain), énumérées précédemment, ont naturellement motivé la communauté scientifique pour développer de nouveaux modèles d’unités de calcul basés, cette fois-ci, sur les principes du cerveau humain. Les réseaux neuronaux artificiels classiques (exemple du perceptron multicouches ou encore du réseau de neurone récurrent) apparaissent dans le milieu du XXe siècle. Ils ont été développés expérimentalement sous forme d’algorithmes dans nos ordinateurs et sont désormais utilisés concrètement dans divers domaines [7] :

- Approximation de fonctions mathématiques complexes
- Prédiction de séries temporelles (bourse, cycle solaire, ...)
- Reconnaissance de motif (utilisé entre autre par La Poste ou les banques respectivement pour la reconnaissance et la classification des codes postaux ou la lecture des sommes inscrites sur les chèques, ...)
- Traitement du signal (filtrage, classification, identification de sources, ...)
- Contrôle (commande de processus, diagnostic de pannes, contrôle qualité,

- robotique, ...)
- Optimisation (planification, allocation de ressources, tournées de véhicules, régulation de trafic, ...)
- etc

Très récemment, au début des années 2000, une nouvelle approche de réseaux de neurones artificiels a émergé et est aujourd’hui référencée à l’appellation “*Reservoir Computing*” (RC). Deux architectures proposées indépendamment par H. Jaeger en 2001 [8] et W. Maass en 2002 [9], appelées respectivement *Echo State Network* (ESN) et *Liquid State Machine* (LSM) ont démontré l’intérêt computationnel de ce nouveau paradigme du cerveau humain. Bien que ces deux modèles de *reservoir computing* reposent sur les principes des réseaux neuronaux récurrents, ils diffèrent néanmoins de part leur topologie. Les *reservoir computing* et plus particulièrement les principes fondamentaux des machines à états liquides sont développés tout au long de ce manuscrit.

C’est précisément dans ce contexte qu’ont été développés les travaux de recherche du projet PHOCUS, et par conséquent aussi de cette thèse qui en a été une des contributions. Notre objectif a été d’appréhender et de comprendre les principes du RC, et de tenter une première implémentation physique en optique et opto-électronique, contrairement à la plupart des approches scientifiques reportées dans la littérature, qui abordent le sujet de manière quasi-exclusive par des simulations numériques.

## Plan du manuscrit

Ce manuscrit, décomposé en trois parties, rapporte l’ensemble des travaux effectués durant ces trois années de doctorat au sein du département d’Optique P.M. DUFFIEUX de l’institut FEMTO-ST.

Le premier chapitre est consacré à la présentation de deux domaines principaux de cette thèse, à savoir, les réseaux neuronaux artificiels, et les dynamiques non-linéaires à retard qui auront à remplir le rôle de “réservoir” physique. On introduira les bases nécessaires à l’appréhension de ces domaines, afin de comprendre comment leur étude est possible et comment ils peuvent mener à l’apparition d’un nouveau type de calculateur neuromorphique physique de type *reservoir computing*.

Puis dans un second chapitre, nous présenterons les détails et les particularités de ces calculateurs neuromorphiques. Il s’agira essentiellement de montrer com-

ment une dynamique non-linéaire à retard peut être modifiée et paramétrée afin d'être utilisée au cœur d'un système RC. Nous verrons le formalisme général ainsi que les principales caractéristiques de ce système.

Pour finir, le dernier chapitre sera consacré à la réalisation expérimentale de ces systèmes RC. Les différentes étapes expérimentales comme la génération de ligne à retard numérique, l'assemblage du système RC ou encore les différentes validations expérimentales seront expliquées et détaillées.

# Chapitre 1

## État de l'art

Les réseaux de neurones artificiels (RNA) et les dynamiques non-linéaires (DNL) à retard, sont deux champs de recherche importants, qui ont permis l'ensemble des travaux réalisés durant cette thèse. Si les dynamiques non-linéaires à retard sont issues de la physique fondamentale et appliquée, les RNA sont apparus avec l'essor de plusieurs domaines tels que les neurosciences, l'intelligence artificielle, la théorie du contrôle ou encore l'apprentissage machine et les systèmes automatisés. Il apparaît donc assez naturel de consacrer ce chapitre à ces thèmes, afin de rappeler certains de leurs fondements ainsi que leur état de l'art respectif. De manière à ce que la lecture et la compréhension soient les plus claires possible, ce chapitre est scindé en deux parties correspondant, respectivement, aux réseaux de neurones et aux dynamiques non-linéaires (à retard).

### 1.1 Réseaux de neurones artificiels

Les RNA sont apparus suite aux activités des neurosciences et de l'apprentissage machine et ont pour point commun l'étude et la compréhension des réseaux de neurones biologiques (cerveau humain). Cependant, ces deux domaines de recherche des RNA ont des modèles et objectifs scientifiques significativement différents. Les neurosciences cherchent à comprendre le cerveau humain pour le copier (au moins en partie) tandis que les activités liées à l'apprentissage machine ou à la théorie du contrôle s'inspirent du fonctionnement du cerveau humain afin de réaliser des tâches de calcul complexes, même si les processus utilisés ne sont pas rigoureusement identiques à ceux des cerveaux biologiques.

### 1.1.1 Approche biologique

Les réseaux de neurones artificiels sont étudiés puis construits sur la base d'exemples biologiques tels que dans le cerveau humain. Celui-ci peut être décomposé en unités élémentaires comme la cellule nerveuse.

#### 1.1.1.1 Un peu d'histoire

La cellule nerveuse est renommée “neurone” en 1881 par l'anatomiste allemand Heinrich Wilhelm Waldeyer (figure 1.1). Cependant les premières observations par-

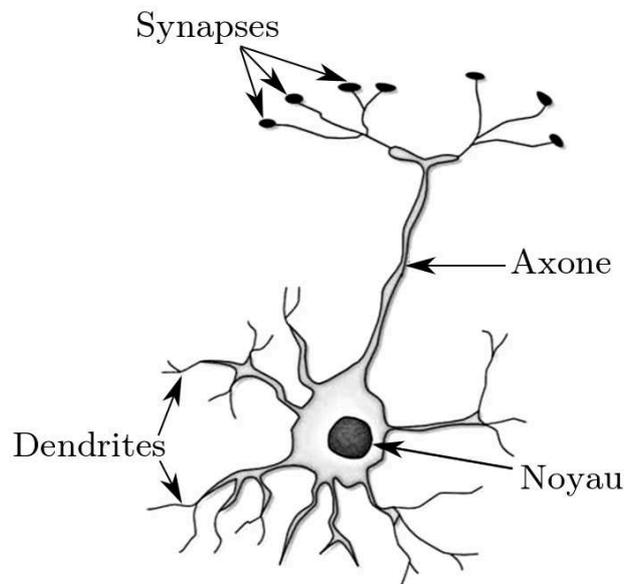


FIGURE 1.1 – Illustration d'un neurone biologique [10].

tielles de ces cellules datent de 1718 avec Antoine van Leeuwenhoek. Il a notamment participé à l'amélioration du microscope, ce qui lui permit d'entrevoir ce que l'on appellera les “axones”. Les plus longs peuvent atteindre le mètre (colonne vertébrale). Puis en 1824, la première observation du corps cellulaire (qui contient le noyau des neurones), est faite par Dutrochet. En 1897, un médecin anglais du nom de Sir Charles Scott Sherrington observe une arborisation située à la fin de l'axone qui établit des contacts avec les cellules voisines. Il lui donne le nom de “synapses”. Les autres grandes étapes n'apparurent que dans la première moitié du XXe siècle avec la découverte des neurotransmetteurs [11].

### 1.1.1.2 Quelques caractéristiques

La communication entre neurones est réalisée à l'aide de potentiels d'action (impulsions électriques) se propageant dans le réseau neuronal. Les distances de propagation importantes imposent une régénération du potentiel d'action de manière périodique, réalisée dans l'axone. Comme toute impulsion électrique, il est possible de la caractériser en amplitude, en fréquence, mais également par la largeur à mi-hauteur en seconde. Des recherches biomédicales ont montré qu'un potentiel d'action, se propageant entre deux neurones, a une largeur à mi-hauteur de l'ordre de 1 ms et une amplitude avoisinant les 100 mV. La fréquence des potentiels d'action, quant à elle, varie. Elle est modulée en fonction des informations à traiter et reste difficile à quantifier, mais récemment plusieurs études ont montré que la fréquence de répétition des potentiels d'action est de l'ordre d'une centaine de Hz [12]. La vitesse de propagation des influx nerveux est de l'ordre de 100 m/s, ce qui est bien plus lent que les temps caractéristiques de propagation d'une information dans une puce électronique tel qu'un microprocesseur. Les neurotransmetteurs assurent la liaison entre axones et dendrites des différents neurones. Rappelons que cette liaison est chimique, des neuromédiateurs sont émis et se fixent sur les synapses prévues à cet effet. Ces neuromédiateurs peuvent être inhibiteurs ou excitateurs. Les neurones composant notre cerveau ne sont pas propres à l'espèce humaine. Nous possédons les mêmes catégories (une dizaine de catégories de neurones existent) que les animaux en général.

Il est difficile de connaître avec précision le nombre de neurones et de synapses composant le tissu cérébral. Cependant, les neuroscientifiques s'accordent à dire qu'il est composé en moyenne de  $10^{11}$  neurones et d'un nombre total de synapses compris entre  $10^{14}$  et  $10^{16}$  synapses pour un être humain [13].

## 1.1.2 Approche formelle

Les réseaux de neurones artificiels sont basés sur un paradigme du neurone biologique, le neurone formel. Ils ont vu le jour avec un article fondateur de Warren McCulloch et Walter Pitts publié en 1943 et intitulé *What the frog's eye tells to the frog's brain* [14].

### 1.1.2.1 Modèle de McCulloch-Pitts

Warren McCulloch et Walter Pitts ont permis de constituer le premier modèle de neurones formels. Ils démontrèrent que ceux-ci sont capables d'effectuer de simples opérations logiques et arithmétiques. Le principe du neurone formel décrit par McCulloch et Pitts (figure 1.2) consiste à transformer les stimuli d'entrée en

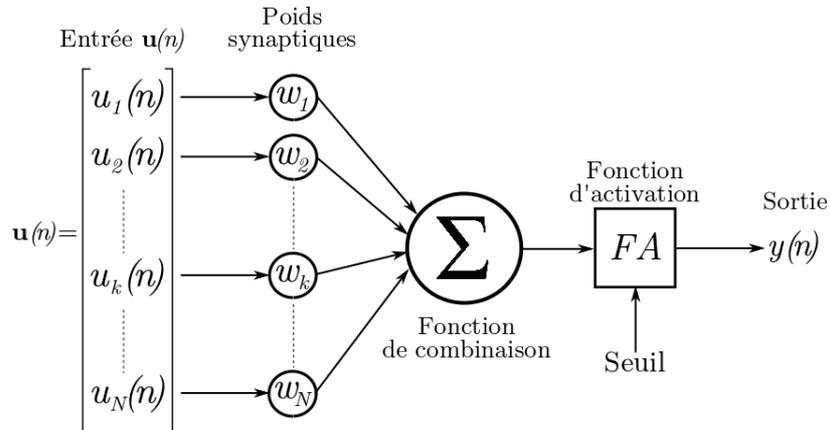


FIGURE 1.2 – Schéma de principe d'un neurone formel.

signaux de sortie suivant un protocole précis. Chaque signal d'entrée, noté  $u_k(n)$ , dont  $n$  est l'expression du temps discretisé, est pondéré par un coefficient synaptique  $w_k$ , lui donnant plus ou moins d'importance, puis toutes les informations sont sommées. A ce stade, le neurone formel n'est toujours pas actif. La somme pondérée des informations est comparée à la fonction d'activation  $FA$ . Si cette somme est supérieure à  $FA$ , le neurone émet à son tour un potentiel d'action qui alimente un neurone voisin, sinon il reste inactif. Ce modèle de neurone formel se définit mathématiquement suivant l'équation :

$$y(n) = FA \left[ \sum_{k=1}^N u_k(n)w_k \right]. \quad (1.1)$$

### 1.1.2.2 Fonction d'activation

Plusieurs types de fonctions d'activation existent. La majorité de ces fonctions est répertoriée dans le tableau 1.1. Les trois fonctions les plus utilisées dans la littérature sont la fonction seuil, la fonction linéaire par morceaux et pour finir la fonction de type sigmoïde, qui est une version régularisée (à dérivée continue) des deux premières. Un dernier point sur ce modèle formel est d'établir une méthode permettant de choisir les poids synaptiques  $w_k$ , afin d'obtenir une information de sortie  $y$  la plus proche possible de la valeur optimale. Cet ajustement des poids  $w_k$  est appelé communément "phase d'apprentissage du réseau". Cette phase d'apprentissage est également présente dans les réseaux biologiques. Il s'agit de la plasticité synaptique. Sur ce point McCulloch et Pitts n'ont pas donné d'indica-

Nom de la fonction	Relation d'entrée/sortie	Icône
seuil	$a = 0$ si $n < 0$ $a = 1$ si $n \geq 0$	
seuil symétrique	$a = -1$ si $n < 0$ $a = 1$ si $n \geq 0$	
linéaire	$a = n$	
linéaire saturée	$a = 0$ si $n < 0$ $a = n$ si $0 \leq n \leq 1$ $a = 1$ si $n > 1$	
linéaire saturée symétrique	$a = -1$ si $n < -1$ $a = n$ si $-1 \leq n \leq 1$ $a = 1$ si $n > 1$	
linéaire positive	$a = 0$ si $n < 0$ $a = n$ si $n \geq 0$	
sigmoïde	$a = \frac{1}{1+\exp^{-n}}$	
tangente hyperbolique	$a = \frac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}}$	
compétitive	$a = 1$ si $n$ maximum $a = 0$ autrement	

TABLE 1.1 – Principaux types de fonctions d’activations [15].

tion sur une méthode particulière permettant le calcul des poids synaptiques.

### 1.1.2.3 Méthode d’apprentissage

La phase d’apprentissage d’un réseau de neurones formels (et même biologiques) est essentielle pour la fonctionnalisation d’un circuit de neurones. La plus ancienne solution a été apportée par le psychologue et neuropsychologue Donald Hebb qui, à travers son ouvrage intitulé *The Organization of behavior : A neuropsychological theory* [16] donne une méthode afin de calculer les poids synaptiques et de les appliquer en fonction des informations d’entrées. Cette méthode, encore utilisée aujourd’hui, est désormais connue sous le nom de “règle de Hebb”. D’autres types de méthodes d’apprentissage ont été développées, mais la règle de Hebb ainsi que la méthode de rétro-propagation du gradient d’erreur sont les plus utilisées.

## Règle de Hebb

La règle de Hebb a été établie en 1949 à partir d'observations empiriques en neurobiologie. Cette règle est la suivante : si deux neurones conjointement reliés à travers leurs synapses respectifs sont stimulés au même moment et de manière répétée alors la valeur du coefficient synaptique croît. Donnons un exemple en considérant uniquement deux neurones choisis au hasard. On considère deux neurones A et B, tous deux reliés à travers leurs synapses (figure 1.3). Dans ce cas, le neurone A est dit pré-synaptique et le neurone B post-synaptique.

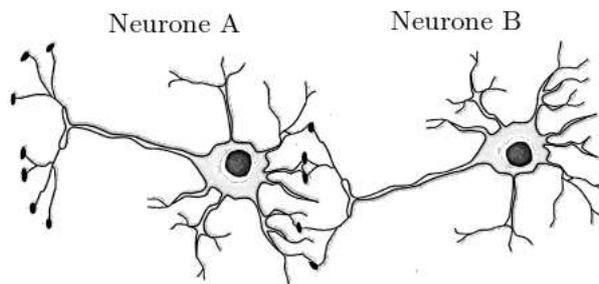


FIGURE 1.3 – **Règle de Hebb.** Illustration avec deux neurones, A pré-synaptique et B post-synaptique, interconnectés.

Ainsi l'apprentissage du poids synaptique entre le neurone A et B forme un réseau de neurones simplifié qui se décrit mathématiquement d'après l'équation :

$$w_{AB}(t + 1) = w_{AB}(t) + \eta y_B(t) x_A(t), \quad (1.2)$$

dans laquelle  $w_{AB}(t)$  et  $w_{AB}(t + 1)$  sont respectivement, la valeur initiale et la nouvelle valeur du coefficient synaptique une fois l'apprentissage terminé. Les variables  $y_B(t)$  et  $x_A(t)$  sont les informations de sortie issues des neurones A et B puis,  $\eta$  est le coefficient d'apprentissage. Une particularité de cet apprentissage est qu'il est local. Il n'est pas nécessaire de considérer l'ensemble du réseau de neurones formels (ou biologiques puisque cette méthode d'apprentissage est utilisée par notre cerveau) pour établir une nouvelle valeur de poids synaptique  $w_{AB}(t)$ .

## Rétro-propagation du gradient d'erreur

Cette méthode d'apprentissage est arrivée bien plus tard, en 1985. Elle est utilisée

principalement dans les RNA de type *feedforward* présentés dans le paragraphe suivant. Le principe consiste à injecter une série de données à travers les couches successives de neurones formels puis de lire la sortie. Celle-ci est ensuite comparée à la valeur optimale visée. Une comparaison entre sortie théorique et sortie expérimentale est possible et donne accès au calcul d'une erreur. Le gradient d'erreur est alors propagé en sens inverse d'où le terme "rétro-propagation du gradient d'erreur". Cette méthode est utilisée pour plusieurs séries de données d'entrée jusqu'à ce que la sortie expérimentale corresponde à la valeur optimale. Notons que ce schéma est très proche de celui bien connu, en sciences pour l'ingénieur, des systèmes asservis dans lesquels une partie de l'information est utilisée rétro-activement afin de corriger de manière dynamique l'état d'un système.

### 1.1.3 Principaux types de réseaux de neurones

Le modèle de neurone formel de McCulloch-Pitts a inspiré de nombreux scientifiques qui ont, à leur tour, développé plusieurs types d'architectures de RNA. On peut caractériser les réseaux de neurones suivant différents critères comme leurs topologies internes, leurs fonctions d'activation ou encore la méthode d'apprentissage utilisée. La figure (1.4) présente les principales familles de RNA.

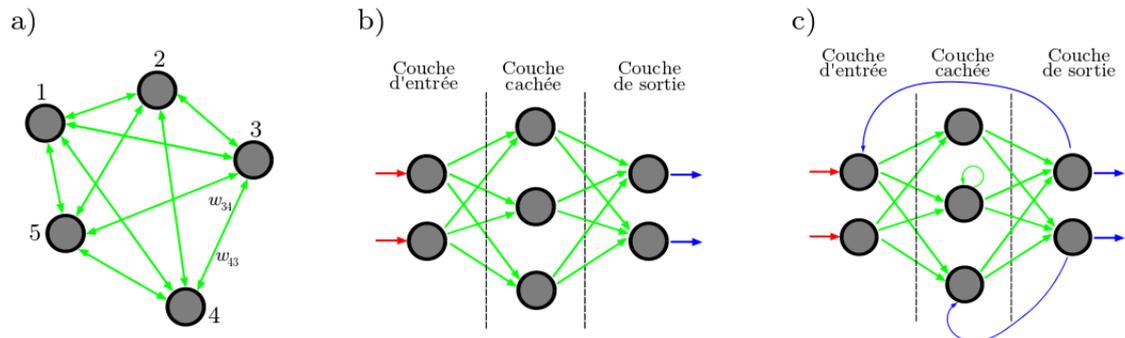


FIGURE 1.4 – **Présentation des différentes familles de RNA** : a) Réseau interconnecté ; b) Réseau *feedforward* ; c) Réseau récurrent.

#### 1.1.3.1 Réseau interconnecté

Le réseau interconnecté (figure 1.4a) est l'une des plus anciennes topologies de RNA. Cette architecture très généraliste a donné naissance au réseau de Hopfield en 1982 [17, 18]. Les neurones formels constituant ce réseau sont entièrement interconnectés, il n'y a ni entrée ni sortie. Il évolue en fonction d'un état initial pour aboutir sur un état stationnaire atteint en régime établi. Comme cela a été

démontré par Hopfield et Tank, ce type de RNA est capable de résoudre certaines problématiques d'optimisation combinatoire complexes tel que le problème du voyageur de commerce<sup>1</sup>.

Ils sont également considérés en neurobiologie comme une approche formelle d'îlots cognitifs qui, une fois liés, forment "une clique" (dénomination médicale d'un réseau totalement interconnecté appelé également "clique neurale").

### 1.1.3.2 Réseau *feedforward*

Le réseau de type *feedforward* (figure 1.4b), fait partie des réseaux dits à couches (au même titre que les réseaux récurrents). On retrouve une couche d'entrée permettant l'adressage des informations sur les couches cachées, puis une couche de sortie permettant de lire l'état du RNA. Le nombre de couches cachées peut varier, le seul impératif étant un nombre minimum d'une couche. Ce type d'architecture est l'une des plus simples. Les données sont transmises de l'entrée vers la sortie couche par couche, en fonction du temps discrétisé [19–21]. Il n'y a ni récurrence, ni connexion entre neurones formels d'une même couche, ni rétro-propagation de l'information. Ces caractéristiques permettent l'utilisation d'un algorithme d'apprentissage tel que la rétro-propagation du gradient d'erreur [22].

Une particularité de ce type de RNA limite leur application. Leur structure établie sur une succession de couches de neurones formels (apparentes ou non) les empêche de traiter des informations temporelles, car la seule information émise sur la couche de sortie correspond à une partie de l'information d'entrée (temps discrétisé par le nombre de couches et le passage séquentiel de l'information). Ces types de RNA sont néanmoins utilisés pour toutes sortes d'applications d'analyses spatiales (reconnaissance de formes).

### 1.1.3.3 Réseau récurrent

Les réseaux récurrents sont une évolution des réseaux *feedforward* et donc leurs topologies sont très proches. Le principe de construction est celui des réseaux de neurones à couches (entrée, cachée(s) et sortie). Cependant la propagation des données n'est plus unidirectionnelle. Elle peut se rétro-propager et également faire apparaître des interconnexions au sein d'une même couche, d'où le nom de réseau récurrent (figure 1.4c).

---

1. Le problème du voyageur de commerces est un problème vieux comme le monde. Il s'agit d'optimiser un trajet, ayant plusieurs villes comme itinéraire, pour que celui-ci soit le plus court possible.

Ces simples récurrences introduites dans les diverses couches de neurones apportent d'importantes modifications. Ce type de RNA, en raison de leurs récurrences, sont des systèmes dynamiques à contre-réactions contrairement aux réseaux de types *feedforward* qui ne sont qu'une fonction de transfert. Les réseaux récurrents possèdent de grands avantages en comparaison aux autres familles de RNA. Les récurrences permettent de conserver un historique mais également une trace du traitement effectué sur les informations d'entrées au sein des niveaux de traitement le constituant, grâce à un effet mémoire introduit par les récurrences. En effet, les distances de propagation empruntées par les informations transitant dans le RNA sont différentes les unes des autres, suivant les récurrences présentes [23]. Dans ce cas, les temps correspondants aux différents parcours possibles sont tous différents. Les RNA récurrents introduisent a priori des fonctions de retards multiples et variés, ainsi que les mêmes fonctions d'activation *FA* que dans le cas non-récurrent. Les réseaux neuronaux récurrents reposent sur des systèmes dynamiques complexes qui effectuent une transformation non-linéaire des informations mémorisées par l'effet retard.

Cet effet mémoire permet également de nouvelles applications jusqu'alors non-envisageables avec les réseaux de type *feedforward*. Les récurrences conservent au sein des couches cachées de neurones une trace de l'historique, à plus ou moins long terme, des informations injectées en entrée. Cette particularité est une qualité des RNA à récurrences qui peuvent réagir en fonction du temps et du contexte à un stimulus d'entrée. Ces notions sont indispensables pour le traitement de données temporelles comme la reconnaissance vocale (tâche de classification) dans laquelle le spectre en fréquence évolue au cours du temps.

## 1.2 *Reservoir Computing*

Très récemment, au début des années 2000, une nouvelle famille de RNA, dérivée des réseaux de neurones récurrents, est proposée : c'est le "*reservoir computing*" [24–26] également appelé réseau de neurones à réservoir. Il s'agit d'un paradigme du cerveau humain proposé simultanément et indépendamment dans deux domaines de recherche tels que l'apprentissage machine avec les travaux initiés par H. Jaeger [8, 27] et les neurosciences avec W. Maass [9, 28, 29]. Ces travaux aboutiront sur deux représentations du RC appelés respectivement *Echo State Network* (ESN) et *Liquid State Machine* (LSM). Le RC est basé sur un réseau de neurones récurrent, et contrairement aux RNAs cités précédemment – paragraphe 1.1.3 – il a pour principal avantage d'avoir une phase entraînement appliquée uniquement sur la fonction permettant d'extraire les informations du réseau. Cette fonction est appelée "fonction de lecture" ou "*read-out*". Ce principe

est illustré sur la (figure 1.5). La (figure 1.5a) représente un réseau de neurones

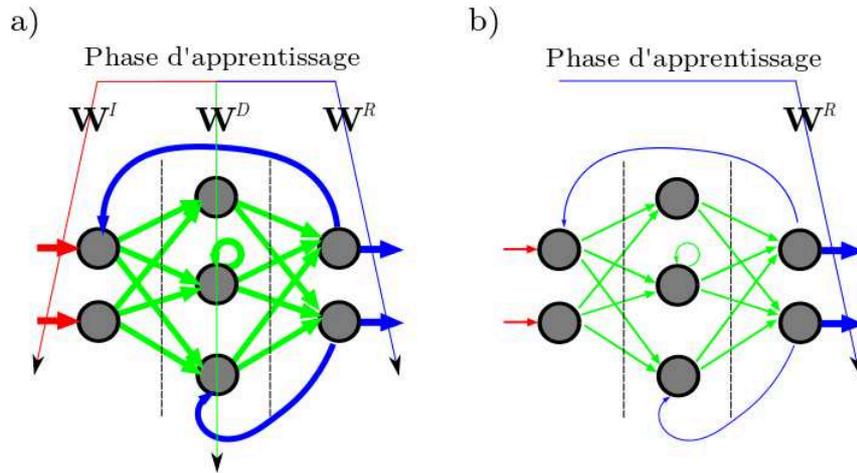


FIGURE 1.5 – Phase d’entraînement pour a) un réseau de neurones récurrent, b) un *reservoir computing*.

conventionnel de type récurrent pour lequel la phase d’apprentissage consiste à ajuster les poids synaptiques formant les éléments des matrices de connectivités  $\mathbf{W}^I$ ,  $\mathbf{W}^D$  et  $\mathbf{W}^R$  (correspondant respectivement à l’injection des données, aux liaisons du réseau récurrent, et à la fonction de lecture). Le RC, représenté sur la (figure 1.5b), a une phase d’apprentissage appliquée seulement sur les poids synaptiques de la fonction de lecture (matrice  $\mathbf{W}^R$ ), ce qui a pour conséquence un apprentissage simplifié et qui converge. Dans ce manuscrit, nous présentons les deux approches de RC les plus reconnues, l’*Echo State Network* et la *Liquid State Machine*.

### 1.2.1 *Echo State Network*

Les *reservoir computing* du type *echo state network* sont issus des domaines pratiques tel que l’apprentissage machine<sup>2</sup>, le traitement du signal ou encore la théorie du contrôle. Une des principales caractéristiques est de posséder une “propriété d’états échoïques” (*echo state property* (ESP)) qui est à l’origine du nom *echo state network*. Cette propriété d’états échoïques est la capacité de ce type

2. L’apprentissage machine ou automatique (appelé communément *machine learning* est un domaine sous-jacent à l’intelligence artificielle. C’est un domaine de recherche visant à donner à une machine la capacité d’apprentissage afin d’exécuter des tâches complexes qu’une succession d’algorithmes traditionnels ne pourrait remplir efficacement.

de *reservoir computing* à revenir à un état stable après un laps de temps si aucun signal ne le perturbe, de la même manière que les échos sonores s'estompent avec le temps jusqu'à disparaître. C'est le principe de *fading memory* (effacement de la mémoire) des *reservoir computing* en général. Le pouvoir calculatoire de ce type de structure se développe alors uniquement pendant la phase transitoire de développement des échos.

Les *echo state network* restent proches des machines à états liquides. Leur réservoir est basé sur de simples réseaux de neurones récurrents figés et la fonction de lecture s'obtient par un entraînement réalisé par une régression linéaire. Nous invitons les lecteurs désirant plus de détails sur les *echo state network* à se référer à la littérature [8, 30–35].

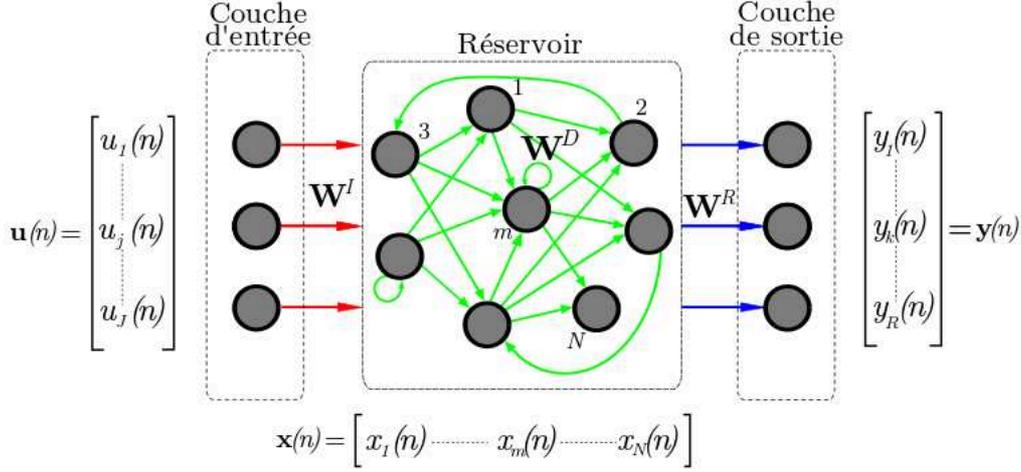
### 1.2.2 *Liquid State Machine*

Indépendamment des modèles *echo state network*, les machines à états liquides sont issues des domaines des neurosciences biologiques au début des années 2000, avec les travaux de recherche de W. Maass [9, 28, 29]. Les neurosciences computationnelles et donc les machines à états liquides sont basées sur une approche biologique des principes de fonctionnement du cerveau et du système nerveux en général. Ce domaine de recherche a pour objectif d'établir de nouveaux fondements concernant le traitement de l'information ayant comme principal inspiration les fonctions cognitives de notre cerveau. Les *reservoir computing* tels que les machines à états liquides sont des outils visant à mieux comprendre comment un flot de données est traité en temps réel par les fonctions cérébrales du vivant.

### 1.2.3 Principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement d'un *reservoir computing* est illustré en (figure 1.6). Le RC est très proche du réseau de neurone récurrent [32, 36, 37] et est décomposé en 3 parties distinctes chacune étant caractérisée par une matrice de connectivité définissant le comportement dynamique du RC. La première fonction, en rouge sur la (figure 1.6), se charge de distribuer l'information d'entrée, notée  $\mathbf{u}(n)$  ( $n$  correspondant au temps discretisé) sur la dimension spatiale du réservoir. Cette information est mise en forme et pondérée par la matrice de connectivité  $\mathbf{W}^I$  dont les éléments sont notés  $w_{kj}^I$ . Le signal injecté dans le réservoir est décrit mathématiquement par :

$$\mathbf{W}^I \mathbf{u}(n) = \left[ \sum_{j=1}^J w_{kj}^I u_j(n) \right]. \quad (1.3)$$


 FIGURE 1.6 – Schéma de principe d'un *reservoir computing*.

Le réseau récurrent constitue la seconde partie appelée réservoir. Le poids synaptique des  $N$  neurones est défini par la matrice de connectivité  $\mathbf{W}^D$  dont les éléments sont notés  $w_{mj}^D$ . L'état interne du réservoir, noté  $\mathbf{x}(n)$  est défini par :

$$\mathbf{W}^D \mathbf{x}(n) = \left[ \sum_{j=1}^N w_{mj}^D x_j(n) \right], \quad (1.4)$$

et peut s'écrire en fonction du signal d'entrée  $\mathbf{u}(n)$  et de la fonction d'activation  $f_{NL}$  de chaque neurone suivant l'équation :

$$\mathbf{x}(n) = f_{NL} \left[ \mathbf{W}^D \mathbf{x}(n-1) + \mathbf{W}^I \mathbf{u}(n-1) + \mathbf{W}^{FB} \mathbf{y}(n-1) \right], \quad (1.5)$$

dans laquelle le terme  $[\mathbf{W}^{FB} \mathbf{y}(n-1)]$  correspond à une rétro-action (*FB* pour *FeedBack*) de l'information de sortie  $\mathbf{y}(n)$  sur l'entrée  $\mathbf{u}(n)$ , pondérée par une matrice de connectivité notée  $\mathbf{W}^{FB}$ . Cette rétro-action est parfois utilisée dans des tâches où les états passés sont utilisés telle que la prédiction de série temporelle. Pour finir, la troisième partie, appelée "fonction de lecture" ou encore "*read-out*" est caractérisée par la matrice de connectivité  $\mathbf{W}^R$  et a pour rôle d'extraire les signaux utiles du réservoir. C'est cette dernière partie, et uniquement elle, qui est sollicitée lors des phases d'apprentissage du RC, alors que les matrices  $\mathbf{W}^I$  et  $\mathbf{W}^D$  restent fixes. Le signal de sortie, noté  $\mathbf{y}(n)$  s'exprime, en fonction de l'état du

réservoir  $\mathbf{x}(n)$  par :

$$\mathbf{y}(n) = f [\mathbf{W}^R \mathbf{x}(n)] \quad (1.6)$$

Le RC a pour fonction de mettre en œuvre une transformation non-linéaire spécifique de l'information d'entrée dans une grande dimension spatiale dans le but de simplifier la résolution de différentes tâches spécifiques de prédiction [27] ou encore de classification [38], [39] pour lesquelles le RC s'avère être très efficace. Le problème du "ou exclusif" illustre la manière dont un problème non linéaire, une fois projeté dans un espace de grande dimension, peut effectivement être résolu linéairement [40].

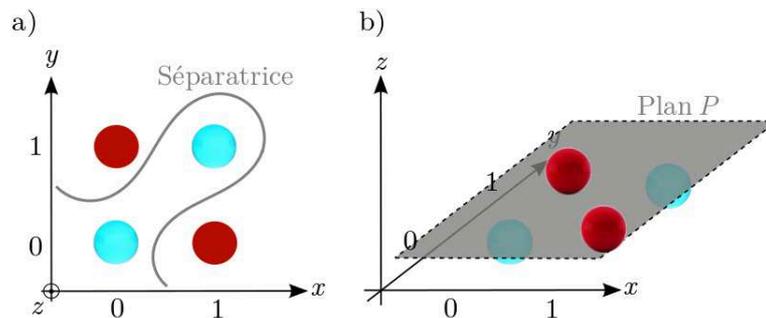


FIGURE 1.7 – **Illustration d'un des principes du RC.** Utilisation d'un espace de grande dimension pour linéariser une méthode de résolution.

La (figure 1.7) illustre graphiquement une fonction logique à deux variables d'entrée  $x, y$  de valeur 0 ou 1 et une variable de sortie également binaire. Cette fonction est très connue en sciences de l'ingénieur. La (figure 1.7a) étant la table de vérité du "ou exclusif" dans laquelle, les sphères bleues et rouges correspondent respectivement à 0 et 1 logique.

L'objectif est de séparer les sphères bleues des sphères rouges à l'aide d'une fonction linéaire. D'après la (figure 1.7a) cela n'est pas possible car la ligne séparant les sphères bleues et rouges est courbe donc non-linéaire. C'est dans ce cas qu'intervient un des principes du RC. Si l'on projette ce problème non-linéaire dans un espace de plus grande dimension, dans notre cas 3 dimensions, la propriété de séparation des deux types de sphères change (figure 1.7b). Les variables d'entrée initiales sont inchangées mais le résultat est distribué dans un espace tri-dimensionnel  $(x, y, z)$  dans lequel un simple plan  $P$  (i.e, un objet décrit par une équation linéaire) est suffisant pour séparer les sphères bleues des sphères rouges.

### 1.2.4 Propriétés d'un réservoir

Le réservoir est l'élément principal des réseaux de neurones à réservoirs. Pour fonctionner correctement, il doit satisfaire plusieurs critères dont les 3 plus importants sont présentés ci-dessous [32].

**Propriété de séparation** (*separation property* (SP)) est la capacité du réservoir à distinguer deux états internes voisins issus de deux informations d'entrée différentes.

**Propriété d'approximation** (*approximation property* (AP)) est liée à la SP. Le réservoir doit être capable de distinguer deux états voisins mais, doit également être suffisamment robuste afin de ne pas trop amplifier des différences non significatives de deux variantes proches d'une même entrée.

**Propriété de mémoire évanescence** (*fading-memory property* (FP)). Elle permet aux systèmes de revenir au repos si aucun stimulus n'est présent. Cette propriété implique également que le réservoir possède une mémoire finie de l'information à traiter, c'est à dire que la sortie ne peut révéler la réponse souhaitée que lors d'un transitoire.

### 1.2.5 Discussion

Étudié et développé originellement dans les domaines respectifs de H. Jaeger et de W. Maass que sont l'apprentissage machine et les neurosciences, il faudra attendre 2006 pour voir apparaître le RC comme une vision unifiée de ces deux approches suite aux travaux de J. Van Compenhout, professeur à l'université de Gent. C'est lors d'une conférence à l'école doctorale IAP à Couvin (Belgique), qu'il propose l'idée d'une éventuelle implémentation physique, en photonique, du *reservoir computing* [41]. L'idée d'une implémentation photonique a été développée par la suite de 2007 à 2010 dans le cadre de la 6ème phase du *IAP network "photonics@be"* associant trois universités, celle de Gent, de l'ULB et la VUB à Bruxelles [42], [43].

Parallèlement, au début de l'année 2010, le projet européen PHOCUS (présenté en avant-propos) propose de simplifier la topologie des RC en intégrant d'autres concepts physiques tout aussi complexes comme les dynamiques non-linéaires à retard. Les travaux du projet PHOCUS sont détaillés aux chapitres 2 et 3, mais avant cela nous proposons d'introduire les dynamiques non-linéaires à retard.

### 1.3 Dynamiques non-linéaires

Pour comprendre le fonctionnement d'un système dynamique non-linéaire, il est important de rappeler clairement ce qu'est un système dynamique (linéaire ou non).

Les systèmes dynamiques constituent un domaine scientifique très fortement pluridisciplinaire, dont l'objet concerne l'étude de l'évolution d'une ou plusieurs variables dans le temps et/ou l'espace. Ils évoluent aussi bien à partir de données passées que présentes (principe de causalité) et sont généralement modélisés mathématiquement par une équation différentielle ou une simple itération à l'image de la suite logistique (1.7) utilisée, entre autre, par le biologiste Robert May en 1976 pour caractériser l'évolution d'une population animale sur plusieurs générations [44]. Notons que cette suite logistique possède une récurrence non-linéaire (de type parabolique) et est donc appelée "système dynamique non-linéaire".

$$x_n = \lambda x_{n-1}(1 - x_{n-1}) \quad (1.7)$$

L'étude des lois d'évolutions des systèmes dynamiques nous amène à considérer deux situations distinctes. Tout d'abord, ces systèmes démarrent suivant un régime transitoire qui est souvent évincé de l'étude car il représente un comportement trop complexe et par définition temporaire. Cependant, c'est précisément cette situation que nous utilisons dans nos approches de *reservoir computing*. Puis, la seconde situation, appelée solution asymptotique, consiste à étudier le système dynamique une fois le régime transitoire terminé. Ces solutions asymptotiques sont aussi à considérer dans le fonctionnement de nos systèmes RC, mais essentiellement dans son état de repos, hors de la phase de calcul, où nous travaillons avec une solution asymptotique de point fixe stable apportant la capacité de *fading-memory* des systèmes RC. Les solutions asymptotiques sont généralement les plus étudiées dans la plupart des études en dynamique non-linéaire, avec par exemple un ensemble d'outils, tels que le diagramme de bifurcation, l'entropie, l'espace des phases ou encore l'exposant de Lyapunov, que nous détaillons dans la suite de ce manuscrit.

Un dernier point primordial que nous souhaitons souligner concerne l'évolution d'un système dynamique en rapport avec sa condition initiale. Celle-ci remplit deux fonctions. Pour commencer, elle contribue fortement à l'évolution temporelle et/ou spatiale du système dynamique. En particulier lorsqu'il s'agit de solutions chaotiques, la moindre variation de condition initiale, si petite soit elle, peut donner place à un tout autre comportement. De plus, le nombre de conditions initiales défini directement la dimensionnalité du système dynamique. Notons que le cas des

systèmes dynamiques non-linéaire à retard, nécessitant une infinité de conditions initiales, est détaillé au paragraphe 1.3.4.

### 1.3.1 Généralités sur les dynamiques non-linéaires

La grande majorité des phénomènes physiques non-linéaires observables est définie par la physique des dynamiques non-linéaires. Ceux-ci peuvent être répartis en 3 catégories différentes, d'après leurs solutions asymptotiques. Le tableau 1.2 représente ces catégories de DNL (lignes), en fonction du nombre de degrés de liberté (colonnes), nécessaire pour obtenir différents régimes dynamiques asymptotiques stables, du plus simple (un point fixe) au plus complexe (trajectoire chaotique).

Degré de liberté	1	2	3	4	...	8
<b>1 : Flots</b>	point fixe	tore	chaos	...	...	chaos
<b>2 : Semi cascade</b>	tore	chaos	...	...	...	chaos
<b>3 : Cascade</b>	chaos	...	...	...	...	chaos

TABLE 1.2 – Tableau des différentes familles de dynamique non-linéaire en fonction des dimensions de l'espace des phases.

**La première catégorie** est appelée “flot” (*flow*). L'apparition de phénomènes chaotiques est possible si au moins 3 degrés de liberté sont présents dans le système dynamique. On donne plusieurs exemples de flots par la suite avec les dynamiques chaotiques d'E. Lorenz [45], d'O. Rössler [46] ou encore L. Chua [47]. Cette famille de DNL a été initialement abordée mathématiquement par Henri Poincaré puis complétée par Ivar Bendixon au début du XXe siècle. Ces travaux ont permis de nombreux autres résultats qui ont donné lieu au théorème de Poincaré-Bendixon.

$$\frac{dx}{dt}(t) = f(x) \tag{1.8}$$

Ce théorème énonce que tout système dynamique décrit par une équation différentielle ordinaire du premier ordre de la forme de l'équation (1.8) dans laquelle  $f(x)$  est une fonction continue dérivable, peut avoir une solution chaotique si le système possède plus de deux degrés de libertés. Ce théorème a été illustré dans les années 60 avec les travaux d'E. Lorenz.

**La seconde catégorie** est appelée “semi-cascade”. Contrairement à la première catégorie, il ne s'agit plus d'un flot mais d'une itération ayant pour particularité

d'être réversible. La dynamique non-linéaire la plus connue et la plus étudiée est celle de Hénon. Il s'agit d'un système à temps discret composé de deux paramètres  $a$  et  $b$  et défini par le système (1.9).

$$\begin{cases} x_{n+1} = y_n + 1 - ax_n^2 \\ y_{n+1} = bx_n \end{cases} \quad (1.9)$$

Dans ces conditions, seulement deux dimensions représentés ici par les deux variables dynamiques discrétisées  $x_n$  et  $y_n$  sont nécessaires pour l'obtention d'une dynamique chaotique.

**La troisième catégorie** est appelée "cascade". Il s'agit d'une itération non réversible où seulement une variable est nécessaire pour donner lieu à un comportement chaotique. Un exemple de cascade a déjà été donné à l'équation (1.7), et nous en donnons aussi un second en rapport direct avec ce travail de thèse, qui est défini par l'équation (1.10). Il s'agit du modèle d'Ikeda [48, 49] discretisé sur lequel nous revenons plus en détails dès le paragraphe suivant. Ce modèle discretisé est obtenu par approximation du flot à retard qui décrit notre réservoir physique, selon la limite singulière itérative des équations à retard.

$$x_{n+1} = \beta \sin^2(x_n + \phi_0). \quad (1.10)$$

Dans cette itération, une seule dimension représentée ici par la variable  $x_n$  est nécessaire pour obtenir des trajectoires chaotiques. Ceci est dû à la forme de l'itération dans laquelle seul  $x_n$  doit être connu pour calculer la valeur suivante  $x_{n+1}$ , résultant en une dynamique de dimension 1 et  $x_0$  représentant ici la condition initiale, de dimension 1 dans notre cas.

### 1.3.2 Outils de caractérisation des dynamiques non-linéaires

L'évolution des dynamiques non-linéaires peut être simple (point fixe, régime périodique, ...) comme chaotique (trajectoire difficilement prévisible). L'étude de ces systèmes dynamiques non-linéaires repose essentiellement sur l'observation et la caractérisation de leurs solutions asymptotiques (au détriment du transitoire trop complexe). Plusieurs outils de caractérisation sont indispensables tels que l'espace des phases, le diagramme de bifurcation, l'entropie ou encore l'exposant de Lyapunov. Notons qu'ils en existent d'autres, mais ceux-ci seront dans notre cas les plus utilisés.

### 1.3.2.1 Diagramme de bifurcation

Une bifurcation est un phénomène typique dans l'étude des systèmes dynamiques non-linéaires. Ces bifurcations correspondent à un changement parfois brutal du type de solution asymptotique de la variable dans un système dynamique donné. Ce changement est causé par des variations de paramètres caractérisant le système dynamique et ils s'observent sur des systèmes continus comme sur des systèmes discrets. Prenons l'exemple de l'application d'Ikeda, définie par l'équation (1.10), dans laquelle  $x_n$  est la variable dynamique discretisée. Un diagramme de bifurcation de cette application est donné en (figure 1.8), sur lequel on observe l'évolution de la distribution statistique des valeurs asymptotiques de  $x_n$  en fonction de  $\beta$ . La simulation a été obtenue en prenant  $x_0 = 0.5$  comme condition initiale,  $\beta$  variant de 1 à 2.7 et  $\phi_0$  fixé arbitrairement à 0.2.

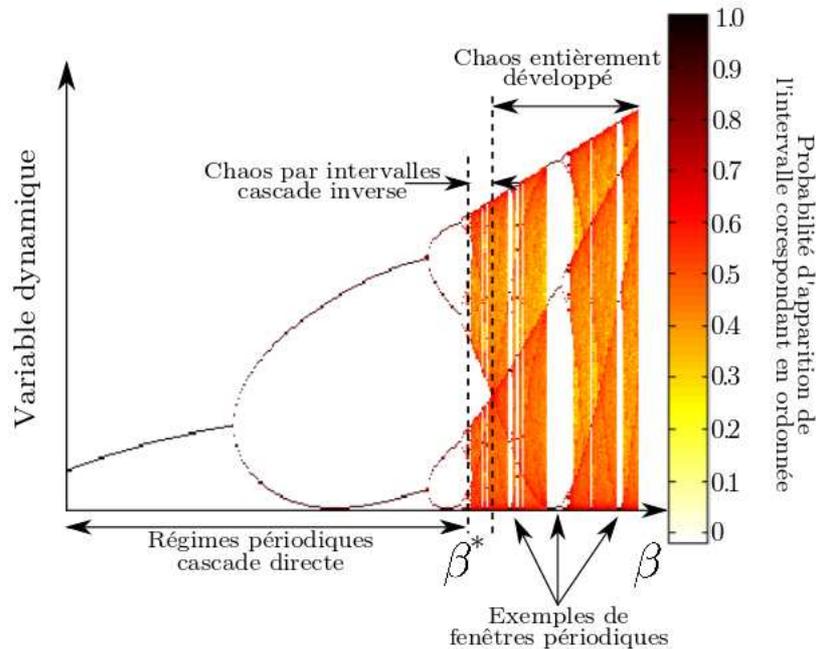


FIGURE 1.8 – **Diagramme de bifurcation de l'application d'Ikeda (1.10).** Les valeurs numériques utilisées sont  $x_0 = 0.5$ ,  $\beta$  variant de 1 à 2.7 et  $\phi_0 = 0.2$ .

La partie de gauche, du diagramme de bifurcation illustré sur la (figure 1.8), a une seule branche correspondant au régime stable (point fixe). En régime permanent, un seul point stable est permis d'où une probabilité unique (voir échelle

des couleurs). Puis, nous observons un dédoublement de cette branche qui est la première bifurcation vers un cycle d'ordre 2. Le principe de dédoublement en cascade se termine pour la valeur du paramètre de bifurcation  $\beta^*$  et laisse place au régime chaotique. Après la cascade inverse dans laquelle le chaos est entrecoupé de fenêtres de périodicité, on obtient un chaos dit "entièrement développé" pour les fortes valeurs de  $\beta$ . Comme nous l'avons dit en introduction de la section 1.3.2, les outils tel que le diagramme de bifurcation ne considèrent qu'un ensemble de solutions asymptotiques atteintes en régime stable. Il convient d'utiliser le diagramme de bifurcation d'un point de vue qualitatif compte tenu de l'approximation singulière itérative faite pour le modèle discret du système d'Ikeda. Néanmoins, il reste une première approche très utile pour apercevoir rapidement le comportement dynamique d'un système dynamique non-linéaire.

Nous verrons par la suite les effets du paramètres  $\phi_0$  sur le diagramme de bifurcation, lors d'une étude plus détaillée du modèle d'Ikeda complet, celui du flot à retard – paragraphe 1.3.5 –.

### 1.3.2.2 Espace des phases

L'espace des phases est un outil mathématique et physique très apprécié lors de l'étude d'une dynamique non-linéaire. Ces DNL sont définies par une ou plusieurs équations différentielles dont l'évolution des solutions temporelles est riche et complexe. Si l'analyse quantitative de ces systèmes nous donne précisément l'évolution au cours du temps, il reste difficile d'imaginer à travers une équation, si les solutions seront amenées à diverger ou au contraire à converger.

C'est sur cette problématique qu'intervient l'espace des phases. Il s'agit d'un espace abstrait dont les coordonnées sont les variables dynamiques du système étudié. L'espace des phases nous renseigne qualitativement sur l'évolution globale de la DNL et permet de mettre graphiquement en évidence certains comportements asymptotiques ou non (attracteur étrange, singularité, bassin d'attraction, séparatrice, cycle limite, ...) que le modèle différentiel local ne donne pas immédiatement. Des exemples d'espaces des phases sont donnés par la suite avec les systèmes chaotique de Lorenz, Rössler ou encore Chua.

### 1.3.2.3 Entropie

L'entropie est également un outil d'analyse qualitative des solutions asymptotiques de  $x_n$ . Comme il s'agit d'une quantité unique, un nombre positif  $\Omega$  (et non une fonction comme la densité de probabilité utilisée pour le diagramme de bifurcation), la représentation graphique en 3D de cette entropie permet d'explorer les

solutions asymptotiques en fonction de deux paramètres ( $\beta$  et  $\phi_0$  dans l'exemple donné sur la (figure 1.9)).

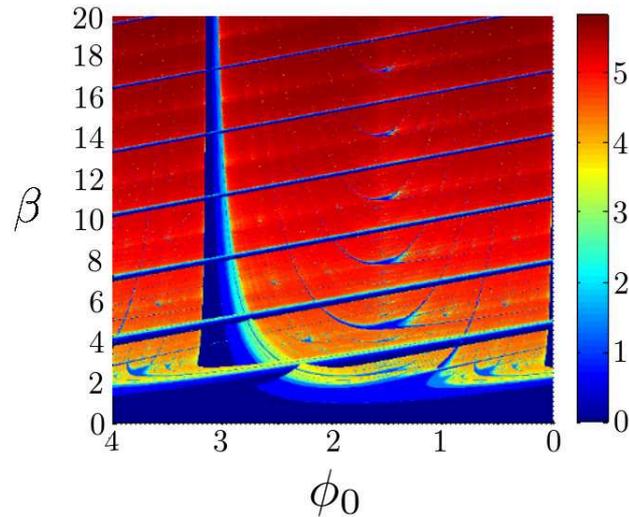


FIGURE 1.9 – Tracé de l'entropie de la dynamique d'Ikeda dans le plan  $(\beta, \phi_0)$  (1.10).

L'entropie est une quantité  $\Omega > 0$  définie suivant l'équation (1.11) en fonction de la probabilité  $\rho(P)$  de l'apparition d'un point  $P$  de l'espace des phases du système dynamique, pour chaque couple de paramètre  $\beta$  et  $\phi_0$ , et dont la valeur croît de manière monotone en fonction de la complexité (ou du degré de désordre) de la solution asymptotique  $\{x_n\}_{n \rightarrow \infty}$ .

$$\Omega = - \sum_{i|\rho(P_i) \neq 0} \rho(P_i) \ln[\rho(P_i)] \quad (1.11)$$

Donc, pour un régime stable (point fixe), l'entropie est nulle et devient élevée pour un régime chaotique. Sur la (figure 1.9) plus la couleur vire au rouge foncé plus l'entropie est élevée.

### 1.3.2.4 Exposant de Lyapunov

Une autre méthode consiste à étudier analytiquement le comportement de la dynamique en fonction de la sensibilité à ses conditions initiales. Cette méthode de caractérisation a été mise au point par le mathématicien russe Alexandre M.

Lyapunov et permet de définir une quantité caractérisant la capacité de la dynamique à diverger ou non. Il s'agit de l'exposant de Lyapunov  $\Lambda$  qui mesure le degré de sensibilité d'un système dynamique, défini suivant l'équation (1.12) pour une dynamique à temps discret.

$$\Lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln |f'(x_{i-1})| \quad (1.12)$$

Lorsque l'exposant de Lyapunov est positif, alors la moindre variation de condition initiale (ou perturbation) est amplifiée au cours du temps conférant alors à la solution étudiée la propriété de sensibilité aux conditions initiales caractéristiques des comportements chaotiques. Si au contraire, l'exposant de Lyapunov est négatif, les perturbations sont atténuées au cours du temps, et la trajectoire de la solution étudiée est stable (point fixe stable, cycle limite stable). Bien que l'exposant de Lyapunov n'est quasiment pas utilisé dans ces travaux, il reste néanmoins un outils de caractérisation très répandu dans le domaine des dynamiques chaotiques.

### 1.3.3 Dynamiques non-linéaires : quelques exemples

Les dynamiques non-linéaires ainsi que les systèmes chaotiques sont omniprésents dans notre quotidien et les exemples sont aussi nombreux que variés. D'une manière générale, nous retiendrons que tout système dynamique non-linéaire modélisé par un système d'équations différentielles (au moins 3 degrés de libertés et un élément non-linéaire) ou une simple équation différentielle à retard peut être potentiellement chaotique ou tout simplement être à l'origine de comportements complexes. Ainsi, les phénomènes de DNL se manifestent concrètement dans l'évolution de la bourse, dans celui de notre rythme cardiaque, de notre respiration, ainsi que dans les oscillations présentes au niveau des neurones de notre cerveau. L'évolution des volutes d'une cigarette, les vagues à la surface d'un océan ou encore les révolutions de la terre autour du soleil sont directement concernées par la théorie des DNL. Dans cette section, nous avons choisi d'énumérer quelques exemples concrets, qui ont marqués l'étude des DNL, en particulier à cause des solutions chaotiques qui ont été explorées dans ces modèles, tels que les travaux d'Edward Lorenz, d'Otto Rössler ou encore de Leon Chua.

#### 1.3.3.1 Edward Lorenz, la météorologie et le chaos

Edward Lorenz est considéré comme le père du chaos [50]. Météorologue et mathématicien au *Massachusetts Institute of Technology* (M.I.T), il travaillait sur des problèmes liés aux prévisions météorologiques. Le système météorologique de notre planète est un système dynamique complexe dépendant de beaucoup de

paramètres. Ce système peut être décrit mathématiquement par la mécanique des fluides avec les équations de Naviers-Stokes. Dans les années 60, la modélisation numérique d'un tel système était relativement difficile compte tenu des ordinateurs de l'époque, mais E. Lorenz choisit de considérer uniquement le phénomène de convection Rayleigh-Bénard, ce qui lui permit de simplifier le système météorologique à seulement 3 équations différentielles couplées symbolisant les interactions entre océan et atmosphère. Le modèle de Lorenz est donné par le système (1.13) composé des équations :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma(y - x), \\ \frac{dy}{dt} = \rho x - y - xz, \\ \frac{dz}{dt} = xy - \zeta z. \end{cases} \quad (1.13)$$

Ce système est réduit au maximum. Les paramètres  $\sigma$  et  $\rho$  représentent respectivement le nombre de Prandtl et le rapport du nombre de Rayleigh sur le Rayleigh critique.  $\zeta$  est un paramètre de correction lié à la géométrie du problème.  $x(t)$  est proportionnel à l'intensité du mouvement de convection,  $y(t)$  est proportionnel à la différence de température entre les courants ascendants et descendants, et  $z(t)$  est proportionnel à l'écart du profil de température vertical par rapport à un profil linéaire (perte d'environ 1°C tous les 100m) [45].

Pour E. Lorenz, l'évolution des conditions météorologiques est définie par des lois déterministes et dans ce cas, un simple calculateur pouvait déterminer une dynamique de l'atmosphère connaissant les conditions initiales. Durant l'hiver 1961, Lorenz voulut reprendre une simulation numérique utilisant les dernières données calculées les jours précédents (les ordinateurs étant des outils partagés surtout à cette époque). Pour gagner du temps, il décide de tronquer la dernière valeur obtenue à 3 décimales "0.506" au lieu de "0.506127" puis lance la simulation. Quelques temps plus tard, E. Lorenz reste perplexe devant le résultat de la simulation qui diverge par rapport aux prévisions [50]. Il venait de mettre en évidence un phénomène de sensibilité aux conditions initiales de son modèle physique, qui est une signature de tout phénomène chaotique. Cette sensibilité a été immortalisée par la désormais célèbre citation d'Edward Lorenz, appelée "effet papillon" :

*"Le battement d'aile d'un papillon au Brésil peut-il engendrer une tornade au Texas [51]"*.

Perplexe face à cette découverte, E. Lorenz cherche à comprendre et à expliquer

le comportement de son modèle. Pour cela, il utilise l'espace des phases correspondant. Dans ce cas, l'espace des phases a 3 dimensions, les coordonnées étant les variables dynamiques du modèle  $x(t)$ ,  $y(t)$  et  $z(t)$ . L'espace des phases du modèle d'E. Lorenz avec une portion de trajectoire chaotique est illustré sur la (figure 1.10). Lorenz découvre alors que l'évolution des variables dynamiques de

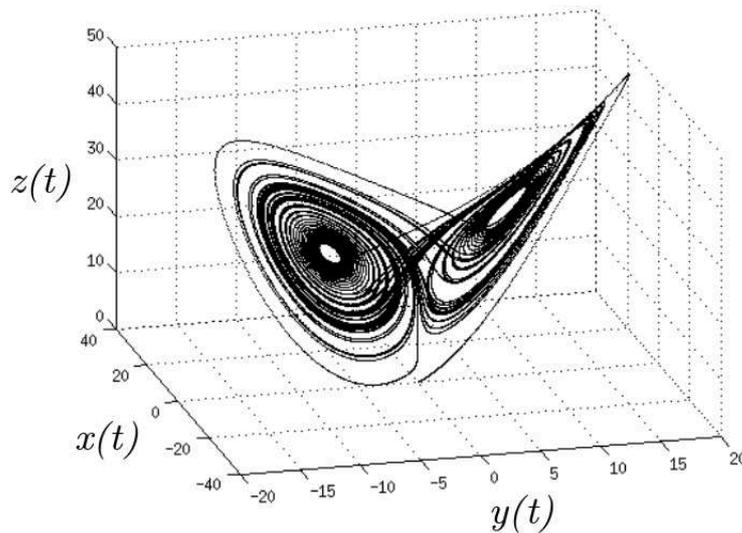


FIGURE 1.10 – **Attracteur de E. Lorenz.**

son système a une trajectoire chaotique, car la courbe ne passe jamais deux fois au même endroit. Cependant, si l'on considère la trajectoire chaotique dans son ensemble, il est obligé d'admettre un certain ordre car elle semble s'enrouler autour de spirales dans deux plans différents tels les ailes d'un papillon. Cette figure typique du modèle de Lorenz est appelée attracteur de Lorenz.

### 1.3.3.2 Otto Rössler et la théorie du chaos

Un autre nom important dans l'histoire des dynamiques chaotiques est sans doute celui d'Otto Rössler, biochimiste allemand à l'université de Tübingen. C'est en 1976 qu'O. Rössler publie un article sur l'étude d'un attracteur (qui portera son nom par la suite) basé sur un système très simple de trois équations différentielles couplées, proche de celui d'E. Lorenz. Le système à trois équations de Rössler est donné ci-dessous :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - z, \\ \frac{dy}{dt} = x + \xi y, \\ \frac{dz}{dt} = \Theta + z(x - \chi). \end{cases} \quad (1.14)$$

De même que pour l'attracteur de Lorenz, on observe une trajectoire chaotique,

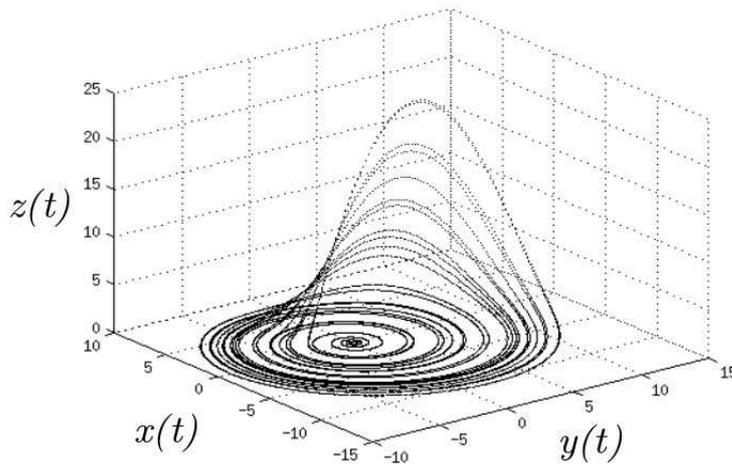


FIGURE 1.11 – Attracteur de O. Rössler.

avec cependant une structure de l'attracteur chaotique plus simple. Le modèle mathématique développé par Rössler n'est pas lié au besoin de modéliser un système physique expérimental comme ce fut le cas pour E. Lorenz. L'objectif était purement fondamental afin de mieux cerner les phénomènes mis en jeu dans cette nouvelle discipline [46]. Il a pour avantage d'être plus simple à analyser et à comprendre car l'étude de ce modèle dans son espace des phases ne comporte qu'une seule spirale. L'attracteur de Rössler est donné (figure 1.11).

### 1.3.3.3 Oscillateur de Chua

L'oscillateur de Chua [47] est un montage électronique simple ayant pour avantage d'illustrer les dynamiques non-linéaires aussi bien théoriquement que dans la pratique. Il s'agit d'un circuit électronique composé essentiellement d'éléments

linéaires comme une résistance  $R$ , deux condensateurs  $C_1$  et  $C_2$  et une inductance  $L$ . Dans ce montage est inséré un seul élément non-linéaire que l'on appelle "diode de Chua", et qui est implémenté grâce à un circuit électronique basé sur un amplificateur opérationnel. Ce circuit, si simple soit-il, permet obtenir

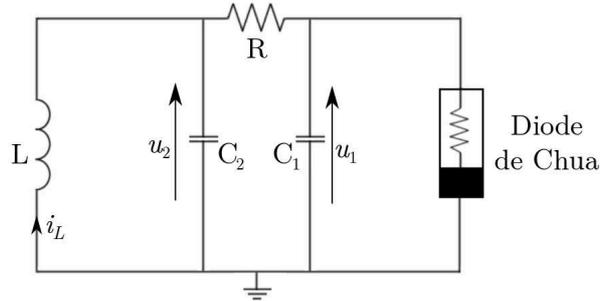


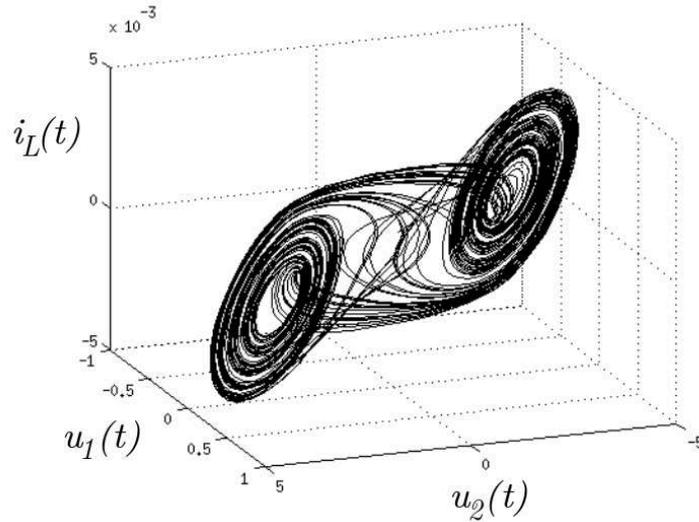
FIGURE 1.12 – **Circuit électronique de Chua.** Il est composé d'éléments linéaires ( $R, L, C_1$  et  $C_2$ ) et d'une diode non-linéaire appelée diode de Chua.

divers phénomènes du plus simple, régime périodique, au plus complexe, attracteur de type Rössler, et attracteur à doubles spirales qui correspond à l'imbrication de deux attracteurs de Rössler. En étudiant les lois dynamiques des grandeurs électrocinétiques indépendantes à travers les différents composants du circuit de Chua, il est possible de modéliser ce montage en un système (1.15) de 3 équations différentielles non-linéaires couplées :

$$\begin{cases} \frac{du_1}{dt} = \frac{1}{C_1 R}(u_2 - u_1) - \frac{g(u_1)}{C_1}, \\ \frac{du_2}{dt} = \frac{1}{C_2 R}(u_1 - u_2) - \frac{i_L}{C_2}, \\ \frac{di_L}{dt} = -\frac{u_2}{L}. \end{cases} \quad (1.15)$$

Dans ce système  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  sont respectivement les différences de potentiels présentes aux bornes des condensateurs  $C_1$  et  $C_2$ , et  $i_L(t)$  est le courant traversant l'inductance  $L$ . La conductance de la diode non-linéaire de Chua  $g(V)$  s'interprète comme un générateur de courant dont l'évolution de l'intensité dépend de la différence de potentiel à ses bornes. La conductance  $g(u_1)$  normalisée et appelée  $g(x)$  est décrite par l'équation (1.16).

$$g(x) = bx + \frac{1}{2}(a - b)|x + 1| - |x - 1| \quad (1.16)$$

FIGURE 1.13 – **Attracteur de Chua.**

La (figure 1.13) est une simulation du circuit du Chua sur laquelle on peut voir l'espace des phases à 3 dimensions du modèle où évolue un attracteur à double spirale.

### 1.3.4 Dynamiques non-linéaires à retard

Les équations différentielles à retard (EDR) se retrouvent fréquemment dans différents domaines physiques (électricité, mécanique, ...), que le retard soit naturel ou artificiel. Pour comprendre en quoi l'introduction d'un retard dans ces équations est importante, commençons par un rappel sur les équations différentielles ordinaires (EDO). La plus simple EDO est décrite par l'équation (1.17).

$$\frac{dx}{dt}(t) = \alpha x(t) \quad (1.17)$$

Pour résoudre cette équation différentielle ordinaire du premier ordre, il est nécessaire de connaître la condition initiale, c'est à dire la valeur de  $x(t)$  pour  $t = 0$ , (figure 1.14a). La résolution demande la connaissance d'une seule condition initiale et la dynamique ainsi étudiée est de dimension 1. A présent, ajoutons un retard temporel  $\tau_D$ , l'équation (1.17) devient :

$$\frac{dx}{dt}(t) = \alpha x(t - \tau_D). \quad (1.18)$$

On peut aisément comprendre, (figure 1.14b), qu'il est nécessaire d'avoir connaissance de toutes les valeurs de  $x(t)$  avec  $t \in [-\tau_D, 0]$  pour résoudre l'équation différentielle à retard, or cet intervalle est composé d'une infinité de valeurs. La dimension d'une dynamique à retard est donc infinie (au même titre que les dynamiques spatio-temporelles) [52]. Nous l'avons vu précédemment, un des critères

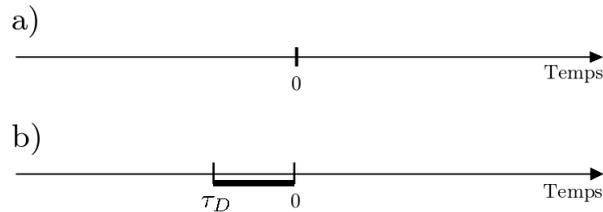


FIGURE 1.14 – **Équations différentielles (EDO et EDR) et conditions Initiales.** La figure a) représente l'unique condition initiale  $x(0)$  nécessaire pour la résolution d'une EDO et la figure b) indique que les conditions initiales pour la résolution d'une EDR sont comprises entre  $[-\tau_D, 0]$ , soit une infinité de valeurs.

essentiels pour l'obtention d'un chaos dans un système dynamique non-linéaire est son nombre de degrés de liberté (qui doit être au moins égal à trois pour la catégorie des flots).

Bien que les dynamiques non-linéaires à retard peuvent révéler des comportements a priori complexes du fait de la dimension infinie de leur espace des phases, elles sont cependant souvent décrites par des modèles très simples. A titre d'illustration, nous présentons deux modèles très répandus dans la littérature, celui de Mackey-Glass utilisé pour la description des mécanismes de production de certaines cellules sanguines, et celui d'Ikeda [49] qui modélise la dynamique d'une cavité optique non-linéaire en anneau. Dans ce dernier exemple, nous montrerons les différentes étapes de modélisation en considérant dans un premier temps uniquement l'élément non-linéaire retardé, puis en ajoutant une dynamique passe-bas et passe-bande.

### 1.3.4.1 Modèle de Mackey-Glass

Les dynamiques non-linéaires à retard basées sur le modèle de Mackey-Glass [53] sont décrites mathématiquement par l'équation (1.19).

$$\frac{dx}{dt}(t) = -x(t) + a \left[ \frac{x(t - \tau_D)}{1 + bx^p(t - \tau_D)} \right] \quad (1.19)$$

Dans laquelle  $a$  est le facteur de couplage,  $b$  le coefficient de non-linéarité et  $\tau_D$  le retard temporel. Dans le membre de droite, on constate que la variable dynamique  $x(t)$  retardée d'une valeur  $\tau_D$  apparaît dans le terme non-linéaire (terme entre crochet dans l'équation (1.19)). La forme de la non-linéarité est illustrée en

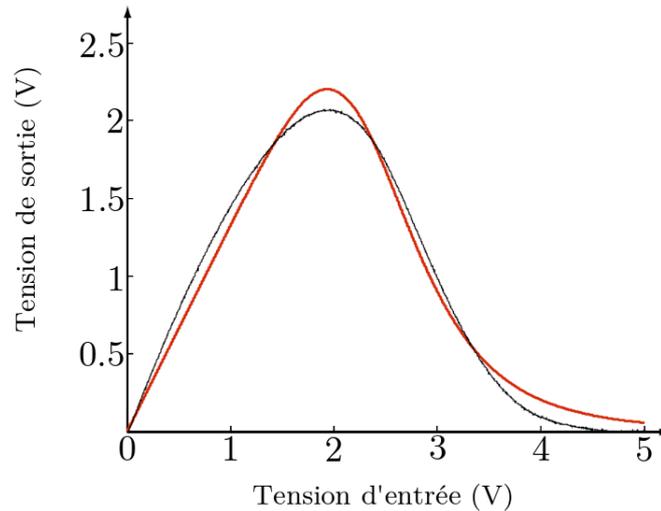


FIGURE 1.15 – **Non linéarité de Mackey-Glass.** Réponse expérimentale en noire et réponse théorique en rouge pour les paramètres  $a = 1.33$ ,  $b = 0.4$  et  $p = 6.88$  dans l'équation (1.26) [54].

(figure 1.15) dans le cadre de sa mise en œuvre expérimentale avec des circuits électroniques. Les comportements complexes décrits par cette équation sont issus du domaine biomédicale sur lequel travaillaient deux chercheurs de l'université de McGill au département de physiologie. Michael C. Mackey étudiait, au début des années 80 les maladies hématologiques ayant pour caractéristiques une évolution des cellules sanguines décrite par une dynamique complexe retardée. C'est au sein de la même université qu'il rencontre Leon Glass, spécialisé dans les comportements dynamiques complexes du système respiratoire et cardiaque, mais également dans les réseaux neuronaux. À la suite de leur collaboration, Mackey et Glass suggèrent de modéliser certains phénomènes physiologiques (battements de cœur, respiration, oscillation et répliation des cellules sanguines, ...) par une équation différentielle ordinaire dans laquelle un retard temporel  $\tau_D$  est introduit afin d'expliquer certains phénomènes complexes, ce qui donnera l'équation de Mackey-Glass.

Les simulations illustrées sur la (figure 1.16) montrent l'évolution des variables dynamiques étudiées sur lesquelles on distingue trois phases différentes, un état

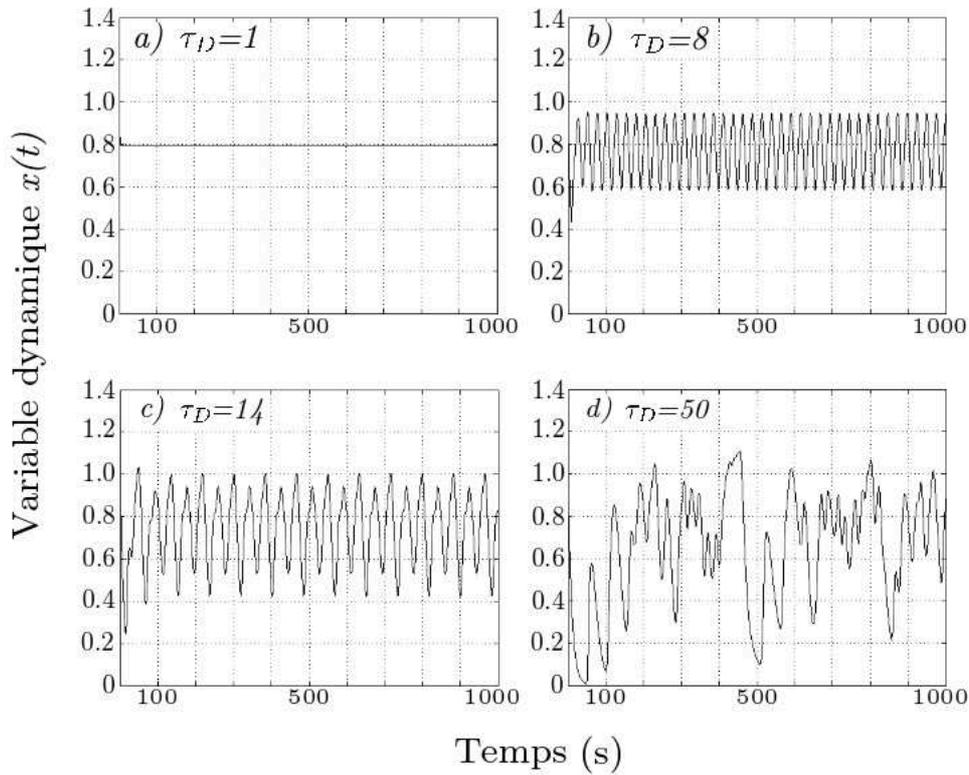


FIGURE 1.16 – **Dynamique de Mackey-Glass.** Simulation de l'équation de Mackey-Glass utilisant une intégration numérique de Runge-Kutta du 4ème ordre : Route vers le chaos dans le cas où le retard  $\tau_D$  est considéré comme paramètre de bifurcation avec les paramètres  $a = 1.33$ ,  $b = 0.4$  et  $p = 6.88$ .

stable puis un dédoublement de période en cascade, jusqu'à obtenir un signal chaotique.

### 1.3.5 Modèle d'Ikeda

Un autre exemple de système dynamique non-linéaire à retard est celui étudié par le physicien japonais Kensuke Ikeda. Le modèle dérivé par Ikeda dans les années 70 est issu d'une cavité tout optique particulière à partir de laquelle des signaux chaotiques sont observables.

### 1.3.5.1 Description de l'expérience

Cette approche est basée sur une cavité en anneau, (figure 1.17), contenant un matériau non-linéaire. Le retard temporel correspond au temps de propagation de la lumière lors d'un tour dans la cavité. Celle-ci est composée de 4 miroirs, deux étant semi-réfléchissants, permettant ainsi l'injection d'une onde lumineuse dans la cavité (miroir  $M_1$ ) et aussi son extraction (miroir  $M_2$ ). Les deux autres miroirs (miroir  $M_3$  et miroir  $M_4$ ) ont une réflectivité de 100%. Un dernier élément (une cellule de Kerr) est placé dans la cavité, réalisant un couplage entre le champs lumineux et l'indice de réfraction de la cellule de Kerr, dans laquelle se propage la lumière. Le champs lumineux en sortie de la cellule a ainsi subi, après propagation dans la cellule de Kerr, un déphasage proportionnel à son intensité à l'entrée. Cette intensité est celle obtenue lors de l'interférence entre le faisceau injecté dans la cavité et celui ayant fait un tour dans la cavité. Le champs lumineux ayant fait un tour dans la cavité optique est bien-sûr cohérent avec le champs injecté, mais il a subi un retard (trajet dans la cavité) et un déphasage Kerr (fonction de l'état d'interférence au tour précédent).

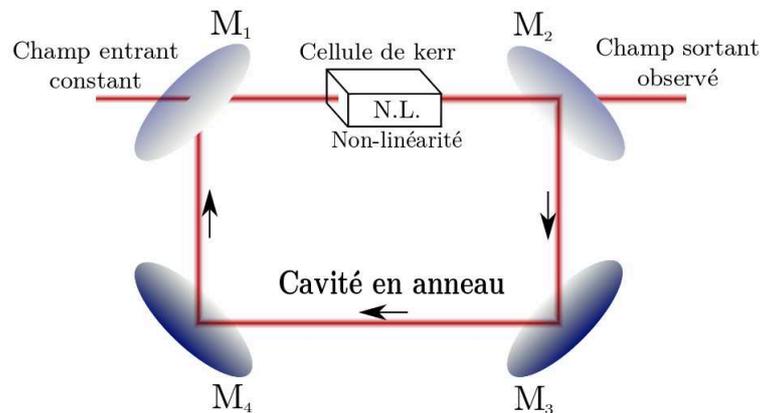


FIGURE 1.17 – Schéma de principe de la cavité en anneau étudiée par Kensuke Ikeda.

L'effet Kerr est un phénomène optique non-linéaire qui a pour expression :

$$\Delta n = n_2 |E|^2, \quad (1.20)$$

dans laquelle  $\Delta n$  est la variation d'indice de réfraction du milieu,  $|E|^2$  le module au carré du champs électrique (correspondant à l'intensité lumineuse) et  $n_2$

la sensibilité ou le coefficient de l'effet Kerr. On remarque dans notre cas que ce phénomène d'optique non-linéaire devient un effet linéaire car la variable dynamique est l'intensité lumineuse. La transformation non-linéaire intervenant dans la dynamique est donnée par la fonction d'interférence en entrée de la cavité.

### 1.3.5.2 Modélisation

La modélisation mathématique de ce système physique est un point important pour la compréhension du modèle d'Ikeda. Au lieu d'aborder une approche physique traditionnelle de l'expérience de la cavité d'Ikeda, nous proposons ici de dériver les mécanismes dynamiques de ce système par une approche de type "traitement du signal".

#### Fonction non-linéaire à contre-réaction retardée

Dans cette première partie, nous considérons la fonction non-linéaire à laquelle est ajoutée une contre-réaction retardée de la valeur  $\tau_D$ . Le montage représenté sous forme de "schéma blocs" est illustré sur la (figure 1.18). D'après la (figure

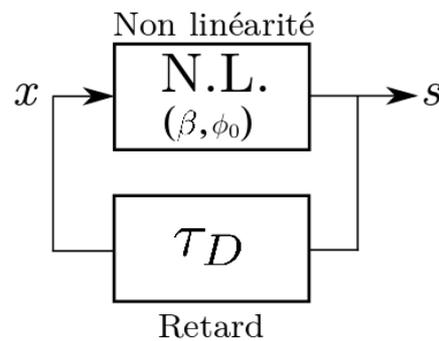


FIGURE 1.18 – Schéma bloc de la transformation non-linéaire à contre-réaction retardée.

1.18), nous pouvons écrire les relations liant l'entrée  $x(t)$  à la sortie de la fonction non-linéaire  $s(t)$  (ayant comme paramètres  $\beta$  et  $\phi_0$ ), respectivement équations (1.21) et (1.22).

$$x(t) = s(t - \tau_D) \tag{1.21}$$

$$s(t) = f[x(t)] = \beta \sin^2(x(t) + \phi_0) \tag{1.22}$$

Le modèle d'Ikeda peut être décrit de manière continu ou discretisé. Dans ce cas, il nous suffit de considérer que  $t \rightarrow n$  et que le retard temporel  $\tau_D$  est une unité de temps discrète, on obtient ainsi  $(t - \tau_D) \rightarrow (n - 1)$ . L'équation (1.22) s'écrit alors :

$$x(t) = \beta \sin^2(x(t - \tau_D) + \phi_0) , \quad (1.23)$$

$$x_n = \beta \sin^2(x_{n-1} + \phi_0) . \quad (1.24)$$

L'étude de la dynamique discrète, équation (1.24), passe par la recherche des

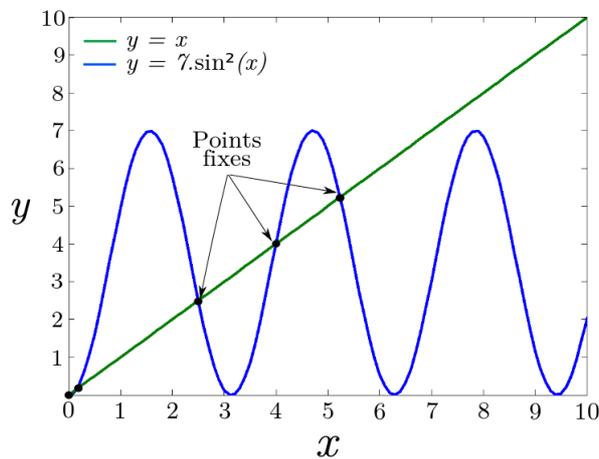


FIGURE 1.19 – **Graphe de la fonction non-linéaire avec mise en évidence des points fixes en tant qu'intersection avec  $y = x$ .**

points fixes ( $x_n = x_{n-1} = x$ ) qui vérifie l'expression  $x = f[x]$ . Ces points fixes, appelés également singularités, sont obtenus graphiquement aux intersections de l'équation (1.24) et de la fonction affine  $y = x$  comme indiqué sur la (figure 1.19). Ce graphe a été obtenu pour une valeur de  $\beta = 7$  et  $\phi_0 = 0$ . On constate alors les effets des paramètres  $\beta$  et  $\phi_0$  sur les points fixes.  $\beta$  correspond à un étirement vertical du graphe de la fonction non-linéaire, qui augmente le nombre d'intersections et donc le nombre de points fixes, le tout de manière proportionnelle. Le paramètre  $\phi_0$ , quant à lui, fait varier au plus de 2 unités le nombre de points fixes. L'influence de ces paramètres est illustrée pour plusieurs valeurs du couple  $(\beta, \phi_0)$  sur les graphes présentés en (figure 1.20).

### Fonction non-linéaire à contre-réaction retardée et dynamique passe-bas

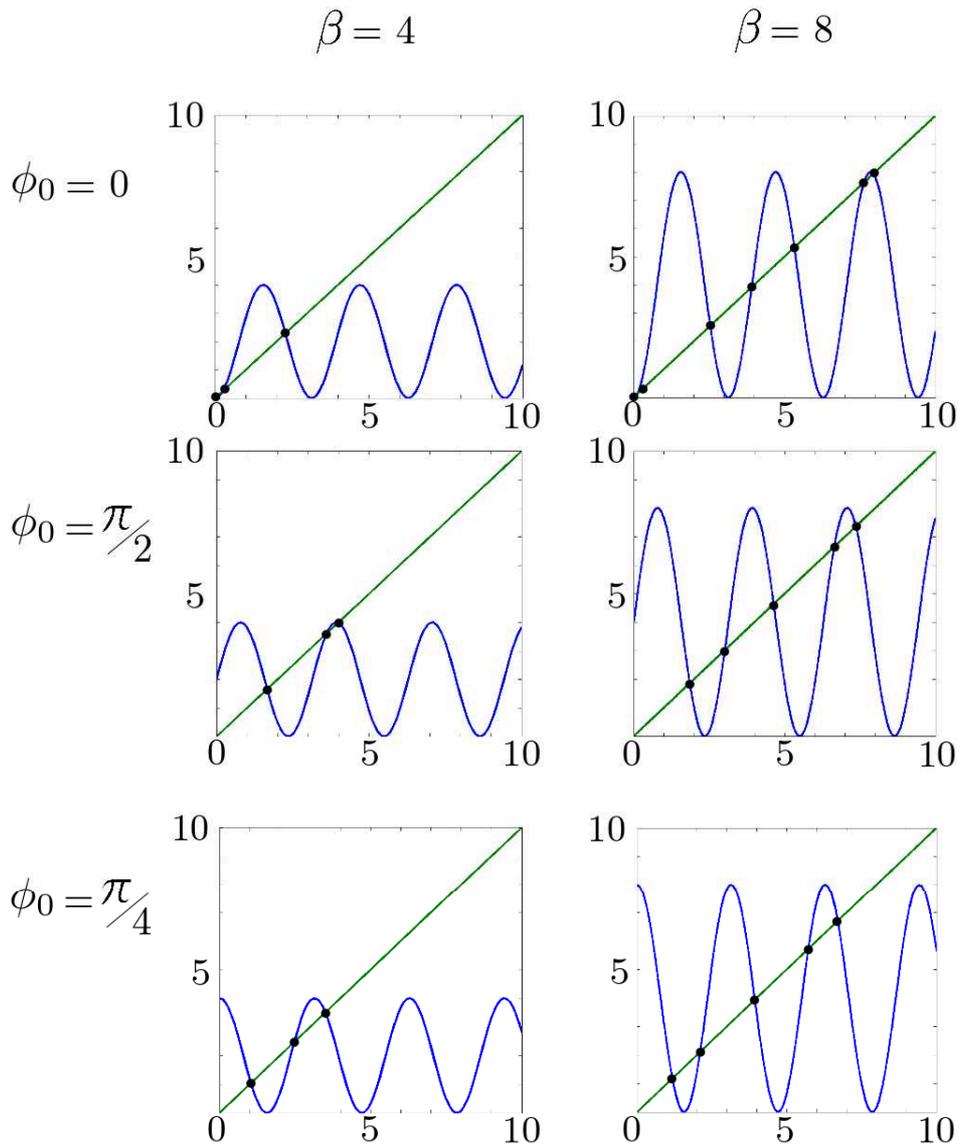


FIGURE 1.20 – Simulation de la fonction non-linéaire et points fixes en fonction des paramètres  $\beta$  et  $\phi_0$ . Le paramètre  $\beta$  contrôle l'amplitude de la fonction non-linéaire alors que le paramètre  $\phi_0$  agit sur la position horizontale de son graphe.

La justification de l'introduction d'un bloc passe-bas dans la chaîne de traitement du signal est simplement motivée par le fait qu'une variable physique définie par  $x_{n-1} = x(t - \tau_D)$ , ne peut changer de valeur de  $x_n = x(t)$  de manière instantanée. Cette illustration de la vitesse de transition de  $x$  peut se modéliser tout simplement par l'action d'un filtre passe-bas (les hautes fréquences sont atténuées au-delà d'une fréquence dite de "coupure" (figure 1.21b)). Le filtre passe-bas, représenté

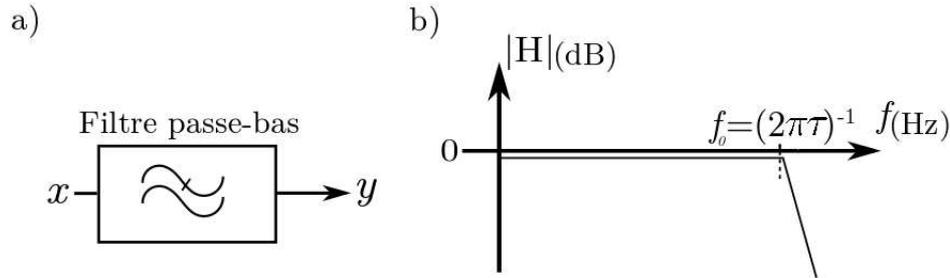


FIGURE 1.21 – **Dynamique passe-bas.** a) Schéma bloc de la dynamique passe-bas; b) Profil de filtrage.

par le schéma bloc, (figure 1.21a) est caractérisé par sa réponse impulsionnelle, notée  $h(t)$ . La sortie notée  $y(t)$  est définie comme un produit de convolution entre l'entrée  $x(t)$  et la réponse impulsionnelle du filtre  $h(t)$ , équations (1.25) et (1.26).

$$y(t) = x(t) * h(t) \quad (1.25)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta - t)h(\theta)d\theta \quad (1.26)$$

Dans l'espace de Fourier,  $y(t)$ ,  $x(t)$  et  $h(t)$  deviennent respectivement  $Y(\omega)$ ,  $X(\omega)$  et  $H(\omega)$ , équation (1.27) où  $\omega$  représente la pulsation d'une composante de Fourier. Le produit de convolution se traduit dans l'espace de Fourier par un produit simple.

$$Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \quad (1.27)$$

La fonction de transfert de la dynamique passe-bas, considérée dans l'espace de Fourier, est notée  $H(\omega)$  et définie d'après :

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}, \quad (1.28)$$

dans laquelle  $\omega_0$  est la pulsation de coupure liée à la fréquence de coupure  $f_0$  par  $\omega_0 = 2\pi f_0$ . Pour intégrer la dynamique passe-bas dans le modèle d'Ikeda, nous cherchons l'expression temporelle du signal de sortie  $y(t)$  en fonction de l'entrée  $x(t)$ . Pour cela, nous utilisons une propriété de la transformée de Fourier définie par :

$$j\omega Y(\omega) = TF \left[ \frac{dy}{dt}(t) \right]. \quad (1.29)$$

Si l'on écrit l'équation (1.28) sous la forme :

$$Y(\omega) \left( 1 + j \frac{\omega}{\omega_0} \right) = X(\omega), \quad (1.30)$$

il suffit de développer le terme de gauche dans l'équation (1.30), puis d'utiliser la propriété (1.29) pour trouver l'expression du signal de sortie  $y(t)$  dans le domaine temporel. La sortie  $y(t)$  de la dynamique passe-bas est solution d'une équation différentielle ordinaire du premier ordre ayant pour expression :

$$x(t) = y(t) + \tau \frac{dy}{dt}(t), \quad (1.31)$$

dans laquelle  $\tau$  est la constante de temps de la dynamique passe-bas, liée à  $\omega_0$  par la relation  $\tau = 1/\omega_0$ . Nous connaissons désormais la loi d'évolution d'une dynamique passe-bas. En considérant le modèle d'Ikeda dans son ensemble, représenté par le schéma bloc sur la (figure 1.22), nous pouvons le dériver sous la forme d'une équation de type différentielle à retard, non-linéaire, définie par :

$$x(t) + \tau \frac{dx}{dt}(t) = \beta \sin^2 [x(t - \tau_D) + \phi_0], \quad (1.32)$$

dans laquelle on rappelle que  $x(t)$  est la variable dynamique,  $\tau$  est la constante de temps de la dynamique passe-bas,  $\tau_D$  la valeur de retard temporel,  $\beta$  est le gain de boucle et  $\phi_0$  permet de déplacer le graphe de la fonction non-linéaire sur l'axe des abscisses.

### Cas particulier d'une dynamique passe-bande

Nous profitons de cette section pour introduire le cas où la dynamique employée dans le modèle d'Ikeda est remplacée par un profil passe-bande. Cette configuration sera utilisée dans nos travaux détaillés dans les chapitres 2 et 3.

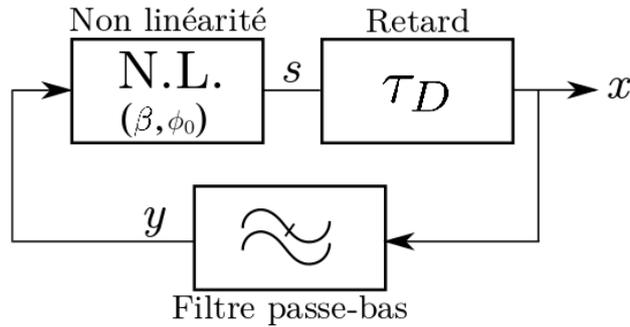


FIGURE 1.22 – Schéma bloc de la cavité en anneau étudiée par Kensuke Ikeda.

Son étude est similaire à la dynamique passe-bas et peut être simplifiée en considérant la dynamique passe-bande comme la succession d'une dynamique passe-haut et passe-bas. Le schéma bloc de cette dynamique ainsi que son profil de filtrage sont illustrés respectivement sur la (figure 1.23a) et b). L'étude du filtre passe-bas

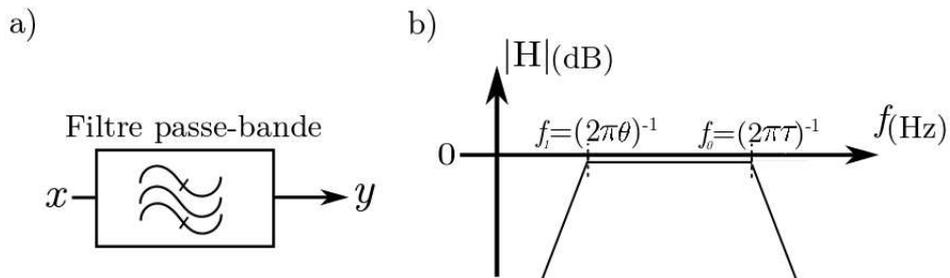


FIGURE 1.23 – **Dynamique passe-bande.** a) Schéma bloc de la dynamique passe-bande ; b) Profil de filtrage.

a été réalisée dans la section précédente. Pour le filtre passe-haut, la sortie  $y(t)$  est définie comme un produit de convolution entre l'entrée  $x(t)$  et sa réponse impulsionnelle  $h(t)$ , équation (1.25), ce qui donne dans l'espace de Fourier l'équation

(1.27). La fonction de transfert de cette dynamique passe-haut est définie par :

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{j \frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}}, \quad (1.33)$$

dans laquelle  $\omega_1$  est la pulsation de coupure et donne après simplification :

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{1}{1 + \frac{\omega_1}{j\omega}}. \quad (1.34)$$

En utilisant la même méthode pour la dynamique passe-bas, nous utilisons une propriété de la transformée de Fourier exprimée de la manière suivante :

$$\frac{1}{j\omega} Y(\omega) = TF \left[ \int_{t_0}^t y(s) d(s) \right]. \quad (1.35)$$

Si l'on écrit l'équation (1.34) sous la forme :

$$Y(\omega) \left[ 1 + \frac{\omega_1}{j\omega} \right] = X(\omega), \quad (1.36)$$

nous pouvons appliquer la propriété (1.35) après avoir développé le terme de gauche de l'équation (1.36), pour obtenir l'expression de la sortie  $y(t)$ , en fonction de l'entrée  $x(t)$ , de la dynamique passe-haut exprimée dans l'espace temporel, équation (1.37).

$$x(t) = \frac{1}{\theta} \int_{t_0}^t y(s) d(s) \quad (1.37)$$

On obtient une loi d'évolution régie par une intégrale faisant intervenir une nouvelle constante de temps notée  $\theta$  correspondant à la constante de temps du filtre passe-haut et définie par  $\theta = \omega_1^{-1}$ . Finalement la loi d'évolution régissant la dynamique passe-bande (filtre passe-haut et passe-bas) est définie par une équation intégral-différentielle à retard, non-linéaire du type :

$$x(t) + \tau \frac{dx}{dt}(t) + \frac{1}{\theta} \int_{t_0}^t x(s) d(s) = \beta \sin^2 [x(t - \tau_D) + \phi_0]. \quad (1.38)$$

Que ce soit pour la dynamique passe-bas ou passe-bande, la présence d'un retard dans cette expérience est à l'origine des solutions complexes. Afin de résoudre cette équation (intégré-)différentielle à retard, il est nécessaire de connaître les conditions initiales sur un intervalle de temps  $[-\tau_D, 0]$  qui correspond à une infinité de conditions initiales  $x(t)$  dont  $t \in [-\tau_D, 0]$  (cf. – paragraphe 1.3.4 –). C'est précisément ce potentiel de complexité dynamique engendré par le retard qui constitue l'argument principal en faveur de l'utilisation des dynamiques non-linéaires à retard dans le calcul neuromorphique, à la place des réseaux de neurones habituels (une dynamique spatio-temporelle de dimension infinie, correspondant à un réseau de "nœuds" dynamiques interconnectés). Dans ce cas, la dynamique non-linéaire à retard constituera le cœur "dynamique" de l'approche *reservoir computing* que l'on a appelé "réservoir" (cf. – paragraphe 1.2 –).

### 1.3.5.3 Simulations du modèle d'Ikeda

Pour résoudre numériquement l'équation différentielle à retard du modèle d'Ikeda, nous avons utilisé le logiciel Matlab. Nous utilisons une méthode d'intégration numérique appelée Runge-Kutta du 4ème ordre.

#### Étude dynamique du système

La (figure 1.24) montre à travers plusieurs valeurs de  $\beta$  le comportement dynamique au sein de la cavité en anneau d'Ikeda. L'évolution de la variable dynamique  $x(t)$  en fonction de  $\beta$ , (figure 1.24a, b, c et d) est appelée route vers le chaos. On constate que pour un gain faible (de l'ordre de 1), nous obtenons un point fixe stable, puis pour les valeurs de  $\beta$  égal à 2.5 et 2.8, nous observons les premiers phénomènes de dédoublement de période. Il s'agit d'oscillations, respectivement à 2 niveaux puis à 4 niveaux. Pour des valeurs élevées du paramètres  $\beta$ , nous obtenons un signal déterministe mais chaotique. On remarque également la présence d'un transitoire plus ou moins long suivant la valeur de  $\beta$  qu'il est nécessaire de supprimer pour les simulations numériques des diagrammes de bifurcations, car ceux-ci ne prennent en compte que la solution asymptotique et non les transitoires.

#### Diagramme de bifurcation

Une autre méthode de caractérisation pour observer les bifurcations du systèmes par dédoublement de périodes est le diagramme de bifurcation qui permet de tracer une représentation de la solution asymptotique de la variable dynamique  $x(t)$  en

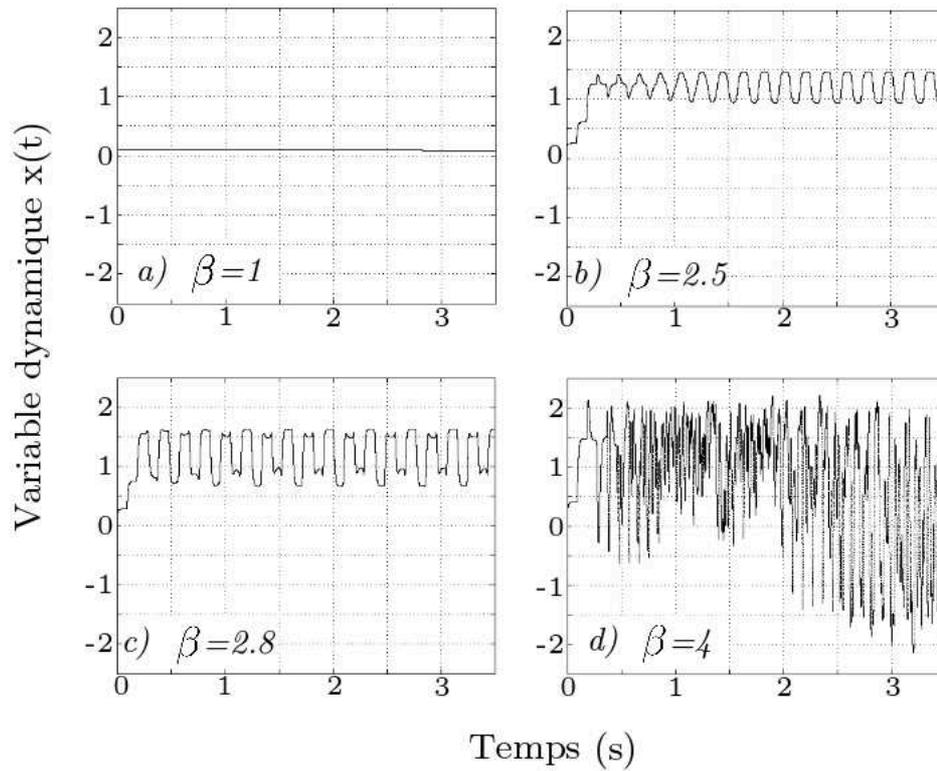


FIGURE 1.24 – **Simulation numérique du modèle d'Ikeda utilisant une intégration de Runge-Kutta du 4<sup>ème</sup> ordre.** : Route vers le chaos.  $\phi_0 = \pi/4$  et  $x(0) = 0.1$ .

fonction du gain de boucle  $\beta$ , (figure 1.25), pour différentes valeurs de  $\phi_0$ . Bien que l'évolution du système soit globalement la même quelque soit la valeur de  $\phi_0$ , on observe que les différentes bifurcations n'apparaissent pas systématiquement pour la même valeur de  $\beta$ . Concernant les simulations numériques présentées dans la (figure 1.25), nous n'utilisons plus une intégration numérique de l'équation d'Ikeda mais uniquement son application à temps discret, équation (1.24) déjà présentée dans les sections précédentes. Il s'agit du cas discretisé ayant pour avantage d'être beaucoup moins chronophage à simuler tout en donnant un bon aperçu qualitatif de l'évolution dynamique de notre système.

$$x_{n+1} = \beta \sin^2(x_n + \phi_0)$$

Ces diagrammes de bifurcations mettent en évidence les différents régimes en

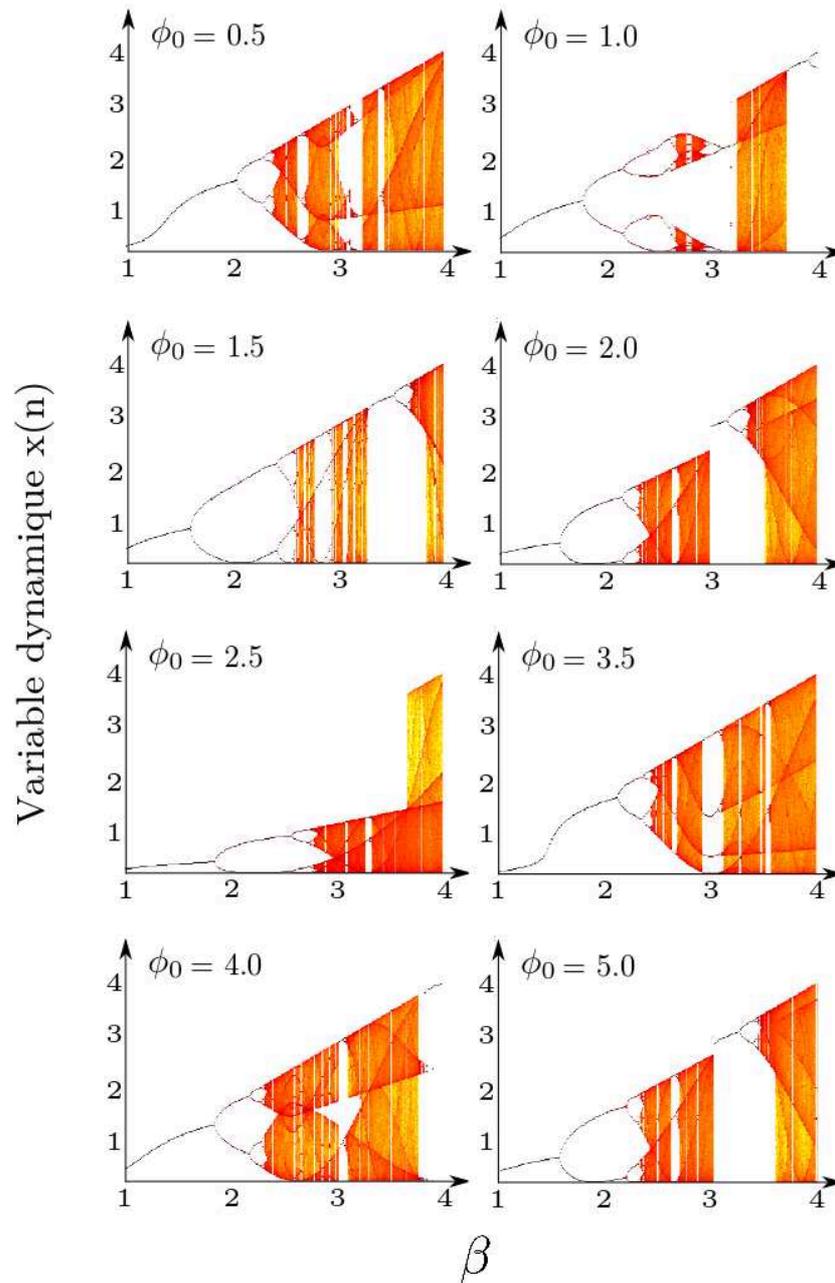


FIGURE 1.25 – Diagrammes de bifurcations en fonction du paramètre  $\phi_0$ . L'apparition de la première bifurcation de Hopf dépend du couple  $\beta$  et  $\phi_0$ .

fonction des paramètres  $\beta$  qui varient pour tous les diagrammes de 1 à 4 et  $\phi_0$ . On constate que pour des valeurs de  $\beta$  inférieures à 1, et cela quelque soit  $\phi_0$ , on obtient toujours un point de fonctionnement stable (régime périodique). Puis, la première bifurcation apparaît pour des valeurs de  $\beta$  comprises entre 1 et 2 suivant la valeur de  $\phi_0$ . Puis pour des valeurs élevées de  $\beta$  (typiquement supérieures à 3), nous obtenons un régime chaotique.

### Exemple de sensibilité aux conditions initiales

Comme nous l'avons vu précédemment, un système chaotique se caractérise toujours par une forte sensibilité aux conditions initiales et le modèle d'Ikeda n'y échappe pas. En utilisant l'équation différentielle à retard d'Ikeda, équation (1.24), nous fixons les paramètres  $\beta$  et  $\phi_0$ , respectivement à 4 et 0.5 et nous appliquons une variation de conditions initiales  $x_1$  d'un millième, le tout sur seulement une quinzaine d'itérations, (figure 1.26). On constate que les deux courbes obtenues se

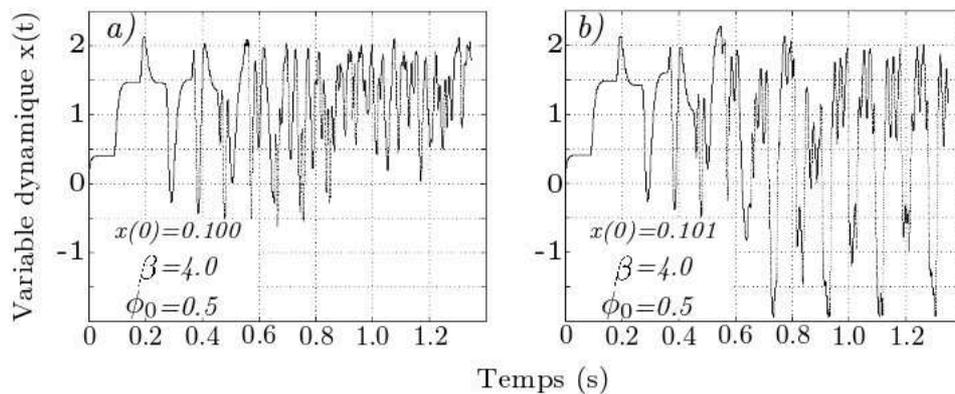


FIGURE 1.26 – **Sensibilité aux conditions initiales du modèle d'Ikeda.** Les simulations numériques ont été effectuées avec  $\beta$  puis  $\phi_0$  fixés respectivement à 4 et 0.5 et des conditions initiales  $x(t) = x(0)$  sur  $t \in [-\tau_D, 0]$  constante, de valeur a) 0.100 ; b) 0.101.

séparent après seulement 5 itérations et divergent complètement après 10 itérations. Le modèle d'Ikeda est un système dynamique complexe et son étude numérique nous permet de mieux comprendre son comportement dynamique en fonction des paramètres tels que le gain de boucle  $\beta$ , l'offset de phase  $\phi_0$  ou encore sa forte sensibilité aux conditions initiales.

## 1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que les réseaux de neurones artificiels dits récurrents possèdent des propriétés intéressantes et peuvent être déclinés sous la forme de réseaux de neurones à réservoir tels que dans le *reservoir computing*. Les récurrences introduites dans ces RNA ont pour incidence un effet mémoire au sein du réservoir, le transformant ainsi en un système dynamique complexe opérant une transformation non-linéaire des informations d'entrées dans un espace des phases de grande dimension correspondant à celui de la dynamique du réseau de neurones. Une des problématiques soulevées, et qui représente à elle seule la motivation des travaux présentés dans ce manuscrit, est de savoir s'il est possible de reproduire le fonctionnement et les caractéristiques des *reservoir computing*, en utilisant un autre système dynamique non-linéaire à effet mémoire, dont l'architecture peut être certes différentes mais offrant les mêmes propriétés physiques citées précédemment telles que la mémoire évanescence (effacement de la mémoire), un espace des phases de grande dimension ou encore les propriétés de séparation et d'approximation.

Une des thématiques de recherche du Dept. d'Optique P-M. Duffieux de l'institut FEMTO-ST, portée par l'équipe opto-électronique, photonique et télécommunications optiques, concerne les systèmes dynamiques non-linéaires à retard. Un exemple de DNL à retard étudiée depuis quelques années dans notre laboratoire est l'oscillateur opto-électronique à retard. Il s'agit d'une dynamique complexe, fortement non-linéaire et ayant un espace des phases de dimension infinie. De plus, il possède un retard, qui est assimilable à un effet mémoire, à l'image de ce qui est identifié dans les RNA de types récurrents. Les dynamiques non-linéaire à retard apparaît ainsi comme un très bon candidat potentiel pour la réalisation physique de l'approche "*reservoir computing*".

# Chapitre 2

## Théorie et modélisation

Dans ce chapitre, nous présentons les aspects théoriques sur lesquels repose notre approche de *reservoir computing*, ayant comme particularité l'utilisation d'une dynamique non-linéaire à retard photonique.

Nous commençons avec un rappel succinct du principe des systèmes RC basés sur un réseau de neurones. L'objectif est de mettre en valeur les propriétés importantes que doivent proposer les dynamiques non-linéaires à retard pour la réalisation d'un réservoir dans un système RC.

Puis nous présentons les deux configurations photoniques de dynamiques non-linéaires à retard, en longueur d'onde et en intensité, employées dans ces travaux et nous expliquons leurs principes physiques. Cette section est suivie d'une description des solutions technologiques envisagées pour l'implémentation des lignes à retard dans ces DNL à retard. Un des aspects originaux de nos travaux est l'utilisation de retards multiples, assimilables à de multiples contre-réactions au sein de la DNL à retard. Cette originalité est motivée par le type de technologie choisie pour la réalisation des retards intégrant des composants de type FPGA. Cet aspect "retards multiples" s'interprète comme une possibilité d'augmenter la connectivité interne équivalente du réservoir, à l'image des nombreuses connections présentes dans les réseaux de neurones biologiques. Cette caractéristique permet également d'amorcer une réflexion sur la potentielle implémentation du principe de plasticité neuronale dans cette approche RC en photonique.

Enfin, l'objectif de ce chapitre consiste à décrire de quelles manières un système complexe, purement temporel comme une dynamique non-linéaire à retard, s'adapte d'une façon similaire au cas des réseaux de neurones artificiels (dynamique spatio-temporelle) par un multiplexage temporel. Le chapitre décrit également les principes et la mise en forme de deux tests types qui ont été choisis afin d'évaluer le pouvoir

calculatoire de ces systèmes RC utilisant des dynamiques photoniques à retard.

## 2.1 *Reservoir computing* basé sur un réseau de neurones

Le schéma général d'un RC est donné en (figure 2.1) et son principe de fonctionnement a été détaillé dans le chapitre 1 – paragraphe 1.2 –.

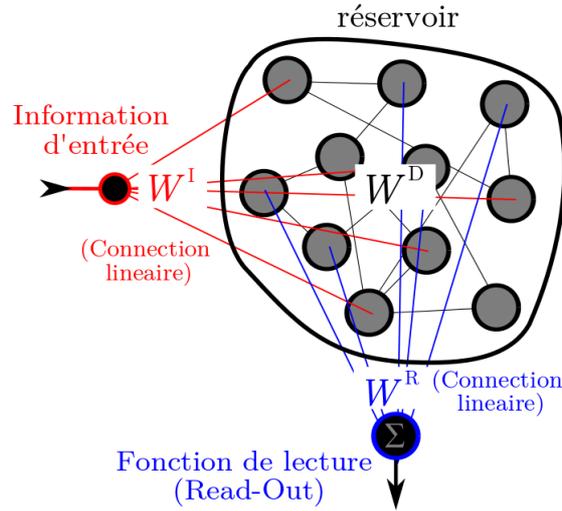


FIGURE 2.1 – Schéma de principe d'un RC basé sur une approche de type réseau de neurones récurrents. Il est décomposé en 3 sous-ensembles : la mise en forme et l'injection de l'information d'entrée, le réservoir, et la fonction de lecture. Seule cette dernière est concernée par l'étape d'entraînement dans le *reservoir computing* [55].

Les RC sont généralement composés de trois parties distinctes. Une couche d'entrée, représentée en rouge sur la (figure 2.1), assure la mise en forme et l'injection de l'information d'entrée, notée  $\mathbf{u}(n)$ , dont les éléments sont notés  $[u_j(n)]$  avec  $j \in [1, J]$  et  $n$  correspondant à un temps discret. L'adressage spatial des  $N$  neurones (appelés également nœuds) est alors réalisé grâce à une matrice de connectivité  $\mathbf{W}^I$  dont les valeurs des éléments, fixés aléatoirement, permettent d'attribuer un poids de connexion  $[w_{kj}^I]$  avec  $j$  défini précédemment et  $k \in [1, N]$  pour chacun des neurones  $x_k(n)$  à la position spatiale  $k$ , au temps  $n$ .

La seconde partie du RC est le réservoir. L'information d'entrée  $\mathbf{u}(n)$  est ainsi projetée dans un espace de haute dimension, celui du réservoir ou du réseau de

neurones. Les connections internes du réservoir sont définies par la matrice de connectivité  $\mathbf{W}^D = [w_{mj}^D]$  avec  $m$  et  $j \in [1, N]$ , et conformément aux principes des RC, les éléments de celle-ci, déterminant la dynamique du réservoir, ne sont pas modifiés lors de la phase d'apprentissage. La matrice de connectivité du réservoir  $\mathbf{W}^D$ , est fixée de manière aléatoire et en générale de manière parcimonieuse. L'état interne du réservoir noté  $\mathbf{x}(n)$ , équation (2.1), est donc un vecteur dont les éléments dépendent à la fois de l'information d'entrée  $\mathbf{u}(n)$  mais également des matrices de connectivité  $\mathbf{W}^I$  et  $\mathbf{W}^D$ , ainsi que des états antérieurs des nœuds du réseau (c'est à dire  $x(n-1)$ ). La loi dynamique d'évolution de l'état du réseau peut ainsi s'écrire :

$$\mathbf{x}(n) = f_{NL} [\mathbf{W}^D \cdot \mathbf{x}(n-1) + \mathbf{W}^I \cdot \mathbf{u}(n-1) + \mathbf{W}^{FB} \cdot \mathbf{y}(n-1)] . \quad (2.1)$$

Dans laquelle  $\mathbf{W}^{FB}$  est une matrice de connectivité faisant intervenir une rétroaction (*FeedBack* (FB)) entre la sortie de lecture et l'entrée. Cette configuration est typiquement utilisée pour les tests de prédictions.  $f_{NL}$  est la transformation non-linéaire apportée par la fonction d'activation<sup>1</sup>. Les signaux issus du réservoir sont lus puis extraits par la dernière fonction du RC qui est appelée "fonction de lecture". On rappelle que celle-ci est la seule partie d'un RC à être entraînée, ce qui a pour conséquence directe un algorithme d'entraînement possiblement réduit à une simple régression linéaire (régression *ridge*). L'état de chaque nœud est lu et pondéré par la matrice de connectivité  $\mathbf{W}^R$ . Le signal de sortie obtenu, noté  $\mathbf{y}(n)$  est donné par la relation :

$$\mathbf{y}(n) = f [(\mathbf{W}^R \cdot \mathbf{x}(n))] . \quad (2.2)$$

## 2.2 Système RC basé sur une dynamique non-linéaire à retard

Nous présentons dans cette section les principes généraux expliquant de quelle manière un système physique non-linéaire à retard s'adapte pour devenir un système RC. L'idée principale est d'employer une dynamique non-linéaire à retard pour remplacer le réservoir traditionnel défini comme un réseau spatialement étendu d'oscillateurs couplés ou plus précisément, un réseau de neurones comme décrit mathématiquement dans la section précédente avec la notation  $x_k(n)$  où  $k$  est la position spatiale et  $n$  le temps discret. Le principal argument sur laquelle repose cette approche provient de la grande complexité accessible avec ce système physique ayant un espace des phases de très grande dimension, introduit par le

1. Les différentes fonctions d'activations, couramment utilisées pour les réseaux de neurones artificiels, ont été présentées dans le chapitre 1 – paragraphe 1.1.2.2 –

retard temporel. La grande complexité présente dans un réseau de neurones, est remplacée par une dynamique à retard. Ce dernier argument apporte ainsi une sim-

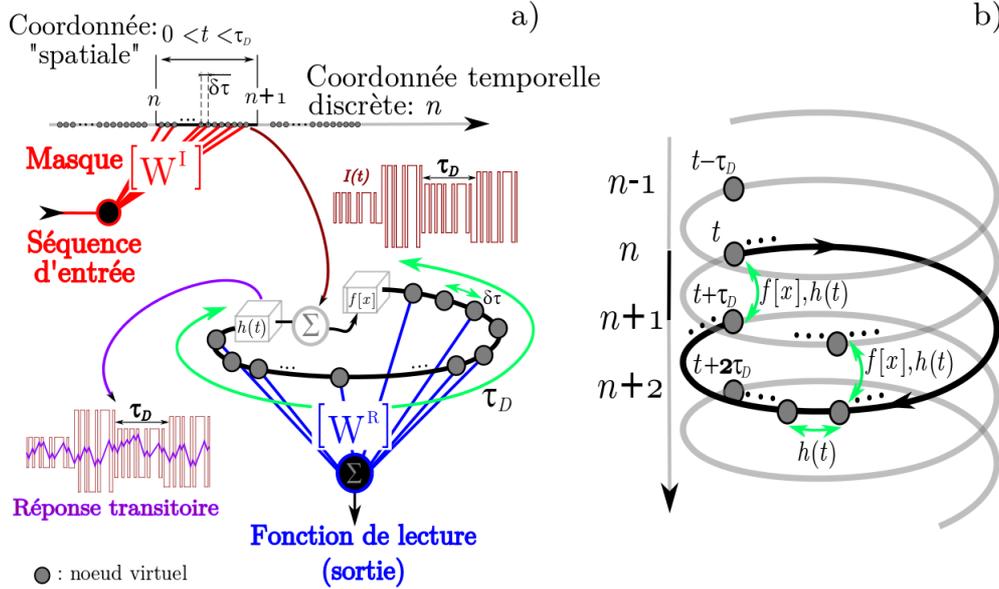


FIGURE 2.2 – Schémas des principes de fonctionnement d'un système RC basé sur une dynamique non-linéaire à retard. a) Illustration du fonctionnement global du système RC ; b) Illustration du couplage local et retardé entre nœuds virtuels.

plification précieuse à l'étude et à la conception physique d'un système RC (photonique). En effet, là où une conception spatio-temporelle d'un système physique impose le développement d'une technologie structurée en 3D (comme dans le cas des neurones biologiques), la dynamique non-linéaire à retard s'oriente vers une approche "traitement du signal" en une seule dimension, et la rend accessible technologiquement par multiplexage temporel. Le schéma de principe est donné en (figure 2.2a).

Dans cette approche des RC, l'information d'entrée  $\mathbf{u}(n)$  n'est plus injectée simultanément sur l'ensemble des nœuds du réservoir, mais doit subir un pré-traitement de manière à être sérialisée. Pour réaliser cette fonction, nous utilisons une procédure qui est illustrée comme un multiplexage temporel, de  $\mathbf{u}(n)$ , donnant accès à l'adressage des nœuds virtuels du réservoir. Ces derniers formant la dimension spatiale ne sont plus accessibles physiquement, mais sont disposés virtuellement à l'intérieur d'un pas de retard  $\tau_D$  [56]. Ainsi l'intervalle entre chaque nœud successif, noté  $\delta\tau$ , est défini comme le rapport  $\tau_D/N$ ,  $N$  étant le nombre de nœuds

souhaités. De ce fait, nous parlons à présent de nœuds virtuels. Comme pour une approche classique, chaque information adressant les nœuds virtuels, est pondérée par les éléments des matrices de connectivité  $\mathbf{W}^I$  et  $\mathbf{W}^D$ , pour respectivement la mise en forme de l'information d'entrée  $\mathbf{u}(n)$  et la dynamique interne du réservoir  $\mathbf{x}(n)$ . La procédure de traitement de l'information d'entrée est détaillée dans ce chapitre – paragraphe 2.3 –.

Les dynamiques non-linéaires à retard utilisées pour notre approche des RC ont été initialement présentées dans le Chapitre I – paragraphe 1.3.5 –. On peut très bien les définir comme un produit de convolution entre la réponse impulsionnelle  $h(t)$  de la dynamique considérée (passe-bas ou passe-bande) et une fonction non-linéaire de  $x(t)$  retardée d'une valeur  $\tau_D$  :

$$x(t) = h(t) * f[x(t - \tau_D)] = \int_0^{+\infty} h(\theta) f[x(t - \tau_D - \theta)] d\theta, \quad (2.3)$$

se traduisant par un modèle de type intégro-différentiel (2.4) (pour une dynamique passe-bande et en l'absence de signal d'entrée) :

$$\tau \frac{dx}{dt}(t) + x(t) + \frac{1}{\theta} \int_{t_0}^t x(s) ds = \beta \sin^2 [x(t - \tau_D) + \phi_0]. \quad (2.4)$$

La dérivation de l'équation (2.4) a été réalisée dans le chapitre 1 – paragraphe 1.3.5.2 –. Nous rappelons que les termes dérivé et intégral du membre de gauche proviennent du filtrage passe-bande,  $\beta$  est le gain de boucle,  $\tau_D$  le retard temporel,  $\phi_0$  est un offset de phase,  $\sin^2$  est la fonction non-linéaire, et  $x(t)$  la variable dynamique. La dimension temporelle continue de nos dynamiques non-linéaires à retard peut être décrite comme la somme d'un temps court correspondant à la dimension spatiale virtuelle noté  $k\delta\tau$ , et d'un temps long discret noté  $n\tau_D$ . Dans ce cas le produit de convolution (2.3) s'écrit sous la forme discrète :

$$x(t = k\delta\tau + n\tau_D) = x_k(n) = \int_0^{+\infty} h(\theta) \cdot f[x(k\delta\tau + (n-1)\tau_D - \theta)] d\theta. \quad (2.5)$$

Nous souhaitons démontrer à présent que l'état d'un nœud virtuel  $x_k$  à la position  $k$  et au temps  $n$  dépend, à la fois de l'état du nœud voisin en  $k-1$  mais également de son propre état à l'instant  $(n-1)\tau_D$ . Pour cela, nous procédons à un découpage de l'intégrale du produit de convolution (de 0 à  $\delta\tau$ , puis de  $\delta\tau$  à  $+\infty$ ) et à un changement de variable dans l'équation (2.5) défini par  $\xi = \theta - \delta\tau$ , ce qui nous permet de modifier les bornes de l'intégrale suivant :

$$\theta = \delta\tau \Rightarrow \xi = 0,$$

$$\theta \rightarrow +\infty \Rightarrow \xi \rightarrow +\infty .$$

Le produit de convolution (2.5) apparaît alors comme la somme de deux intégrales :

$$x_k(n) = \int_0^{\delta\tau} h(\theta) \cdot f[x_{k-(\theta/\delta\tau)}(n-1)] d\theta + \int_0^{+\infty} h(\xi + \delta\tau) \cdot f[x((k-1)\delta\tau + (n-1)\tau_D - \xi)] d\xi, \quad (2.6)$$

soit :

$$x_k(n) = \int_0^{\delta\tau} h(\theta) \cdot f[x_{k-(\theta/\delta\tau)}(n-1)] d\theta + \exp\left(-\frac{\delta\tau}{\tau}\right) x_{k-1}(n), \quad (2.7)$$

faisant intervenir l'état d'un nœuds virtuel  $x_k$  en fonction de son "voisin" à l'instant  $k-1$  (second terme), mais également son propre état au temps discret antérieur  $(n-1)\tau_D$  (premier terme). Cette démonstration est détaillée en annexe F et les différents couplages (local et retardé) sont illustrés sur la (figure 2.2b). La haute dimensionnalité du réservoir est recréée physiquement par la ligne à retard de durée  $\tau_D$  et par la rapidité des motifs temporels (de l'ordre de  $\delta\tau$ , limité par  $h(t)$ ) qui peuvent remplir l'espace d'un retard  $\tau_D$ . La position des nœuds virtuels du réservoir correspond à une position dans le retard  $\tau_D$  et l'intervalle entre deux nœuds virtuels successifs  $\delta\tau$  est défini de façon à ce que le réservoir fonctionne en régime transitoire. Les signaux transitoires, issus du système dynamique non-linéaire à retard, sont ensuite traités de la même manière que pour un *reservoir computing* traditionnel, l'apprentissage des deux systèmes étant semblable dans le principe.

## 2.3 Adressage des nœuds virtuels et connectivité interne du réservoir

Nous avons introduit précédemment les dynamiques non-linéaires à retard comme un système physique potentiellement capable de recréer le fonctionnement dynamique d'un réservoir spatial traditionnel. Nous savons également que l'utilisation de ces systèmes dynamiques temporels nécessitent une mise en forme particulière de l'information d'entrée  $\mathbf{u}(n)$  afin d'être adaptée à la dimension spatiale, désormais émulée virtuellement à l'intérieur du retard temporel  $\tau_D$ . A présent,

nous proposons dans cette section, de montrer de quelle manière les signaux sont traités mais également de quelle manière la connectivité interne du réservoir, créée par la dynamique non-linéaire à retard, est ajustée.

### 2.3.1 Pré-traitement de l'information d'entrée

Dans les approches conventionnelles du RC décrites au paragraphe 2.1, l'information d'entrée  $I(t)$  est distribuée sur la dimension spatio-temporelle du réseau de neurones et est également pondérée par un poids synaptique correspondant aux éléments  $[w_k^I]$  (avec  $k$  allant 1 à  $N$ ) de la matrice  $W^I$  afin que chaque neurone apporte une contribution variable. Ces deux étapes habituellement réalisées en utilisant une matrice de connectivité sont également prises en compte dans notre approche des systèmes RC. Pour cela, nous introduisons une nouvelle fonction qui remplace  $W^I$ , appelé "masque" et notée  $\nu(t)$ . Il est défini comme une correspondance direct avec  $W^I$  suivant l'équation (2.8), définie pour  $(k-1)\delta\tau \leq t \leq k\delta\tau$  avec  $k \in [1, N]$ .

$$\nu(t) = w_k^I \quad (2.8)$$

Le masque  $\nu(t)$  est donc une fonction constante par morceaux de durée  $\delta\tau$ , et périodique de période  $\tau_D$  ( $\nu(t+\tau_D) = \nu(t)$ ). Elle est constituée de  $N$  amplitudes de durée  $\delta\tau$ , visant à adresser chaque nœud virtuel contenu dans le retard temporel  $\tau_D$ . L'amplitude du masque est différente (et choisie de manière aléatoire) pour chaque période  $\tau_D$  et pondère l'information d'entrée sérialisée. La procédure de masquage est illustrée sur la (figure 2.3) (où  $w_k^I = \pm 1$ ) et se traduit mathématiquement par l'équation (2.9) :

$$I(t) = \sum_{n=0}^{N_u-1} P_{dt}(t - n\tau_D) \cdot u(n) \cdot \nu(t - n\tau_D), \quad (2.9)$$

dans laquelle  $N_u$  est le nombre d'éléments contenus dans l'information  $\mathbf{u}(n)$  et  $P_{dt}(t)$  est une fonction porte de largeur  $dt = \tau_D$  définie par  $P_{dt}(t) = 1$  pour  $0 < t < dt$  et nulle ailleurs. Cette fonction est illustrée sur la (figure 2.4). Dans le cas présent où le masque  $\nu(t)$  est une fonction périodique de période  $\tau_D$ , l'équation (2.9) se simplifie sous la forme :

$$I(t) = \sum_{n=0}^{N_u-1} P_{dt}(t - n\tau_D) \cdot u(n) \cdot \nu(t). \quad (2.10)$$

En considérant l'information d'entrée  $I(t)$ , la loi d'évolution de notre système RC

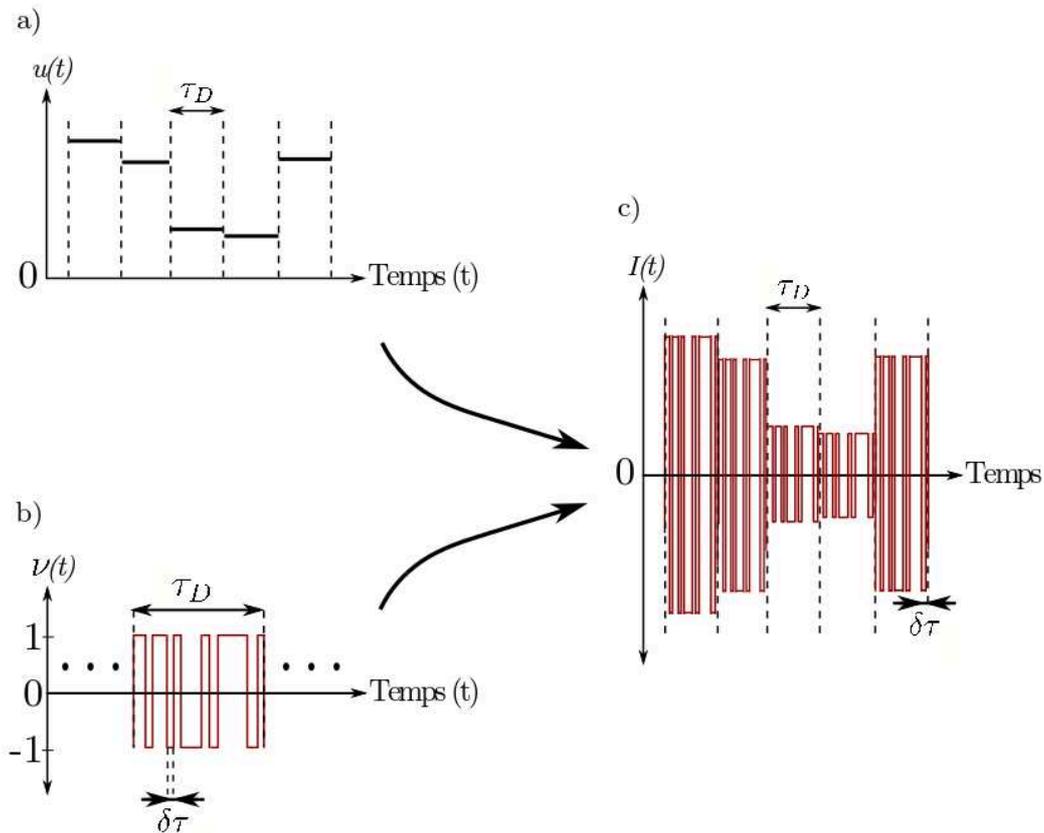
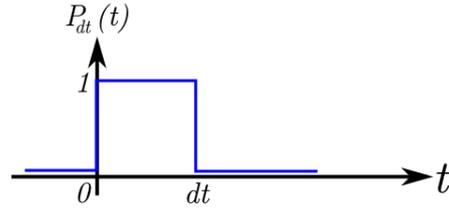


FIGURE 2.3 – Schéma de principe du pré-traitement de l'information d'entrée spatio-temporelle pour nos systèmes RC. a) représente le signal discontinu  $u(t)$  correspondant à l'information  $\mathbf{u}(n)$  dont les valeurs discrètes ont été bloquées pendant une durée  $\tau_D$ . b) correspond au masque, noté  $\nu(t)$ , utilisé pour distribuer l'information d'entrée tout au long du retard  $\tau_D$ . c) illustre le signal mis en forme prêt à être injecté dans le système RC tel qu'on peut le voir sur la (figure 2.2a).


 FIGURE 2.4 – Illustration de la fonction porte  $P_{dt}(t)$  de largeur  $dt$ .

devient :

$$\tau \frac{dx}{dt}(t) + x(t) + \frac{1}{\theta} \int x(s)ds = \beta \sin^2 \left[ x(t - \tau_D) + \sum_{n=0}^{N_u-1} P_{dt}(t - n\tau_D)u(n)\nu(t) + \phi_0 \right] \quad (2.11)$$

dans laquelle on retrouve le signal  $I(t)$ , comme un argument de la fonction non linéaire de notre système physique.

### 2.3.2 Connectivité interne du réservoir

Tout comme un réseau de neurones traditionnel, la connectivité interne de nos approches RC est contrôlée par plusieurs paramètres. Il s'agit de la séparation des nœuds virtuels  $\delta\tau$ , du retard temporel  $\tau_D$  et du temps de réponse  $\tau$  du système RC fixé par la dynamique passe-bas ou passe-bande. Trouver un équilibre entre ces constantes de temps est nécessaire pour le bon fonctionnement des systèmes RC et celui-ci a été déterminé de manière empirique (simulations numériques) par les équipes du projet PHOCUS [57]. Le principe des systèmes RC impose un fonctionnement en régime transitoire. C'est sous cette condition que les performances optimales sont obtenues. Ce régime transitoire est accessible uniquement si l'espacement virtuel (donc temporel) entre deux nœuds virtuels successifs est suffisamment petit par rapport au temps de réponse  $\tau$  du système RC.

Dans le cas où  $\tau < \delta\tau$ , le système RC fonctionne trop proche du régime stable (pas assez en transitoire) et chaque nœud virtuel est décorrélié du reste du réseau de nœuds et de leurs états successifs (le facteur  $\exp(-\delta\tau/\tau)$  est trop petit, équation (2.7)). Si l'on considère un nœud virtuel choisi de manière quelconque dans le réseau, l'amplitude le caractérisant est indépendante, et n'est pas influencée par les états passés ou voisins. La (figure 2.5a) montre la réponse du système RC dans le cas considéré (signal violet). La réponse atteint très rapidement un régime

stationnaire et de ce fait, les nœuds voisins (placés aux temps  $t - \delta\tau$  et  $t + \delta\tau$ ) n'interagissent plus entre eux.

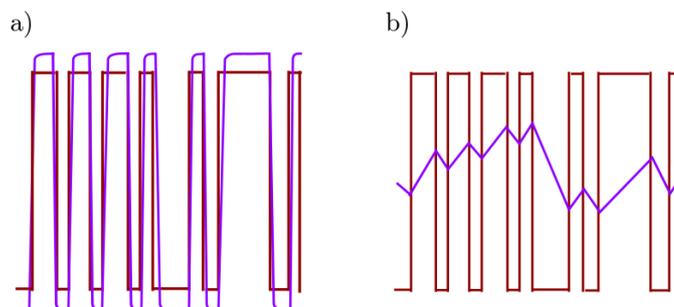


FIGURE 2.5 – **Illustration du régime interne du réservoir.** Les signaux marrons et violets correspondent, respectivement, aux signaux d'entrée  $I(t)$  et de sortie du réservoir. Sur la figure a)  $\tau < \delta\tau$ , le système RC fonctionne essentiellement en régime asymptotique, les nœuds sont totalement décorrélés les uns des autres. La figure b) illustre un régime transitoire obtenu pour  $\tau > \delta\tau$ . Dans ce cas le réservoir se comporte comme un réseau de neurones virtuels fortement interconnecté.

Si on considère le second cas dans lequel  $\tau > \delta\tau$ , alors le réservoir fonctionne en régime transitoire et la connectivité interne se complexifie drastiquement. L'espace temporel entre deux nœuds virtuels est très inférieur au temps de réponse du système RC. De ce fait, l'état de chaque nœud dépend de son propre état passé et de ceux de ses voisins. La réponse du système n'atteint jamais un régime stationnaire et reste en régime transitoire. Une illustration de la réponse du RC dans ce cas est donnée en (figure 2.5b). La configuration du RC donnant les performances optimales (dans le cas d'une tâche de classification de chiffres prononcés) est obtenue pour un régime transitoire défini par la relation  $\delta\tau/\tau$  égale à 0.2 [57,58] liant ainsi les constantes de temps  $\tau$ ,  $\tau_D$  et le paramètre  $N$  selon la relation :

$$\tau_D = 0.2N\tau. \quad (2.12)$$

Cette valeur empirique sera adoptée jusqu'à la fin de nos travaux.

### 2.3.3 Post-traitement de l'information

En pratique, la sortie de notre réservoir est un signal scalaire dépendant d'une seule dimension, le temps, tout comme l'information d'entrée  $I(t)$ . Or la phase

d'apprentissage utilisée pour nos systèmes RC est identique à celle décrite dans la littérature, entre autre, par H. Jaeger [8, 30] ou encore W. Maass [9, 28]. Le post-traitement appliqué sur les signaux de sortie de nos systèmes RC est donc décomposé en deux phases. La première consiste à mettre en forme les traces temporelles enregistrées en sortie de nos réservoirs, puis la seconde consiste à appliquer la phase d'apprentissage pour trouver la bonne fonction de lecture. L'étape de mise

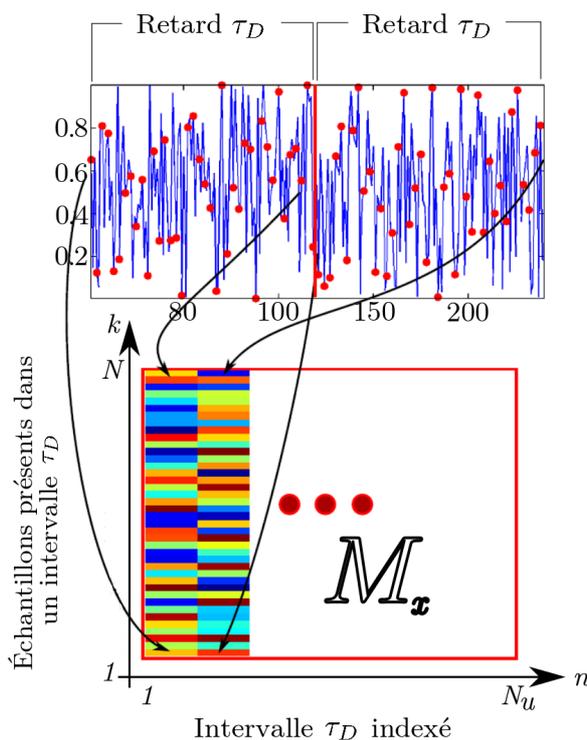


FIGURE 2.6 – Mise sous forme spatio-temporelle de l'amplitude de chaque nœud virtuel distribué dans le retard temporel  $\tau_D$ .

en forme de la sortie du réservoir est illustrée sur la (figure 2.6). On peut voir un exemple de signal de sortie du réservoir (réponse transitoire en bleu) continue dans le temps. Ce signal est échantillonné suivant les valeurs de  $\delta\tau$  et  $\tau_D$  correspondant respectivement à la distance virtuelle entre deux nœuds successifs et à la valeur du retard temporel. Chaque séquence découpée de valeur  $\tau_D$  est rangée en colonne, les unes après les autres, formant ainsi une matrice notée  $\mathbf{M}_x$  (figure 2.6). Cette matrice a pour dimension verticale  $N$  (correspondant aux  $N$  nœuds distribués virtuellement dans le retard temporel  $\tau_D$ ) et  $N_u$  horizontalement, dont la valeur dépend du type de test effectué. La matrice  $\mathbf{M}_x$  ainsi obtenue donne une

représentation spatio-temporelle de l'état du réservoir. C'est dans ces conditions que la phase d'apprentissage s'applique.

### 2.3.4 Apprentissage

La phase d'apprentissage d'un système RC consiste à obtenir (ou trouver) les "bons" coefficients  $w_k^R$  offrant la lecture la mieux adaptée à l'état dynamique du réservoir afin d'obtenir le résultat attendu. Cette phase d'apprentissage est propre à chaque type de test effectué par le RC. Nous proposons ici de donner une description générique. La mise en œuvre particulière de cette description générique sera détaillée plus loin (cf. – paragraphe 2.5 –) sur deux types de problèmes effectivement adressés par nos réservoirs à dynamiques non-linéaires à retard.

L'apprentissage suppose l'existence de couples "question-réponse", en plusieurs exemplaires. Les questions sont transformées en un ensemble de réponses du réservoir, noté  $\mathbf{M}_x$ . Les réponses (connues) permettent de définir des fonctions "cibles" associées à chacune des questions, et prenant la forme de matrices cibles notées  $\mathbf{B}$  (équation ( 2.13)).

$$\mathbf{M}_x^T \times \mathbf{W}^R = \mathbf{B}. \quad (2.13)$$

L'apprentissage revient alors à résoudre un problème de régression linéaire pour trouver la meilleure fonction de lecture  $\mathbf{W}^R$  des réponses  $\mathbf{M}_x$  qui permettent d'obtenir les cibles  $\mathbf{B}$ . Dans le cas d'une régression de type *ridge*, le formalisme de l'apprentissage s'exprime par :

$$\mathbf{W}_{opt}^R = \operatorname{argmin}_{\mathbf{W}^R} \|\mathbf{M}_x^T \mathbf{W}^R - \mathbf{B}\|^2 + \lambda \|\mathbf{W}^R\|^2, \quad (2.14)$$

dans laquelle intervient le paramètre de régression  $\lambda$  dont la valeur est déterminée empiriquement pour chaque optimisation réalisée. L'implémentation algorithmique de cette méthode de régression *ridge* a été effectuée à partir d'opérations standards, comme par exemple une inversion de matrice de Moore-Penrose [59] :

$$\mathbf{W}^R = (\mathbf{M}_x \mathbf{M}_x^T + \lambda \mathbb{I}_N)^\dagger \mathbf{M}_x \mathbf{B}, \quad (2.15)$$

déjà compilée sous Matlab dans laquelle  $\dagger$  représente l'inversion de Moore-Penrose (équation (2.15)), et  $\mathbb{I}_N$  la matrice identité. Notons que le programme Matlab (*Toolbox*) utilisé lors de la phase d'apprentissage a été développé initialement par le département ELIS de l'Université de Gent et adapté à nos besoins [60].

## 2.4 Dynamique non-linéaire opto-électronique à retard

Dans cette section, nous présentons deux configurations physiques de systèmes photoniques à contre-réactions retardées, employées comme base expérimentale durant ces travaux. Il s'agit de dispositifs reposant sur une dynamique non-linéaire à retard, développés autour d'une approche opto-électronique.

### 2.4.1 Dynamique non-linéaire opto-électronique à retard en longueur d'onde

La première approche repose sur une DNL à retard en longueur d'onde. Celle-ci a été étudiée puis construite à la fin des années 90 [61–63]. La dynamique non-linéaire à retard en longueur d'onde développée durant ces travaux s'appuie sur le modèle d'Ikeda. Bien que sa bande passante soit limitée ( $\simeq 20$  kHz), elle est néanmoins capable de générer des signaux d'une grande complexité, entre autre chaotiques [64]. Ce dernier point a concerné le développement d'applications telles que le cryptage de communications optiques par porteuse chaotique en longueur d'onde.

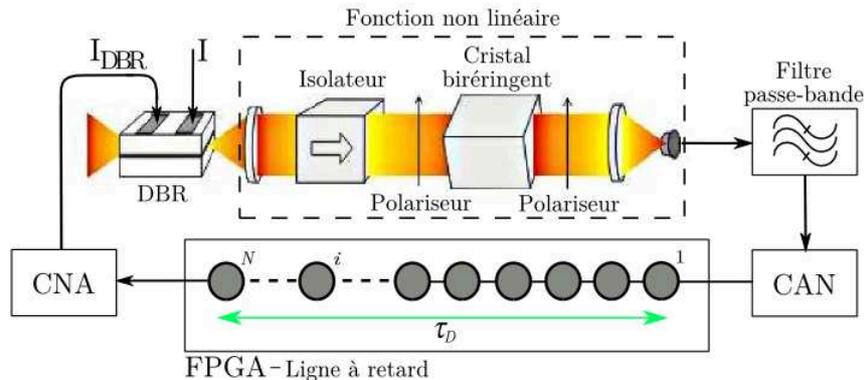


FIGURE 2.7 – Schéma de principe d'un système RC basé sur une DNL à retard opto-électronique en longueur d'onde.

D'un point de vue du RC, l'architecture de cette DNL à retard opto-électronique a été en grande partie conservée, seuls quelques éléments ont été modifiés afin de pouvoir mettre en œuvre les principes d'un réservoir.

### 2.4.1.1 Principe de fonctionnement

Dans cette architecture la variable dynamique est la longueur d'onde d'une diode laser. Elle est décrite mathématiquement par l'équation (2.4) dans laquelle, la variable dynamique notée  $x(t)$  correspond dans ce cas, à la déviation en longueur d'onde d'une diode laser accordable. Ce montage met en œuvre une partie optique et électronique. La partie optique réalise la fonction non-linéaire tandis que l'électronique a pour fonction de réaliser la contre-réaction retardée ainsi que le filtrage. Le schéma de principe est donné sur la (figure 2.7).

### 2.4.1.2 Diode laser DBR

La fonction non-linéaire est réalisée par interférométrie optique dont un des éléments étudiés, dans cette section, est une diode laser multi-électrodes de type DBR (*Distributed Bragg Reflector*) accordable en longueur d'onde. Cette longueur d'onde notée  $\lambda$ , et la puissance optique  $P_0$  de cette diode laser, se contrôlent à l'aide de courants électriques, appelés respectivement  $I_{DBR}$  et  $I_{actif}$ . Comme son nom l'indique, cette diode laser utilise un réseau de Bragg dont le pic de réflectivité qui définit la longueur d'onde laser est ajustable via  $I_{DBR}$  (l'indice du réseau dépend de la densité de porteurs libres au niveau d'une jonction semi-conductrice, donc dépend du courant traversant cette jonction). Une illustration du principe de fonctionnement est donnée en (figure 2.8).

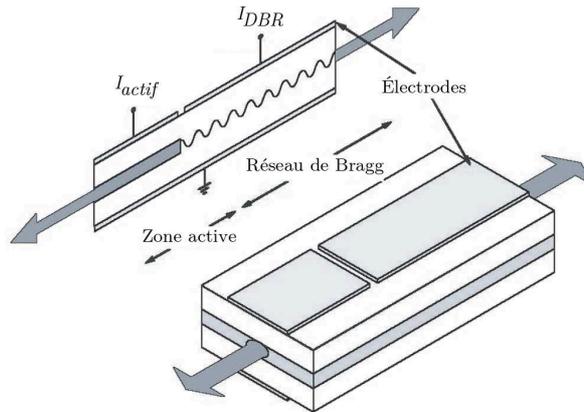


FIGURE 2.8 – Schéma de principe d'une diode laser multi-électrodes de type DBR. Cette diode laser a une longueur d'onde centrale de 1550nm. La puissance optique  $P_0$  du faisceau est contrôlée par le courant  $I_{actif}$  et la longueur d'onde  $\lambda$  par le courant  $I_{DBR}$ .

Elle émet un faisceau laser monochromatique polarisé rectilignement. La longueur d'onde émise  $\lambda$  est fonction de la longueur d'onde centrale  $\lambda_0$ , de la sensibilité  $S_\lambda$  ainsi que du courant  $I_{DBR}$ , équation (2.16).

$$\lambda = \lambda_0 + S_\lambda \cdot I_{DBR}. \quad (2.16)$$

La puissance optique de la diode laser est, quant à elle, exprimée en fonction du courant de seuil de l'émission laser, noté  $I_{seuil}$  et de  $I_{actif}$  suivant l'expression :

$$P_0 = \frac{\Delta P}{\Delta I} \cdot (I_{actif} - I_{seuil}), \quad (2.17)$$

valable dans le cas où  $I_{actif} > I_{seuil}$ , sans quoi la puissance  $P_0$  est très proche de 0.

### 2.4.1.3 Interféromètre biréfringent et non-linéarité

Le schéma de principe de l'interféromètre optique biréfringent est donné en (figure 2.9). Celui-ci également appelé filtre biréfringent est composé deux polariseurs et d'un cristal biréfringent. Bien que nous travaillons avec une variation de longueur d'onde en entrée, la grandeur physique observée en sortie de l'interféromètre est l'intensité lumineuse. Le premier polariseur, nous permet de travailler avec une po-

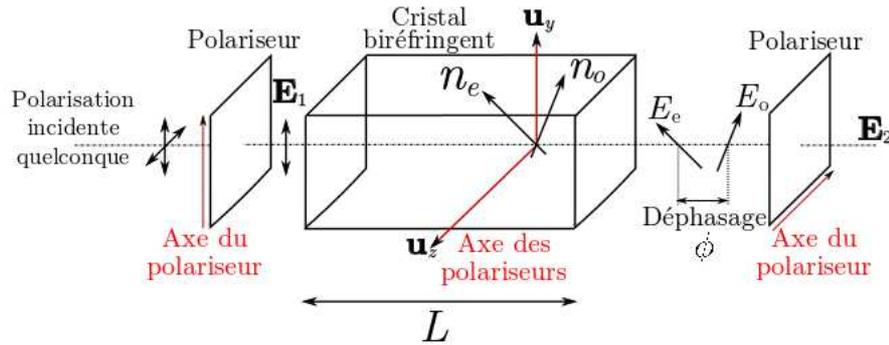


FIGURE 2.9 – Schéma de principe de l'interféromètre massif biréfringent. Il est composé d'un cristal biréfringent de longueur  $L$  placé entre deux polariseurs croisés orthogonalement.

larisation rectiligne à l'entrée du cristal biréfringent. Le champ électromagnétique en entrée, noté  $\mathbf{E}_1$  est défini par :

$$\mathbf{E}_1(t) = \exp[j(\omega t - kx)] \mathbf{u}_y \cdot E_0, \quad (2.18)$$

dans lesquelles  $k$  est le module du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{u}_y$  est le vecteur unitaire de la direction de polarisation, il correspond à  $1/\sqrt{2} \cdot (\mathbf{u}_o + \mathbf{u}_e)$  lorsque  $\mathbf{u}_y$  est choisi à 45 degrés des lignes neutres du cristal biréfringent repérées par les vecteurs unitaires  $\mathbf{u}_o$  et  $\mathbf{u}_e$  (figure 2.9).  $\mathbf{E}_0$  est le champ électrique avant le premier polariseur et défini par  $E_0 \cdot \mathbf{u}_y$ . Le champ électrique est décomposé sur les deux axes (ordinaire  $\mathbf{u}_o$  et extraordinaire  $\mathbf{u}_e$ ) du cristal ayant comme indice respectifs  $n_o$  et  $n_e$ . On écrit l'expression du champ électrique en sortie du cristal sous la forme :

$$\mathbf{E}_1 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{cases} \exp [j(\omega t - n_o k x)] \mathbf{u}_o, \\ \exp [j(\omega t - n_e k x)] \mathbf{u}_e. \end{cases} \quad (2.19)$$

Le second polariseur est placé en sortie du cristal et est orienté à 90 degrés du premier. Ainsi, l'expression du champ électromagnétique  $\mathbf{E}_2$  en sortie du second polariseur est défini par :

$$\mathbf{E}_2 = \frac{E_0}{2} \exp [j(\omega t - kn_o L)] (1 - \exp [-jk(n_e - n_o)L]) \mathbf{u}_z, \quad (2.20)$$

soit,

$$\mathbf{E}_2 = \frac{E_0}{2} \exp j(\omega t - kn_o L) (1 - \exp [-j\phi]) \mathbf{u}_z. \quad (2.21)$$

Nous pouvons exprimer le terme  $\phi$  en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  de la façon suivante :

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta, \quad (2.22)$$

avec  $\Delta = (n_e - n_o)L$ . Si l'on introduit l'expression de la longueur d'onde de la diode laser DBR, équation (2.16), on peut exprimer la fonction non-linéaire sous la forme :

$$f[\lambda] = \sin^2 \left( \frac{\pi}{\lambda_0 + S_\lambda \cdot I_{DBR}} \cdot \Delta \right), \quad (2.23)$$

et l'expression de la puissance optique  $P$  en sortie du filtre biréfringent est donnée par :

$$P = P_0 \cdot \sin^2 (\phi/2). \quad (2.24)$$

Notons que si l'on souhaite travailler avec une fonction non-linéaire du type  $\cos^2$  au lieu de  $\sin^2$ , il suffit de prendre un polariseur de sortie orienté de manière parallèle au premier polariseur donnant un terme  $(1 + \exp[-j\phi])$  dans l'équation (2.21) au lieu de  $(1 - \exp[-j\phi])$ .

A présent, nous voulons identifier au mieux l'expression mathématique obtenue après le filtre biréfringent à la loi d'évolution de notre dynamique non-linéaire à retard de type intégral-différentielle, équation (2.4). Pour cela, commençons par procéder à un changement de variable en considérant la longueur d'onde  $\lambda$  de la diode laser DBR égale à  $\lambda_0 + \delta\lambda$  avec  $\delta\lambda = S_\lambda \cdot I_{DBR}$  et  $\delta\lambda \ll \lambda_0$ . Dans ce cas, nous pouvons écrire l'équation (2.22) :

$$\phi \simeq \frac{2\pi\Delta}{\lambda_0} \cdot \left(1 - \frac{\delta\lambda}{\lambda_0}\right), \quad (2.25)$$

$$\simeq \frac{2\pi\Delta}{\lambda_0} - \delta\lambda \cdot \frac{2\pi\Delta}{\lambda_0^2}. \quad (2.26)$$

En injectant cette dernière expression dans l'équation (2.24), on obtient l'expression de la puissance optique de la fonction non-linéaire :

$$P = P_0 \cdot \sin^2 \left( \frac{\pi\Delta}{\lambda_0} - \delta\lambda \cdot \frac{\pi\Delta}{\lambda_0^2} \right), \quad (2.27)$$

dans laquelle on peut identifier  $\phi_0 = (\pi\Delta)/\lambda_0$  et  $x = (\delta\lambda\pi\Delta)/\lambda_0^2$ .

#### 2.4.1.4 Contre-réaction retardée

La grandeur observée en sortie du filtre biréfringent est une intensité lumineuse, notée  $I_0$ , qui évolue dans le temps de façon non-linéaire. La contre-réaction de cette dynamique non-linéaire à retard est réalisée électroniquement. De ce fait, nous utilisons un photo-détecteur permettant une conversion opto-électronique de l'intensité lumineuse et délivrant un courant électrique, noté  $I_{ph}$ , image de l'intensité  $P$ . Ce courant est défini suivant l'équation :

$$I_{ph}(t) = \eta_\lambda P_0 \cdot \sin^2(\phi_0 + x(t)), \quad (2.28)$$

avec  $\eta_\lambda$  correspondant à l'efficacité de conversion de la photodiode à une longueur d'onde  $\lambda$ . Le courant  $I_{ph}$  est converti en tension par un montage trans-impédance de résistance  $R$ , puis subit pratiquement un filtrage dans la partie électronique,

selon un filtre de réponse impulsionnelle  $h(t)$ . Le signal issu du filtre, noté  $u(t)$ , est alors défini par le produit de convolution :

$$u(t) = R(I_{ph} * h)(t) = R \int_{-\infty}^{+\infty} h(\theta) \cdot I_{ph}(t - \theta) d\theta. \quad (2.29)$$

Dans le cas d'un filtre passe-bande de coupure haute et basse, respectivement  $1/(2\pi\tau)$  et  $1/(2\pi\theta)$ , on montre (cf. Chapitre 1 – paragraphe 1.3.5.2 –) que la dynamique temporelle se décrit par une équation intégral-différentielle :

$$\tau \frac{du}{dt}(t) + u(t) + \frac{1}{\theta} \int_{t_0}^t u(s) ds = R \cdot I_{ph}(t). \quad (2.30)$$

Le signal  $u(t)$  est ensuite retardé en traversant une ligne à retard basée sur l'utilisation d'un circuit programmable de type FPGA. Le fonctionnement de la ligne à retard est détaillé dans ce chapitre – paragraphe 2.4.3 –. Le signal retardé est noté  $v(t)$  et défini par :

$$v(t) = u(t - \tau_D), \quad (2.31)$$

$\tau_D$  étant la valeur du retard temporel. Pour finir, la diode laser nécessite une commande en courant (et non en tension). Cette fonction est réalisée par un convertisseur tension/courant couplé à un amplificateur linéaire de gain  $\alpha$ . Le courant  $I_{DBR}$  est défini par :

$$I_{DBR}(t) = \alpha v(t). \quad (2.32)$$

En retardant d'une valeur  $\tau_D$  dans l'équation (2.30), et en multipliant chaque membre par le gain  $\alpha$  du convertisseur tension/courant, on obtient :

$$\tau \frac{dI_{DBR}}{dt}(t) + I_{DBR}(t) + \frac{1}{\theta} \int_{t_0}^t I_{DBR}(s) ds = R\alpha I_0 \sin^2(\phi_0 + x(t - \tau_D)). \quad (2.33)$$

En multipliant la variable  $I_{DBR}$  par  $S_\lambda \times (\pi\Delta)/\lambda_0^2$ , l'équation intégral-différentielle (2.41) devient :

$$\tau \frac{dx}{dt}(t) + x(t) + \frac{1}{\theta} \int_{t_0}^t x(s) ds = \beta \sin^2(x(t - \tau_D) + \phi_0), \quad (2.34)$$

dans laquelle, nous retrouvons  $x(t)$  comme la variable dynamique correspondant à la déviation en longueur d'onde de la diode laser DBR accordable.  $\beta$  apparaît comme le poids normalisé de la transformation non-linéaire retardée, il est défini comme étant égal à  $(\alpha R I_0 S_\lambda \pi \Delta) / \lambda_0^2$ .

## 2.4.2 Dynamique non-linéaire opto-électronique à retard en intensité

Durant cette thèse, notre étude s'est portée sur un second système photonique à retard. La dynamique non-linéaire à retard en longueur d'onde est caractérisée, entre autre, par une faible bande passante ( $\simeq 20$  kHz) ainsi qu'un interféromètre massif dont la stabilité dans le temps est assez relative. L'utilisation d'une dynamique non-linéaire à retard en intensité, nous a permis d'améliorer ces deux derniers points avec une bande passante 20 fois plus grande et un interféromètre intégré beaucoup plus stable. Ce système photonique a été proposé, pour la première fois, lors de l'exploration des phénomènes chaotiques dans les domaines optiques [65]. Les fondements de cette DNL à retard reposent à nouveau sur le modèle d'Ikeda. Elle a été modifiée au début des années 2000, lors d'une étude sur les communications optiques cryptées par chaos à large bande passante [61, 66, 67] ouvrant aussi des perspectives plus fondamentales autour des dynamiques non-linéaires à retard. Ce type de montage a également été à l'origine des deux premiers démonstrateurs de RC photoniques [68–70]

### 2.4.2.1 Principe de fonctionnement

Le schéma de principe de ce dispositif opto-électronique est donné en (figure 2.10). Beaucoup d'éléments sont communs entre les deux systèmes photoniques. Ainsi, le filtrage et la ligne à retard sont quasiment identiques et ont été préalablement détaillés dans la section précédente – paragraphe 2.4.1.4 –. La variable dynamique optique de ce système est désormais essentiellement l'intensité lumineuse (et non plus la longueur d'onde qui est fixe ici). Nous travaillons avec une diode laser de type DFB (*Distributed Feedback Lasers*) qui est un composant utilisé pour les télécommunications optiques. Son principe de fonctionnement est beaucoup plus simple, sa longueur d'onde  $\lambda$  est fixe et la puissance de sortie  $P_0$  dépend uniquement d'un courant d'injection noté  $I$ .

### 2.4.2.2 Interféromètre intégré et non-linéarité

Le schéma de principe de cet interféromètre est donné en (figure 2.11). Le

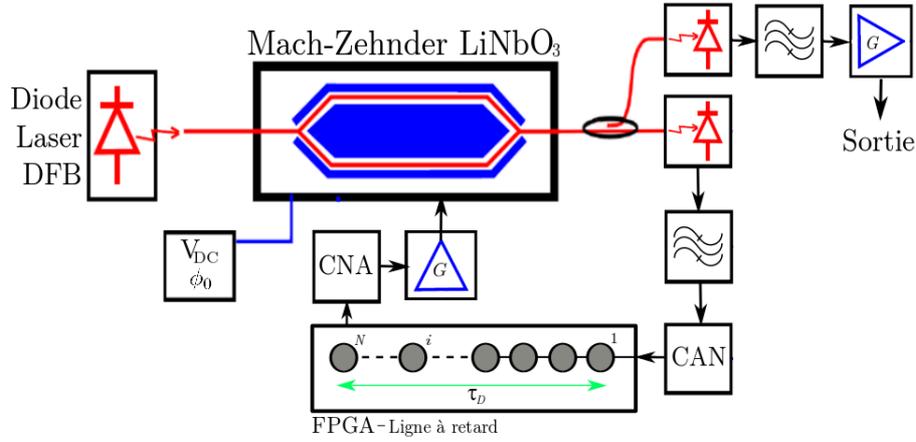


FIGURE 2.10 – Schéma de principe d'un système RC basé sur une DNL à retard, opto-électronique, en intensité. L'interféromètre est désormais basé sur un composant optique, intégré et fibré, offrant une plus grande stabilité.

modulateur d'intensité de type MZ est un composant optique couramment utilisé (notamment dans les télécommunications optiques) qui repose sur l'effet électro-optique appelé effet Pockels. Nous avons à faire à un interféromètre à deux ondes dont la puissance optique  $P_s$  en sortie est définie par l'équation (2.24). On rappelle que  $\phi = (2\pi\Delta)/\lambda_0 = (2\pi\Delta n)L/\lambda_0$ . Cependant, dans cet interféromètre intégré la longueur d'onde  $\lambda$  de la diode laser DFB est fixe, c'est donc le paramètre  $\Delta n$  qui contrôle la condition d'interférence et permet d'obtenir notre fonction non-linéaire.

Le modulateur d'intensité MZ est constitué de deux paires d'électrodes appelées RF et DC. Il est caractérisé par ses paramètres externes  $V_{\pi DC}$  et  $V_{\pi RF}$  correspondant aux tensions nécessaires pour balayer une demi-période de la fonction non-linéaire. On en déduit que :

$$\Delta\phi_{DC} = \pi \frac{V_{DC}}{V_{\pi DC}}, \quad (2.35)$$

$$\Delta\phi_{RF} = \pi \frac{V_{RF}}{V_{\pi RF}}. \quad (2.36)$$

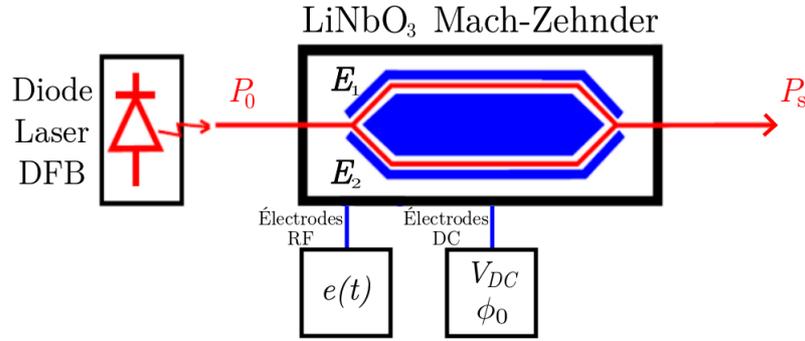


FIGURE 2.11 – Schéma de principe de l'interféromètre intégré. Il est composé d'une diode laser telecom de type DFB et d'un modulateur d'intensité de type Mach-Zehnder.

### 2.4.2.3 Contre-réaction retardée

Comme nous l'avons dit en introduction de cette section, les modules de filtrage et de ligne à retard des deux dynamiques non-linéaires à retard, sont quasi-identiques, et de ce fait sont définis mathématiquement de la même façon. L'intensité lumineuse en sortie de l'interféromètre intégré est convertie par un photodétecteur donnant un courant  $I_{ph}(t)$  en fonction de la puissance optique  $P_0$  :

$$I_{ph}(t) = \eta_\lambda P_0 \sin^2 \left( \frac{\pi}{2V_{\pi RF}} e(t) + \phi_0 \right). \quad (2.37)$$

Après la conversion opto-électronique, le signal est filtré par une dynamique passe-bande de constante de temps  $\theta$  et  $\tau$ , respectivement pour le filtre passe-haut et passe-bas. Bien que ces constantes de temps n'aient pas la même valeur que celles utilisées pour la dynamique non-linéaire à retard en longueur d'onde, la modélisation du filtre reste identique. Le signal de sortie noté  $u(t)$  est donc défini comme la convolution (2.29) qui se traduit par l'intégré-différentielle (2.38) dans le cas d'une dynamique passe-bande.

$$\tau \frac{du}{dt}(t) + u(t) + \frac{1}{\theta} \int_{t_0}^t u(s) ds = R\eta_\lambda P_0 \sin^2 \left( \frac{\pi}{2V_{\pi RF}} e(t) + \phi_0 \right), \quad (2.38)$$

dans laquelle, on retrouve le paramètre  $\eta_\lambda$  correspondant à l'efficacité du photodétecteur pour la conversion opto-électronique, équation (2.28), ainsi que la

résistance  $R$  issue d'une conversion photo-courant vers tension (2.29).

Le signal électrique  $u(t)$  filtré doit être retardé. Cette ligne à retard est également basée sur l'utilisation de circuit programmable de type FPGA. La valeur du retard  $\tau_D$  doit être calculée à nouveau afin d'être en accord avec la bande passante de la dynamique non-linéaire à retard en intensité suivant l'équation (2.12). L'expression du signal retardé d'une valeur  $\tau_D$ , appelé  $v(t)$ , est définie par l'équation (2.31). Le signal  $v(t)$  est finalement amplifié par un amplificateur linéaire de gain  $G$ , équation (2.39), avant d'être appliqué sur les électrodes RF du modulateur MZ, tension notée  $e(t)$ , comme cela est indiqué sur la figure 2.11.

$$e(t) = G \cdot v(t). \quad (2.39)$$

L'intégré-différentielle (2.38) devient alors :

$$\tau \frac{de}{dt}(t) + e(t) + \frac{1}{\theta} \int_{t_0}^t e(s) ds = RG\eta_\lambda P_0 \sin^2 \left( \frac{\pi}{2V_{\pi RF}} e(t) + \phi_0 \right). \quad (2.40)$$

On identifie  $x(t) \equiv \pi e(t)/(2V_{\pi RF})$ . Pour exprimer l'intégré-différentielle (2.40) en fonction de  $x(t)$ , on multiplie chaque membre par  $\pi/(2V_{\pi RF})$  pour obtenir :

$$\tau \frac{dx}{dt}(t) + x(t) + \frac{1}{\theta} \int_{t_0}^t x(s) ds = \beta \sin^2 (x(t - \tau_D) + \phi_0), \quad (2.41)$$

dans laquelle, nous identifions  $x(t)$  comme la variable dynamique en entrée du modulateur MZ, et  $\beta$  correspondant à  $(RGP_0\eta_\lambda\pi)/2V_{\pi RF}$  comme le poids normalisé de la transformation non-linéaire retardée.

### 2.4.3 Ligne à retard : retard simple et retards multiples

Le retard temporel  $\tau_D$  des systèmes RC est une fonction tout aussi importante que la transformation non-linéaire. Cependant, dans le cadre de nos travaux au Dept. d'Optique Duffieux, nous avons développé plusieurs types de lignes à retard, allant d'un seul retard (contre-réaction unique) à quelques centaines de retards (multiples contre-réactions). Bien que l'utilisation de retards multiples apporte une complexité technologique supplémentaire dans l'étude des systèmes RC utilisant des DNL à retard, elle offre en retour un réservoir dont la richesse des connectivités

internes est bien supérieure à celle produite par un retard simple. Le principe de fonctionnement d'un système RC basé sur un retard unique ou sur  $N$  retards multiples, est illustré en (figure 2.12a et b), respectivement.

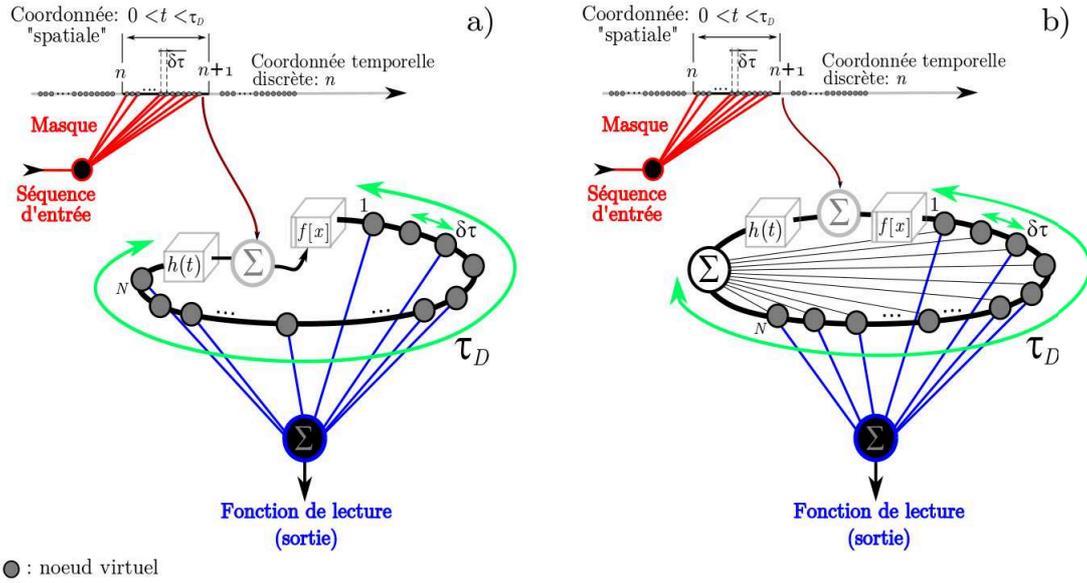


FIGURE 2.12 – Schéma de principe d'un système RC avec différentes structures de ligne à retard.

### 2.4.3.1 Retard simple

Pour signal d'entrée  $u(t)$  d'une ligne à retard temporel de valeur  $\tau_D$ , le signal de sortie  $v(t)$  s'écrit suivant l'équation (2.31). L'égalité dans le domaine de Fourier s'écrit :

$$V(\omega) = \exp(-j\omega\tau_D) U(\omega). \quad (2.42)$$

La fonction de transfert  $H(\omega)$  définie comme le rapport  $V(\omega)/U(\omega)$ , et la phase  $\varphi$  comme l'argument de  $H(\omega)$ , sont décrites respectivement par les équations (2.43) et (2.44) :

$$H(\omega) = \exp(-j\omega\tau_D), \quad (2.43)$$

$$\varphi(\omega) = -\omega\tau_D, \quad (2.44)$$

avec le module de  $H(\omega)$ , noté  $|H(\omega)| \equiv 1$ . L'allure de  $|H(\omega)|$  et  $\varphi(\omega)$ , en fonction de la pulsation  $\omega$ , sont données sur la (figure 2.13a et b), respectivement. On

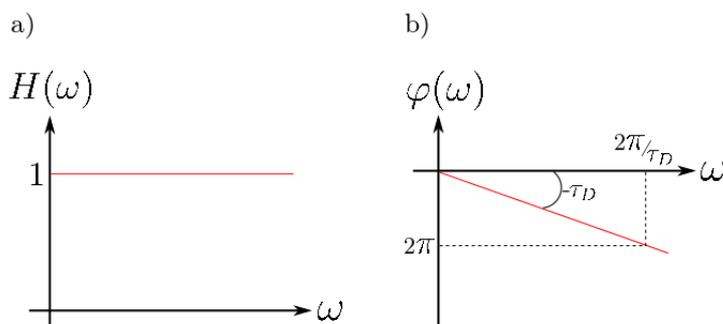


FIGURE 2.13 – Illustration a) du module  $|H(\omega)|$  et b) de la phase  $\varphi(\omega)$  d'une ligne à retard simple.

constate que la ligne à retard simple produit un déphasage pur et n'a aucune influence sur l'amplitude du signal de sortie  $s(t)$ . On remarque également que pour les composantes de Fourier correspondent à des échelles de temps telles que  $\tau$  ou  $\delta\tau$  ( $\delta\tau \ll \tau \ll \tau_D$ ), le déphasage quant à lui peut être extrêmement important (10 à 100 fois  $\pi$ ) pour  $f = (10 \text{ à } 100) / \tau_D$ .

### 2.4.3.2 Retards multiples

Une ligne à retards multiples est pratiquement composée de  $N$  contre-réactions, (figure 2.12b), avec  $N$  retards différents  $\delta\tau_k$  mais aussi  $N$  poids synaptiques différents, notés  $w_k^D$  avec dans les deux cas  $k \in [1, N]$ . L'utilisation d'une pondération  $w_k^D$  de l'information ainsi qu'un espacement entre les nœuds virtuels ajustable est directement inspiré du fonctionnement des réseaux de neurones biologiques et artificiels, dans lesquels, les potentiels d'actions sont pondérés par un coefficient synaptique  $w_k$ , (cf. Chapitre 1 – paragraphe 1.1.2.1 –). La sortie  $s(t)$  d'une ligne à retards multiples s'exprime, dans le domaine temporel, par :

$$s(t) = \sum_{k=1}^N w_k^D e(t - \delta\tau_k), \quad (2.45)$$

avec  $N$  le nombre de contre-réactions employées,  $w_k^D$  les coefficients synaptiques et  $\delta\tau_k$ , un retard parmi les  $N$  possibles. Dans l'espace de Fourier, l'équation (2.45)

donne :

$$S(\omega) = E(\omega) \sum_{k=1}^N w_k^D \exp(-j\omega\delta\tau_k) , \quad (2.46)$$

avec le module  $H(\omega)$  défini par :

$$H(\omega) = \sum_{k=1}^N w_k^D \exp(-j\omega\delta\tau_k) . \quad (2.47)$$

Si l'on cherche à respecter les règles de construction d'un réservoir classique, les coefficients synaptiques  $w_k^D$  sont définis suivant une distribution aléatoire et uniforme mais également de manière creuse ou parcimonieuse (seule une faible portion de toutes les connexions est non nulle). De plus leurs valeurs sont généralement normalisées d'après l'équation (2.48) .

$$\sum_{k=1}^N w_k^D = 1 \quad (2.48)$$

La transformation apportée au signal d'entrée  $u(t)$  par les contre-réactions multiples est a priori complexe. Dans un autre contexte bien plus connu, cette ligne à retards multiples apparaîtrait comme un filtre à réponse impulsionnelle finie, un type de filtre classique en théorie du filtrage numérique. A titre d'illustration d'une transformation possible de  $u(t)$  par une ligne à retards multiples, il est possible de considérer le cas particulier où les poids synaptiques sont tous les mêmes, (équation (2.50)) et les retards multiples sont définis comme des entiers d'un retard élémentaire  $\delta\tau$ , (équation (2.49)).

$$\delta\tau_k = k\delta\tau = k\frac{\tau_D}{N} \quad (2.49)$$

$$w_k^D = \text{constante} = \frac{1}{N} \quad (2.50)$$

Dans ce cas particulier, nous pouvons écrire l'équation (2.47) sous la forme :

$$H(\omega) = \frac{1}{N} \exp\left(-j\omega\frac{\tau_D}{N}\right) \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(-j\omega k\frac{\tau_D}{N}\right) , \quad (2.51)$$

$$H(\omega) = \frac{1}{N} \exp\left(-j\omega\frac{\tau_D}{N}\right) \left[ \frac{1 - \exp(-j\omega\tau_D)}{1 - \exp(-j\omega\tau_D/N)} \right] , \quad (2.52)$$

soit :

$$H(\omega) = \frac{1}{N} \exp \left[ -j\omega \frac{\tau_D}{2} \left( \frac{N+1}{N} \right) \right] \left[ \frac{\sin \left( \frac{\omega \tau_D}{2} \right)}{\sin \left( \frac{\omega \tau_D}{2N} \right)} \right]. \quad (2.53)$$

Un exemple de transformation réalisée par une ligne à retards multiples, dans la configuration particulière décrite par l'équation (2.53), est illustré en (figure 2.14a et b). Ces simulations ont été effectuées avec des valeurs numériques  $N$  et

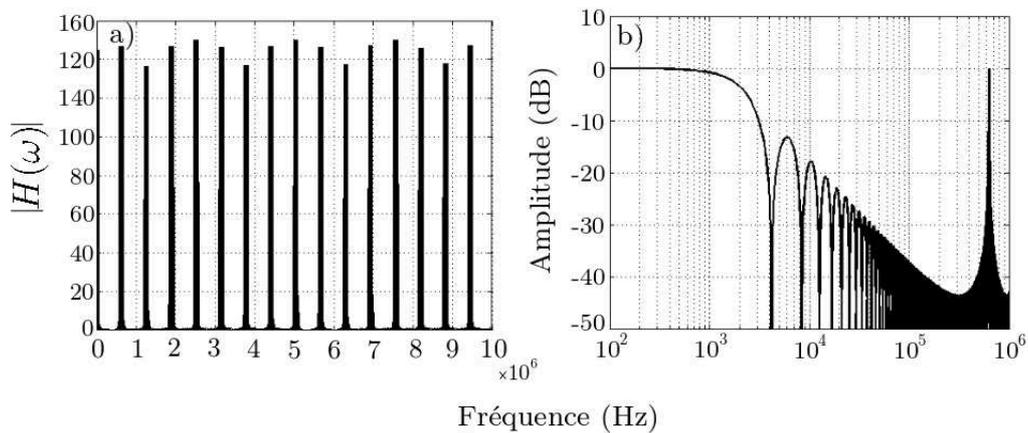


FIGURE 2.14 – Diagramme de Bode en gain d’une ligne à retards multiples. Simulation obtenue avec un nombre de retards  $N=150$ ,  $\tau_D = 238\mu s$ . Chaque retard est pondéré par un coefficient  $w_k^D$  égal à  $1/N$ . a) Représentation linéaire et b) Représentation logarithmique.

$\tau_D$  qu’il sera possible d’implémenter physiquement par la suite, et l’ensemble des coefficients synaptiques  $w_k^D$  est égal à 1. Les (figures 2.14a et b) représentent la même fonction. Il s’agit dans le cas a) d’une représentation linéaire alors que b) est une représentation logarithmique. Cette différence nous permet de mettre en évidence, (figure 2.14a), un comportement bien connu dans le domaine de l’optique physique, semblable à ce qui est rencontré avec un réseaux de diffraction ou encore des systèmes interférentiels comme le Fabry-Pérot. La représentation logarithmique, quant à elle, donne des informations utiles sur l’atténuation de l’amplitude du signal de sortie.

Dans le cas général, une ligne à retards multiples, à l’instar d’une ligne à retard simple, reste une fonction linéaire. Cependant, hormis le déphasage propre à l’effet retard, l’amplitude du signal de sortie sera également modifiée en fonction de la composante de Fourier considérée, suivant le nombre  $N$  de coefficients synaptiques ainsi que selon leur valeur respective. Nous donnerons dans le Chapitre 3 – paragraphe 3.1.3 –, des exemples concrets de lignes à retards multiples lorsque  $N$ ,  $\tau_D$  ainsi que les coefficients synaptiques  $w_k^D$  prennent des valeurs différentes.

### 2.4.3.3 Retards multiples et connectivité interne du réservoir

La connectivité interne du réservoir est contrôlée à l’aide de la constante  $\delta\tau$  correspondant à la “distance” (donc au temps  $\delta\tau$ ) entre deux nœuds virtuels (cf. – paragraphe 2.3.2 –). De plus, l’utilisation de retards multiples nous donne l’opportunité de complexifier la connectivité interne du réservoir et également de la contrôler à l’aide des paramètres  $w_k^D$  et  $\delta\tau_k$  définis dans le paragraphe précédent. Cet aspect multi-retards qui est développé d’un point de vue pratique dans le Chapitre 3, permet une approche beaucoup plus réaliste de la connectivité interne des réseaux de neurones. Ainsi la position de chaque nœud virtuels  $\delta\tau$ , virtuellement défini dans le retard  $\tau_D$ , peut être connectée physiquement à un autre nœud ou groupe de nœuds virtuels. Les connections peuvent évoluer en fonction de nos besoins et sont pondérées par un coefficient synaptique  $w_k^D$ , défini de manière à optimiser les performances de nos système RC. Cette spécificité présente également l’intérêt de proposer une structure plus proche du principe de plasticité neuronale rencontré dans les réseaux biologiques.

En considérant les effets des retards multiples, l’intégré-différentielle (2.11) décrivant les dynamiques non-linéaires à retards devient :

$$\tau \frac{dx}{dt}(t) + x(t) + \frac{1}{\theta} \int x(s)ds = \beta \sin^2 \left[ \sum_{k=1}^N w_k^D [x(t - k\delta\tau) + u(t) + \phi_0] \right]. \quad (2.54)$$

Les principes de fonctionnement des deux systèmes RC développés sur les dynamiques non-linéaires à retards en longueur d’onde et en intensité sont illustrés respectivement sur les (figures 2.15) et (2.16)

## 2.5 Évaluation des performances des systèmes RC

De nombreux tests de calcul standard permettent d’évaluer les performances des systèmes RC. Ils sont utilisés dans la communauté des neurosciences ou encore

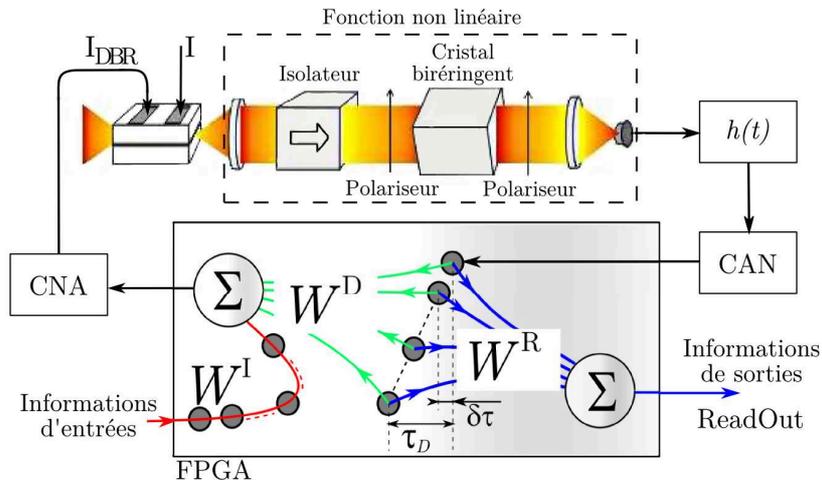


FIGURE 2.15 – Schéma de principe d'un système RC basé sur une DNL à retards multiples opto-électronique en longueur d'onde [55].

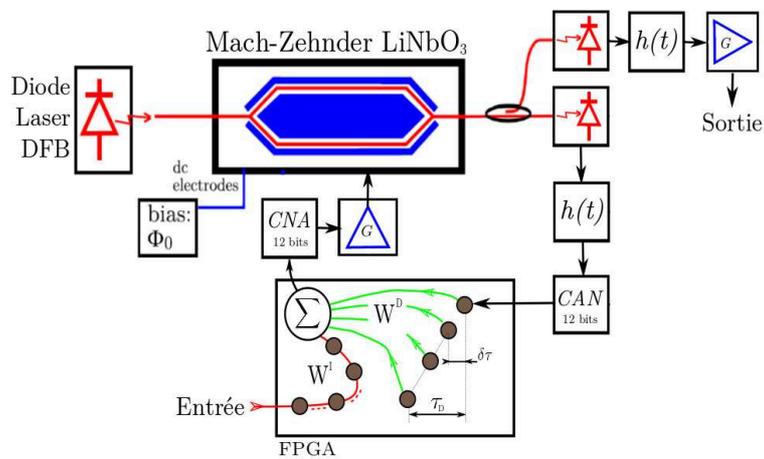


FIGURE 2.16 – Schéma de principe d'un système RC basé sur une DNL à retards multiples opto-électronique en intensité.

dans celle de l'apprentissage machine. Dans ce manuscrit, nous présentons deux exemples de tests, l'un est basé sur les tâches de prédictions de séries temporelles appelées NARMA (*Nonlinear Auto Regressive Moving Average*), et le second sur

le principe de classification comme la reconnaissance vocale de chiffres prononcés.

Conformément aux explications données en début de ce chapitre, nos systèmes RC basés sur des dynamiques non-linéaires à retards, nécessitent une mise en forme particulière (pré-traitement et post-traitement) commune à chaque test et nécessaire pour adresser, et lire, les nœuds virtuels du système RC. Dans les deux sections suivantes, nous expliquons le principe de fonctionnement de ces deux tests standards.

### 2.5.1 Test de prédiction de séries temporelles : NARMA10

Ce test a été introduit pour la première fois dans les années 2000 dans le cadre des réseaux de neurones récurrents, puis a été adapté deux ans plus tard aux approches RC de type ESN de H. Jaeger [30,71–73]. Le test de prédiction NARMA est basé sur l’itération (2.55) qui est une loi d’itération déterministe, non autonome, permettant de calculer exactement les valeurs  $\alpha_n$  à partir des valeurs d’entrée  $\epsilon_n$  correspondant à une source bruitée et obéissant à une distribution uniforme sur  $[0; 0.5]$ . Cette loi est construite pour obtenir un séquence  $\alpha_n$  à fort caractère aléatoire. L’objectif de ce test NARMA réalisé sur nos systèmes RC est d’être capable de calculer les valeurs  $\alpha_n$  à partir des valeurs  $\epsilon_n$  mais en ne connaissant qu’une certaine longueur finie des premiers  $\alpha_n$ . L’ordre du test NARMA, 10 en ce qui nous concerne, correspond au plus ancien terme  $\alpha_n$  impliqué dans la loi d’évolution.

$$\alpha_{n+1} = 0.3\alpha_n + 0.05\alpha_n \left[ \sum_{k=1}^{10} \alpha_{n-k} \right] + 1.5\epsilon_{n-9}\epsilon_n + 0.1 \quad (2.55)$$

Un exemple, de séquence d’entrée  $\epsilon_n$  et de valeur cible  $\alpha_n$ , est donné en (figure 2.17). Ces données sont utilisées pour nos simulations numériques mais également pour la réalisation de tests expérimentaux, sur le RC opto-électronique en longueur d’onde, présentés dans le Chapitre 3 – Démonstrateurs et résultats expérimentaux – . Conformément aux principes de nos systèmes RC (pré-traitement et post-traitement) la séquence (figure 2.17a) doit être au préalable, mise en forme via l’utilisation d’un masque  $\nu(t)$  jouant le rôle de matrice de connexion  $\mathbf{W}^I$  entre les informations d’entrées et les  $N$  nœuds virtuels distribués dans le retard temporel  $\tau_D$ . Il permet une mise en forme de la séquence d’entrée  $\epsilon_n$  en fonction de l’espacement entre deux nœuds virtuels  $\delta\tau$  défini par la relation  $\delta\tau = 0.2\tau$ . On rappelle que le masque est une fonction périodique de période  $\tau_D$  composé d’autant d’éléments que le nombre  $N$  de nœuds virtuels. Le signal d’entrée  $I(t)$  s’écrit :

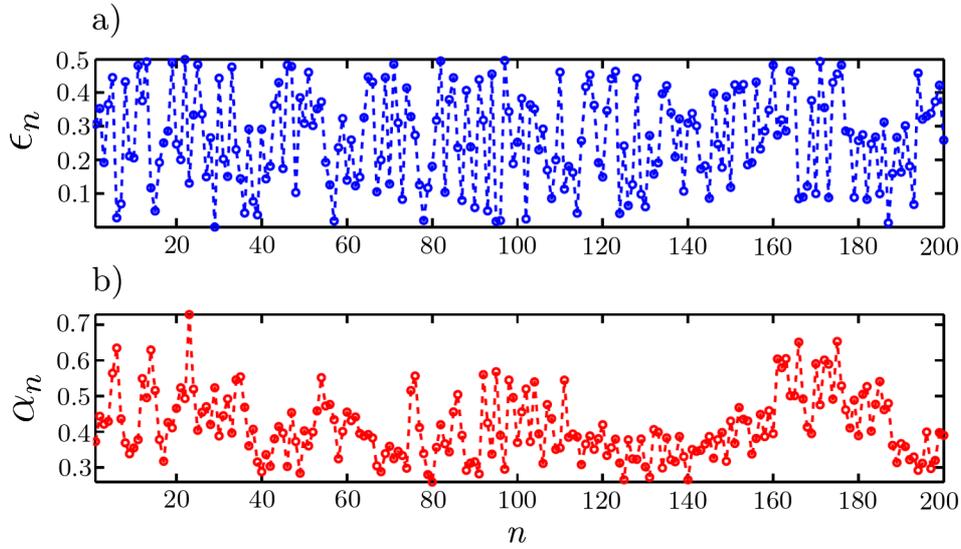


FIGURE 2.17 – **Signal d’entrée  $\epsilon_n$  et valeur cible  $\alpha_n$  du test NARMA10.**  
 a) Entrée discrète  $\epsilon_n$  comprise entre  $[0; 0.5]$  suivant une distribution aléatoire uniforme ; b) Cible  $\alpha_{n+1}$  calculée d’après l’itération (2.55).

$$I(t) = \gamma \sum_{n=0}^{N_u-1} P_{dt}(t - n\tau_D) \cdot \epsilon(n) \cdot \nu(t - n\tau_D), \quad (2.56)$$

$$= \gamma \cdot \nu(t) \sum_{n=0}^{N_u-1} P_{dt}(t - n\tau_D) \cdot \epsilon(n), \quad (2.57)$$

dans laquelle  $\epsilon_n(t)$  est la séquence d’entrée définie précédemment,  $\nu(t)$  est le masque défini par l’équation (2.8) et  $\gamma$  un facteur d’échelle contrôlant l’amplitude du signal d’entrée  $I(t)$  avant l’injection dans le système RC, et  $P_{dt}(t)$  la fonction porte définie par  $dt = \tau_D$  déjà présentée dans ce chapitre au paragraphe 2.3.1. Une illustration du signal  $I(t)$  est donnée en (figure 2.18). Les performances de nos systèmes RC sont estimées en utilisant un signal d’entrée  $I(t)$  composé de 1200 valeurs  $\epsilon_n$  (et de leurs valeurs correspondantes  $\alpha_n$ , donnant ainsi une séquence temporelle (entrée et sortie) de durée  $1200\tau_D$ ). Les signaux transitoires issus du système RC (signal violet sur la (figure 2.18)) sont utilisés pour apprendre la fonction de lecture optimale via le protocole de post-traitement, détaillé dans ce chapitre – paragraphe 2.3.3 –. Une séquence NARMA complémentaire à celle utilisée pour l’apprentissage permet finalement de comparer les valeurs prédites et les valeurs correctes, ce qui permet d’estimer la puissance de calcul du système

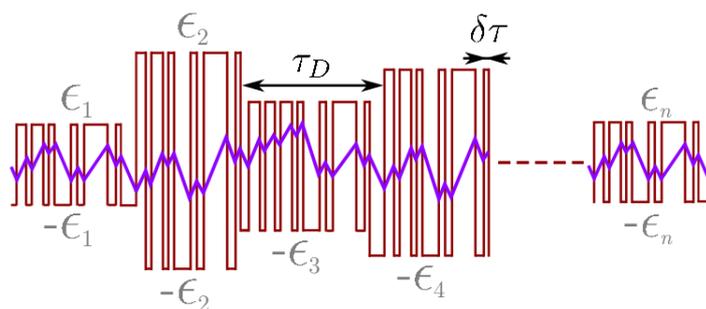


FIGURE 2.18 – **Schéma de principe du signal d'entrée  $I(t)$ .** Le signal marron correspond au signal d'entrée  $I(t)$  de période  $\tau_D$  dont l'amplitude est modulée par la séquence d'entrée  $\epsilon_n$ . Le signal violet est une illustration de la réponse transitoire issue d'un système RC.

RC. Dans le cas du test NARMA10, les 1200 valeurs  $\epsilon_n$  (et  $\alpha_n$ ) sont divisées en deux sous-ensembles, un de 1000 valeurs utilisé pour l'apprentissage et un de 200 valeurs utilisés pour la phase de test. Les performances sont quantifiées à l'aide d'une erreur quadratique moyenne normalisée (*Normalized Root Mean Square Error* (NRMSE)) définie par :

$$NRMSE = \sqrt{\frac{1}{m} \frac{\sum_{n=1}^m (\hat{\alpha}_n - \alpha_n)^2}{\sigma^2(\alpha_n)}}, \quad (2.58)$$

dans laquelle  $m$  est le nombre d'itérations. Le principe consiste à quantifier la dispersion de la valeur cible expérimentale  $\hat{\alpha}_n$  vis-à-vis de la valeur cible  $\alpha_n$  définie théoriquement par l'itération (2.55), en normalisant l'erreur par rapport à la variance  $\sigma^2$ .

Le déroulement du test se décompose en quatre étapes majeures. Pour commencer, le signal d'entrée  $I(t)$  est injecté dans le système RC et traité par le réservoir, donc par la dynamique non-linéaire à retard. Le signal  $x(t)$  issu du réservoir (composé habituellement de 1200 valeurs ( $\epsilon_n$  et  $\alpha_n$ )) est finalement enregistré via un oscilloscope numérique. C'est alors qu'intervient la phase d'apprentissage décrite précédemment dans ce chapitre au paragraphe 2.3.4. L'efficacité de l'apprentissage est finalement évaluée par le calcul d'une NRMSE.

## 2.5.2 Test de classification : reconnaissance vocale de chiffres prononcés

Le second test employé pour caractériser les performances de nos systèmes RC correspond à une tâche de classification, plus précisément de la reconnaissance vocale de chiffres prononcés. Pour procéder à ce test, nous avons utilisé un sous-ensemble d'une base de données standard TI46<sup>2</sup> [74, 75] mise à disposition par Texas Instrument. Cette base de données est composée de chiffres de 0 à 9, prononcés 5 fois, par 10 femmes différentes. Nous avons donc à notre disposition 500 chiffres prononcés échantillonnés à une fréquence de 12.5 kHz.

Pour commencer, nous allons présenter un traitement spécifique à ce test qui est le modèle *Lyon passive ear* (LPE) [76]. Ce modèle est couramment utilisé pour les tests de reconnaissance vocale. Le modèle LPE est indépendant du fonctionnement de nos systèmes RC. Il permet néanmoins une mise en forme de l'information particulière, basée sur le fonctionnement de l'oreille interne, qui favorise le bon déroulement du test. De plus, il est important de l'appliquer lors de nos tests afin que ceux-ci soient comparables à l'état de l'art dans le domaine qui fait précisément usage de ce pré-traitement. Puis nous expliquons les phases de pré-traitement et post-traitement du calcul RC en lui-même. L'efficacité calculatoire de notre système RC sur ce test est ensuite exprimée par un taux d'erreur de mots (*Word Error Rate* (WER)).

### 2.5.2.1 Signal d'entrée $I(t)$ : modèle *Lyon passive ear*, et masque

D'un point de vue biologique, on peut simplifier l'oreille humaine en la représentant comme sur la (figure 2.19). L'oreille est composée de trois parties distinctes. La première est l'oreille externe dotée du pavillon et du conduit auditif. Puis, nous avons l'oreille moyenne, cavité contenant de l'air, composée du tympan et de trois os (marteau, enclume et étrier) et pour finir, l'oreille interne formée par la cochlée, la trompe d'Eustache et le nerf auditif. Lorsque le pavillon reçoit une onde acoustique (un son), il le transmet à l'oreille moyenne via le conduit auditif. Le tympan transmet la vibration aux trois osselets cités précédemment, qui ont pour rôle d'amplifier et de focaliser les vibrations du tympan sur l'oreille interne. L'oreille interne, quant à elle, est une cavité liquide dans laquelle flotte deux éléments, le vestibule et la cochlée. Conjugués aux cils auditifs, ils réalisent une transduction de l'onde acoustique filtrée et amplifiée, en onde électrique transmise au cerveau par le biais du nerf auditif. Le cerveau se charge de traiter (reconnaître et classer) les informations transmises. Dans les applications de reconnaissance vocale, il est

---

2. La base de données TI46 a été créée et mise forme par Texas Instrument en 1980. Elle est désormais couramment utilisée pour les tests de type reconnaissance vocale.

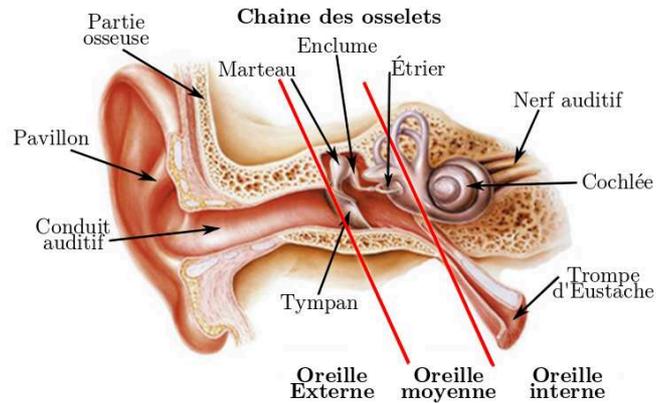


FIGURE 2.19 – **Illustration du fonctionnement d’une oreille humaine.** Elle se décompose en trois parties. L’oreille externe qui capte la vibration acoustique, l’oreille moyenne et interne qui réalise un pré-traitement de l’information [77].

courant d’utiliser un pré-traitement de l’information, à l’instar de l’oreille humaine, afin d’améliorer la performance des systèmes. Plusieurs types de pré-traitement existent :

- Patterson-Holdsworth Meddis,
- Sechel Cochlear,
- Mel-Frequency Cepstral Coefficient (MFCC),
- Lyon Passive Ear.

Les deux modèles les plus utilisés sont les deux derniers.

La méthode MFCC est très répandue, voire quasi standard, dans le domaine de la reconnaissance vocale. La MFCC est calculée de la manière suivante. Le signal électrique, image de l’onde acoustique, subit une transformation de Fourier (TF) utilisant une fenêtre de Hamming puis le spectre passe par un filtre propre à cette méthode appelé *Mel Scale Filter* (MSF) avant d’en prendre le logarithme. La dernière étape consiste à appliquer une transformation de type cosinus afin de limiter la dimensionnalité du système et d’accentuer les informations spécifiques à la parole. Le signal résultant est appelé “cepstrum”.

La méthode *Lyon passive ear* utilisée dans nos travaux est quant à elle basée sur le fonctionnement biologique de la cochlée. Elle reproduit, de manière artificielle, la transformation subie par l’onde acoustique de l’oreille moyenne et interne.

Ce modèle consiste en une batterie de filtres sélectifs dont le nombre varie pour s'adapter aux signaux à traiter. Le schéma de principe de ce modèle est illustré en (figure 2.20). Le nombre de canaux de fréquences peut varier et dépend directe-

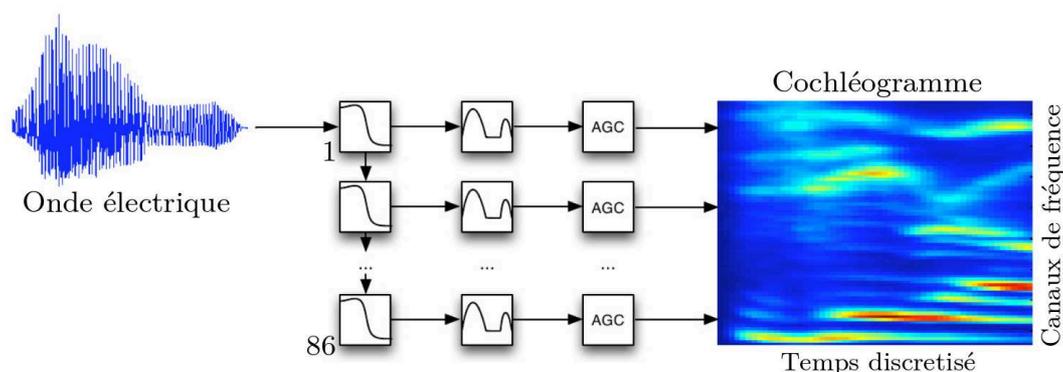


FIGURE 2.20 – Schéma de principe du modèle *Lyon passive ear*. L'onde acoustique image de l'onde sonore est décomposée en 86 canaux de fréquences avant d'être représentée sous la forme d'une matrice appelée "cochléogramme".

ment de la fréquence d'échantillonnage des nombres prononcés. Pour une fréquence d'échantillonnage de 12.5 kHz, nous utilisons 86 filtres sélectifs. Ceux-ci traversent ensuite deux autres fonctions. Un redresseur simple, supprimant la partie négative du signal, puis une correction automatique de gain (CAG). Ce modèle présente l'avantage d'un pré-traitement de l'information sonore beaucoup moins important (demandant moins de ressources) que le modèle MFCC.

Pour procéder à ce pré-traitement, nous utilisons une *toolbox* du logiciel Matlab, appelée *Audiotory Toolbox* et qui est librement accessible à l'adresse "[http : //cobweb.ecn.purdue.edu/malcolm/interval/1998-010/](http://cobweb.ecn.purdue.edu/malcolm/interval/1998-010/)". Le nombre d'échantillons temporels, assimilable au temps de prononciation de chaque chiffre, est variable.

Le cochléogramme est donc une matrice dont les dimensions sont le nombre de canaux en fréquences (verticalement) et le nombre d'échantillons temporels nécessaires au pré-traitement du modèle LPE (horizontalement), variant de  $N_s = 30$  à 160 pour les chiffres du plus court au plus long de la base de données utilisée. La (figure 2.21) est une illustration du pré-traitement réalisé par le modèle LPE avec une bande sonore (.wav) du mot "exemple". Dans le cas du mot "exemple", le cochléogramme est composé de  $N_f = 86$  canaux de fréquences et de  $N_s = 77$  échantillons temporels nécessaires à la transformation totale la bande sonore originale.

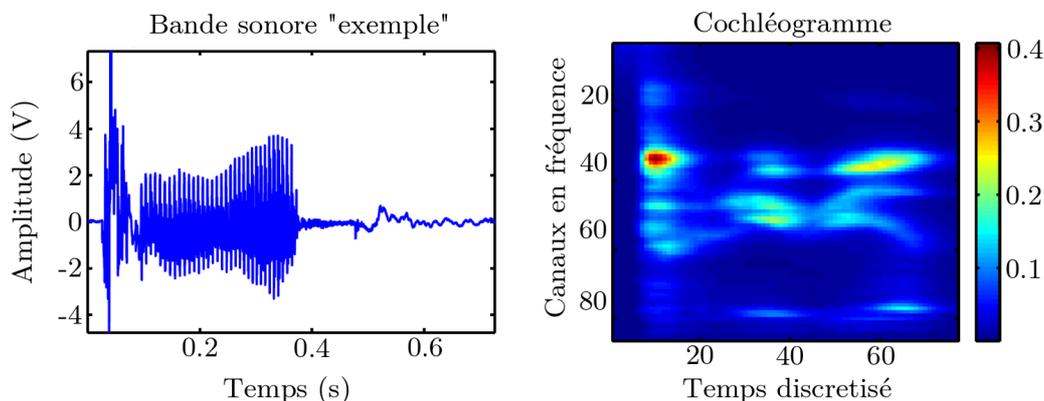


FIGURE 2.21 – **Application du modèle LPE avec le mot “exemple”**. À gauche : le signal électrique format .wav ; À droite : le cochléogramme (du mot “exemple”) obtenu après utilisation du modèle LPE.

Pour être utilisé dans nos systèmes RC, le cochléogramme doit également subir le pré-traitement décrit au paragraphe 2.3.1. La première étape consiste à appliquer la matrice de connectivité  $\mathbf{W}^I$  sur l’information d’entrée (le cochléogramme  $\mathbf{M}_C(t)$ ), à injecter dans le réservoir. Le cochléogramme ainsi mis en forme donne une nouvelle matrice notée  $\mathbf{M}_u$  définie par :

$$\mathbf{M}_u = \mathbf{W}^I \mathbf{M}_C \quad (2.59)$$

Cette mise en forme est illustrée sur la (figure 2.22). Pour obtenir le signal scalaire  $I(t)$  dépendant du temps à partir de la matrice  $\mathbf{M}_u$ , nous utilisons le procédé inverse de celui décrit par la (figure 2.6). Cette fois-ci, chaque colonne de la matrice  $\mathbf{M}_u$  est dépliée puis mise bout à bout formant ainsi le signal d’entrée  $I(t)$  prêt à être injecté dans le réservoir.

### 2.5.2.2 Post-traitement : entraînement et apprentissage

Le signal  $I(t)$  est traité de manière dynamique par le réservoir et un post-traitement (entraînement, tests, validations croisées et résultats) est nécessaire pour obtenir un taux d’erreur de mots (WER) qui sera la mesure de performance de nos systèmes RC.

Le déroulement du test se décompose en cinq étapes majeures. Pour commencer, le signal d’entrée  $I(t)$ , correspondant aux chiffres prononcés (matrice  $\mathbf{M}_u$  dépliée),

est injecté dans le système RC et est traité par le réservoir, donc par la dynamique non-linéaire à retard. Le signal  $x(t)$  issu du réservoir est enregistré via un oscilloscope numérique puis subit une mise en forme afin de reconstituer la matrice  $\mathbf{M}_x$  qui n'est autre qu'une représentation spatio-temporelle des amplitudes de chaque nœud virtuel du réservoir. Cette étape a été décrite dans ce chapitre au paragraphe 2.3.4. Parmi les 500 chiffres prononcés traités par le réservoir, nous choisissons un sous-ensemble de 475 chiffres pour effectuer l'apprentissage du réseau (calcul des éléments de la matrice de connectivité  $\mathbf{W}^R$ ) puis nous le testons avec le sous-ensemble restant constitué de 25 chiffres. Une amélioration de ce test consiste à utiliser le principe de validation croisée, illustrée sur la (figure 2.23), et permis par le sous-ensemble de test de 25 chiffres prononcés. Le choix de ce sous-ensemble de test peut être, relativement à notre base de données, défini de 20 façons différentes et disjointes (figure 2.23).

L'apprentissage réalisé est identique à celui établi dans le test NARMA et est défini par l'équation (2.13) dans laquelle la matrice  $\mathbf{M}_x$  est une représentation spatio-temporelle de l'amplitude de chaque nœud virtuel du réservoir et  $\mathbf{B}$  est la matrice correspondant à la réponse voulue (connue). L'apprentissage consiste à calculer la matrice  $\mathbf{W}^R$  de manière à vérifier l'équation (2.13). Une optimisation de cette matrice est réalisée via une simple régression linéaire (équation (2.14)) et donne la matrice  $\mathbf{W}^R$  optimisée, notée  $\mathbf{W}_{opt}^R$  (cf. – paragraphe 2.3.4 –). Le paramètre de régression  $\lambda$  donne de manière empirique de bons résultats pour des valeurs de l'ordre de 0.001.

La phase de test, quant à elle, consiste à appliquer la matrice optimisée  $\mathbf{W}_{opt}^R$  sur chacune des 25 matrices  $\mathbf{M}_x$  correspondant aux chiffres du sous-ensemble de test. Les 20 choix différents et disjoints de cet ensemble de test permettent d'avoir une validation croisée à 500 tests. On finit par comparer la valeur de la cible calculée avec la valeur de la cible théorique. Si la cible expérimentale correspond à la cible théorique, nous obtenons une erreur égale à 0 et dans le cas contraire l'erreur est égale à 1. Finalement, le WER est déterminé comme étant le rapport de la somme des erreurs sur le nombre total de chiffres prononcés dans le test, équation (2.60), dans laquelle  $P$  est le nombre total de chiffres prononcés testés (sur éventuellement plusieurs validations croisées).

$$WER = \frac{(0 + 1 + 1 + 1 + 0 + \dots + 0 + 1)}{P} \quad (2.60)$$

Une vision globale du pré-traitement et post-traitement pour le test de reconnaissance vocale, est donnée en (figure 2.22).

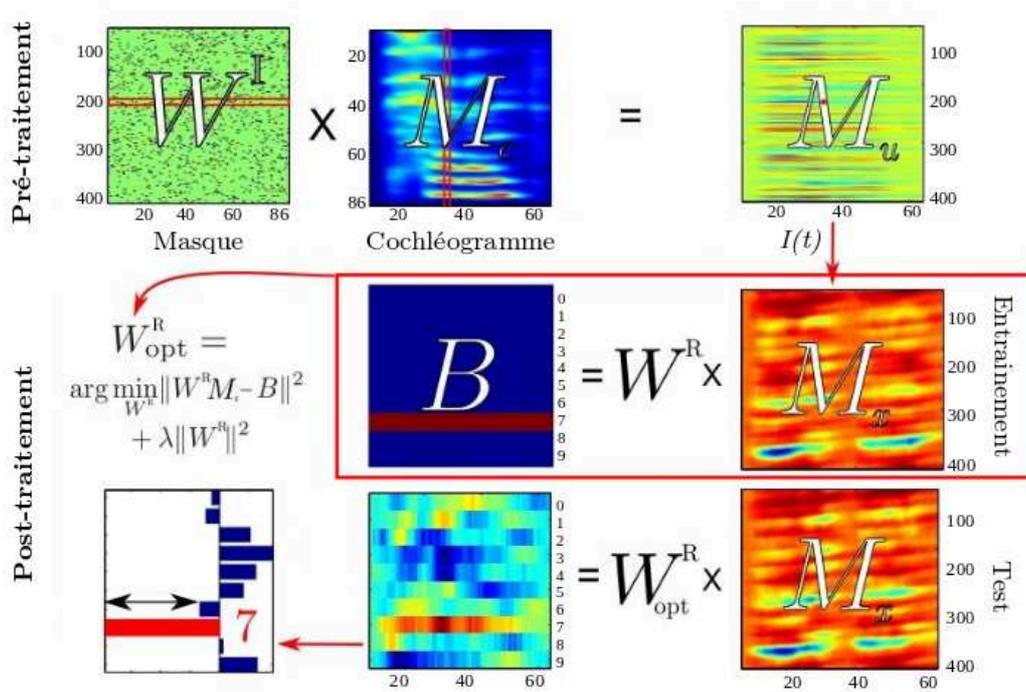


FIGURE 2.22 – Vue globale du pré-traitement et post-traitement utilisé lors du test de reconnaissance vocale. Dans cet exemple le nombre prononcé “7” est à reconnaître, avec un système RC de 400 nœuds virtuels.

## 2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons expliqué de quelle manière un système non-linéaire à retard peut être utilisé afin de reproduire les fonctionnalités d’un réservoir. L’utilisation de DNLs à retard, en guise de réservoir, demande une adaptation des signaux à traiter, en partie réalisée par les phases de pré-traitement et post-traitement de l’information. En effet, la dimension spatiale du réseau de neurones est virtuellement distribuée dans le temps (retard  $\tau_D$ ), ce qui implique l’utilisation d’un masque pour adresser chaque nœud virtuel. Nous avons présenté deux DNLs à retard construites sur une approche opto-électronique associant optique massive et intégrée mais également électronique analogique et numérique. L’utilisation de composants numériques (circuit FPGA) a permis d’introduire de nouveaux concepts tels que celui des retards multiples.

Outre la possibilité d’agir sur l’espacement des nœuds virtuels dans le retard, notre principe de retards multiples nous donne un degré de liberté supplémentaire

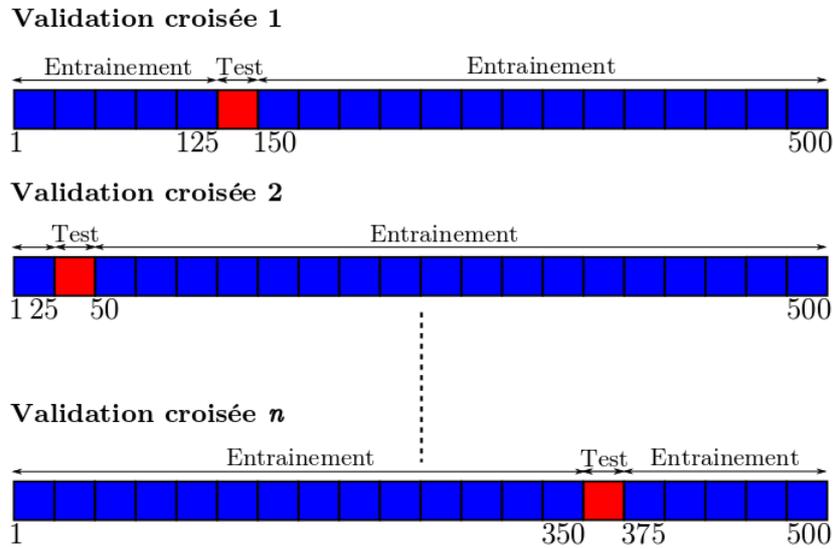


FIGURE 2.23 – Schéma de principe des validations croisées. Les validations croisées sont utilisées afin d'accroître la précision avec laquelle nous calculons la puissance de nos systèmes RC. La base de données de 500 chiffres prononcés est décomposée en deux sous-ensembles, un de 475 pour la phase d'apprentissage et 25 pour la phase de test et ces deux sous-ensembles sont  $n$  fois ré-évalués ( $n = 20$  dans nos travaux).

pour agir sur la connectivité interne du réservoir. L'utilisation, de contre-réactions multiples, donne la possibilité de contrôler physiquement les connections entre nœuds, l'espacement de ceux-ci ainsi que leurs coefficients synaptiques respectifs.

Finalement, après avoir décrit la méthode d'injection et de lecture des signaux transitoires du réservoir, nous avons introduit les principes de deux tests standards permettant de quantifier la puissance de calcul de nos systèmes RC. Le test de prédiction et de classification fait l'objet du chapitre 3, dans lequel ils sont implémentés expérimentalement.

# Chapitre 3

## Démonstrateurs et résultats expérimentaux

La mise au point de démonstrateurs ou encore l'évaluation des performances de nos systèmes RC, à l'aide de tests standards, représente la partie la plus importante des travaux réalisés durant ce doctorat. Ceux-ci ont débuté avec une dynamique non-linéaire à retard opto-électronique en longueur d'onde, pour évoluer finalement vers une DNL à retard en intensité. Les principes de fonctionnement de ces deux DNL à retard ont été expliqués dans le chapitre 2 – paragraphe 2.4 –.

Dans ce dernier chapitre, nous présentons les DNL à retard d'un point de vue expérimental, et de leur transformation en réservoir physique. Nous commençons par quelques rappels sur la technologie des circuits FPGA ayant permis l'implantation des retards multiples spécifiques à nos travaux. La construction de ces lignes à retard est détaillée par la suite. Dans un second temps, nous détaillons les configurations expérimentales de nos deux DNL à retard. Que ce soit dans le cas de l'optique massive ou celui de l'optique intégrée utilisant des composants télécom optique, ou tout simplement dans le cas des cartes électroniques développées en interne, les différentes fonctions de base de traitement du signal sont détaillées du point de vue expérimental. La dernière partie de ce chapitre est consacrée à l'évaluation des performances de nos systèmes RC avec les conditions opératoires à appliquer. Nous employons pour cela, deux tests standards employés, entre autre, par la communauté des réseaux de neurones. Les principes de fonctionnement de ces deux tests ont été expliqués dans le chapitre 2 – paragraphe 2.5 –. Ce chapitre est donc consacré à la mise en œuvre expérimentale de ces tests, par un procédé de traitement de l'information utilisant des réservoirs photoniques.

## 3.1 Lignes à retards numériques

Nous savons désormais que le retard temporel  $\tau_D$  joue un rôle essentiel dans le fonctionnement et l'implémentation de nos systèmes RC. La réalisation expérimentale d'une ligne à retard simple est certes une fonction simple à implémenter. Néanmoins l'aspect retards multiples, proposé dans nos travaux afin d'augmenter la connectivité interne du réservoir, complique fortement la topologie. Le recours aux retards multiples ainsi qu'aux contre-réactions multiples, impose des conditions expérimentales particulières comme l'adressage des nœuds virtuels dans le retard. De plus, la configuration de nos réservoirs n'est pas fixe (en fonction du test envisagé) et les connections internes doivent pouvoir être modifiées simplement d'une expérience à une autre, ainsi que le poids synaptique de chaque nœud.

Pour cela, nous avons choisi de réaliser nos lignes à retards de manière électronique et plus précisément, en optant pour les composants programmables de type FPGA. Les lignes à retards sont alors réduites à de simples programmes (codées en vhdl pour les circuits FPGA) dont le contrôle et la simplicité d'utilisation ont facilité la construction de deux démonstrateurs de systèmes RC à multiples retards.

Afin de faciliter la lecture de ce manuscrit, les informations techniques propres aux circuits et aux cartes FPGA, sont donnés en annexes A et B. Nous nous contentons ici d'expliquer de manière fonctionnelle la conception et le fonctionnement des lignes à retards numériques à retard simple ou retards multiples.

### 3.1.1 Introduction aux circuits programmables FPGA

La conception de nos lignes à retard numériques est basée sur l'utilisation de cartes électroniques développées par le fabricant des FPGA. Il s'agit, dans notre cas, du fabricant ALTERA [78–80] et ce choix s'est imposé naturellement car nous disposons déjà ce type de matériel au sein du laboratoire. Les cartes FPGA qu'on aperçoit sur la (figure 3.1) sont très utilisées, que ce soit pour la recherche académique ou le développement industriel. Elles présentent l'avantage d'être complètes et directement utilisables. Elles se composent de tous les composants nécessaires au développement d'un projet, en intégrant les éléments essentiels (en plus du circuit FPGA) tels que différents types de mémoires (RAM et SRAM), des indicateurs lumineux, des interrupteurs, ports d'entrées/sorties ainsi que toutes les liaisons de communications habituelles (RS-232, USB, J-TAG et Ethernet).

La (figure 3.1) montre les deux types de kit de développement ALTERA utilisés durant ces travaux. Ceux-ci ont été assemblés initialement afin de répondre à un

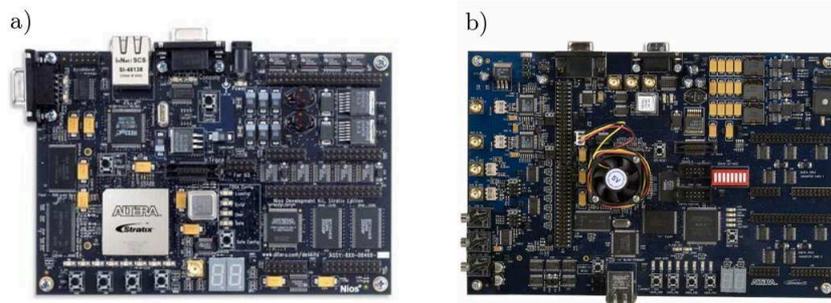


FIGURE 3.1 – Photographie des cartes de développement FPGA utilisées pour nos travaux. a) Kit de développement Nios II STRATIX I [81] (Annexe A) ; b) Kit de développement DSP STRATIX II édition professionnelle [82] (Annexe B).

domaine bien particulier. Ainsi le traitement du son ou celui de la vidéo, impose des largeurs de bandes et des fonctionnalités différentes. Cependant, il s’agit de pré-configurations et les deux kits utilisés sont exploitables pour nos travaux. Le kit illustré en (figure 3.1a) est conçu pour le développement de cœur NIOS<sup>1</sup> alors que le kit illustré en (figure 3.1b) a pour domaine le traitement numérique d’information multimédia. Il est également plus puissant, autrement dit, les mémoires de type RAM et SRAM ont une capacité plus grande et le circuit FPGA, en lui même, est plus puissant. Sans rentrer dans les détails de ces deux kits, nous allons présenter le fonctionnement du FPGA, ainsi que les principales fonctions utilisées pour la création de lignes à retards simples ou multiples.

### 3.1.1.1 Circuit FPGA

Une majeure partie des fonctions numériques complexes peuvent être considérées comme un assemblage d’éléments basiques permettant de construire des macro-fonctions numériques telles que les bascules D, puis celle-ci seront utilisées pour obtenir des mega-fonctions comme les mémoires FIFO ou encore de simple multiplieurs. C’est d’après cette analyse que le composant FPGA prend toute sa dimension. La FPGA est un composant numérique (re-)programmable utilisant la technologies des mémoires volatiles SRAM. Ils sont constitués d’un certain nombre d’éléments logiques, également appelés blocs logiques ou encore de ports d’entrées/sorties, permettant de mettre en œuvre des fonctionnalités beaucoup

1. Le NIOS II est un processeur softcore propriétaire de Altera qui est basé sur un cœur RISC 32 bits. Ces processeurs sont émulés virtuellement au sein du FPGA et donnent accès à de nombreuses applications. Ils n’ont pas été utilisés durant nos travaux néanmoins leur utilisation est présentée dans la section “Conclusion et perspectives”.

plus complexes [78–80, 83].

Physiquement, un FPGA peut être assimilé, de manière simpliste, à une matrice dont chaque élément est un bloc logique. Cette matrice est entourée de fonctions garantissant l’entrée et la sortie des informations numériques et ainsi établir des liaisons avec les autres composants voisins du système. Cette matrice de blocs logiques est initialement non câblée. C’est à l’opérateur de choisir les liaisons à activer, afin de créer la fonction logique combinatoire voulue.

Le langage de programmation utilisé pour les FPGA est appelé VHDL (*VHSIC Hardware Description Language*), VHSIC étant lui même un acronyme signifiant *Very High Speed Integrated Circuit*. Il est également possible d’utiliser une programmation graphique simplifiant la création des méga-fonctions numériques. Les deux types de FPGA utilisés dans nos travaux ont pour référence Stratix I EP1S10F780C6 (figure 3.1a) et Stratix II 2S180F1020C3 (figure 3.1b), et leurs caractéristiques sont données en annexe A et B, respectivement. Bien qu’ils aient un nombre d’éléments logiques différents (respectivement 10570 et 179400), leurs programmations et utilisations restent identiques.

Les lignes à retards numériques conçues durant cette thèse sont composées principalement de mémoires FIFO et de multiplieurs tous deux implémentés numériquement dans le FPGA. Ce circuit numérique utilise nécessairement des formes de données binaires, autrement dit, une information est codée par une succession de 0 et 1. Il est donc nécessaire d’utiliser une interface pour convertir une information analogique en signal numérique en entrée du circuit FPGA et inversement pour la sortie.

Ce traitement de l’information est illustrée sur la (figure 3.2) sur laquelle, on aperçoit le signal analogique d’entrée  $e(t)$  qui est filtré par une filtre anti-repliement. Il s’agit d’un filtre passe-bas d’ordre 4. Sa fréquence de coupure  $f_c$  est calculée en fonction des critères de Shannon mais également de la fréquence d’échantillonnage  $f_e$  des convertisseurs. La fréquence  $f_c$  respecte la condition suivante :

$$f_{max} < f_c < \frac{f_e}{2}, \quad (3.1)$$

avec  $f_{max}$  la fréquence maximale contenue dans le spectre de Fourier du signal  $e(t)$ . En pratique, nous avons choisis une fréquence de coupure  $f_c$  pour le système RC opto-électronique en longueur d’onde et en intensité respectivement de 500 kHz et 5 MHz pour des fréquences “pertinentes” maximum de l’ordre de 20 kHz et 400 kHz. Ce choix nous permet d’avoir une certaine marge de conservation des infor-

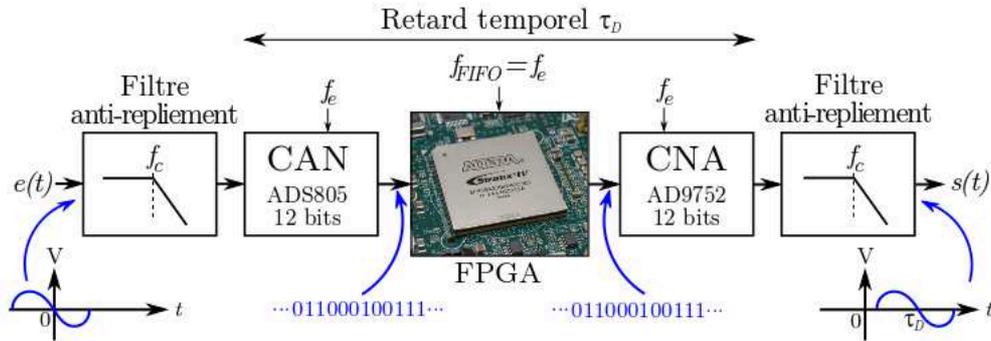


FIGURE 3.2 – Schéma de principe du traitement analogique-numérique-analogique de l'information. Configuration utilisée expérimentalement pour la réalisation de lignes à retard numériques.

mations lors du passage en numérique, notamment motivé par l'étalement spectral issu des effets non-linéaires de la DNL. La conversion du signal d'entrée  $e(t)$  filtré est réalisée par un convertisseur analogique-numérique (CAN) ADS805 codant l'information sur 12 bits. En sortie du FPGA, l'information numérique est retardée d'une valeur  $\tau_D$  et l'on retrouve un traitement symétrique qui consiste en une conversion numérique-analogique (CNA) AD9752 utilisant 12 bits également. On note que les deux convertisseurs sont cadencés par la même fréquence d'échantillonnage  $f_e$ . Finalement nous utilisons un second filtre de reconstruction (ou anti-image) de fréquence de coupure  $f_c$  identique au filtre anti-repliement présent en entrée, qui permet de retrouver un signal analogique correctement lissé (sans les effets de l'échantillonnage).

### 3.1.1.2 Mémoires FIFO

Une méthode simple pour obtenir concrètement un retard temporel est l'utilisation d'une mémoire FIFO (*First In First Out*). Ce type de composant présente l'avantage d'être numérique et peut être programmé dans un circuit FPGA à l'aide bascules D. Le principe de fonctionnement de ce type de mémoire est relativement simple. Elles sont composées d'un empilement de cases indexées dans la mémoire du FPGA dans lesquelles transite une information, mise préalablement sous la forme d'un mot binaire. La longueur de ce mot est de 12 bits dans notre cas. L'information passe de case en case, le tout cadencé par un signal d'horloge de type TTL, nommé  $f_{FIFO}$ , de l'ordre de plusieurs MHz. Le schéma de principe est donné en (figure 3.3).

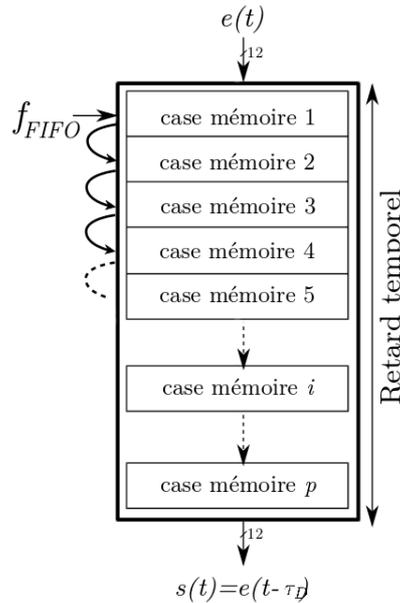


FIGURE 3.3 – **Schéma de principe d'une mémoire FIFO.** Elle est composée de  $p$  cases mémoires dans lesquelles passe une information numérisée. Le passage d'une cellule mémoire à une autre est synchronisé par un signal d'horloge TTL. Le retard temporel ainsi généré est extrêmement flexible et dépend de trois paramètres  $p$ ,  $N$  et  $f_{FIFO}$ .

L'utilisation de ce composant procure une certaine flexibilité dans le contrôle du retard temporel obtenu. En effet celui-ci dépend directement du nombre de cellules contenues dans la mémoire FIFO mais également du signal de synchronisation  $f_{FIFO}$ . Plus le nombre de cellules de notre mémoire est important, plus le retard généré l'est également et inversement, plus la fréquence de  $f_{FIFO}$  est élevée plus le retard est petit. L'expression du retard temporel en secondes est donnée par la relation (3.2).

$$\tau_D = \frac{(N \cdot p) + 6}{f_{FIFO}} \quad (3.2)$$

Dans laquelle  $N$  est le nombre de mémoires FIFO utilisées et concaténées,  $p$  est le nombre de cases mémoires dans chaque mémoire FIFO, le terme additionnel 6 est dû aux cycles d'horloges nécessaires pour la conversion analogique-numérique des informations, et  $f_{FIFO}$  est le signal TTL qui synchronise l'ensemble des cases

mémoires. Ces mémoires jouent un rôle essentiel dans nos systèmes RC. Nous expliquons dans la suite de ce manuscrit de quelle manière l'utilisation d'une mémoire FIFO permet, à la fois de générer un retard, et également d'émuler un nœud virtuel.

### 3.1.1.3 Multiplieurs

Pondérer une information revient à lui attribuer un certain poids. Celui-ci peut être positif comme négatif, décimal ou entier. La solution la plus simple pour une implémentation physique de ce poids est l'utilisation d'un multiplieur. Multiplier une information par un coefficient, revient à la pondérer par la valeur de celui-ci, et cette fonction est implémentée numériquement dans un FPGA. Le schéma de principe est donné en (figure 3.4).

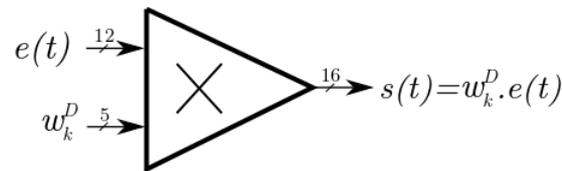


FIGURE 3.4 – **Schéma de principe des multiplieurs utilisés pour attribuer un poids synaptique à chaque nœud virtuel.** L'information d'entrée  $e(t)$  est codée sur 12 bits et le coefficient synaptique  $w_k^D$  sur 5 bits, ce qui implique une information de sortie  $s(t)$  codée sur 16 bits.

L'information numérique codée sur 12 bits est multipliée par un coefficient. La pondération de l'information augmente le nombre de bits nécessaires pour son codage. Ce détail prend son importance lors d'une réalisation expérimentale.

### 3.1.2 Ligne à retard simple

Après avoir introduit quelques notions sur les composants FPGA ainsi que les composants numériques employés dans le design de nos lignes à retard, nous présentons leurs réalisations expérimentales. Nous expliquons également de quelle manière nous émuloons la dimension spatiale de nos systèmes RC dans le retard temporel  $\tau_D$  ainsi généré.

### 3.1.2.1 Réalisation expérimentale

Le développement de la ligne à retard simple repose directement sur l'utilisation d'une mémoire FIFO. Son principal objectif est de créer un retard temporel  $\tau_D$  entre le signal d'entrée et le signal de sortie sans aucune autre modification (notamment sur l'amplitude du signal). La (figure 3.5) illustre le principe de fonc-

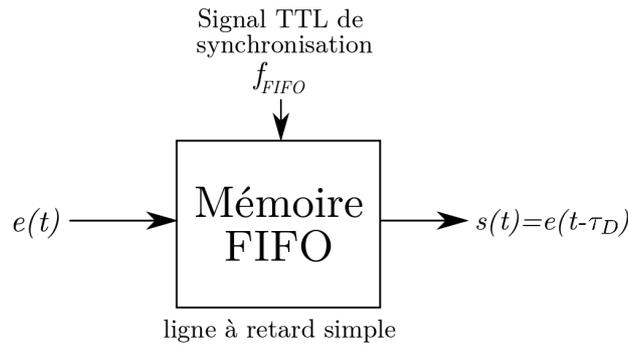


FIGURE 3.5 – Schéma de principe d'une ligne à retard simple constituée d'une seule mémoire FIFO.

tionnement d'une ligne à retard simple, utilisant une seule mémoire FIFO. Le retard  $\tau_D$  se calcule suivant l'équation (3.2). En fonction des configurations utilisées dans nos démonstrateurs, le retard  $\tau_D$  est de  $238 \mu\text{s}$  ou  $32.4 \mu\text{s}$ , respectivement pour le système RC en longueur d'onde ou en intensité. En pratique, nous avons choisi d'utiliser une mémoire FIFO de 16384 cases mémoires pour le système RC en longueur d'onde, ce qui nous permet de travailler avec une fréquence du signal  $f_{FIFO}$  égale à 41 MHz, suffisamment importante pour respecter les conditions de Shannon, et suffisamment basse pour être générée à l'aide d'une simple GBF (Générateur Basse Fréquence). Pour le système RC en intensité, nous travaillons avec une mémoire FIFO de 1606 cases mémoires synchronisées à une fréquence de 50 MHz.

Le signal d'horloge délivré par un GBF nous permet d'ajuster la valeur du retard  $\tau_D$  en temps réel et ainsi d'obtenir de nouveaux régimes dynamiques (adressage asynchrone des nœuds virtuels [84]) très facilement. Cependant, pour simplifier nos réalisations expérimentales, le système RC opto-électronique en intensité utilise la fréquence fixe d'un quartz de fréquence à 50 MHz, connecté directement au circuit FPGA.

La vérification expérimentale du retard  $\tau_D$  obtenu peut se faire de différentes

manières (réponse impulsionnelle, réponse à un échelon, ...). Nous avons choisi de caractériser nos lignes à retards à travers leurs réponses impulsionnelles car celles-ci donnent plus d'informations, entre autre sur la bande passante analogique de l'ensemble de la ligne à retard réalisée par le circuit FPGA, en incluant les convertisseurs analogique numérique et numérique analogique.

### 3.1.2.2 Réponse impulsionnelle

La réponse impulsionnelle, théoriquement représentée par une distribution de Dirac  $\delta(t)$ , n'est pas un signal physique. Nous utilisons un système expérimental communément appelé FIR pour *Finite Impulse Response*, souvent réalisé et étudié car c'est une méthode simple pour analyser le comportement dynamique d'un système physique. L'impulsion fournie à l'entrée du système linéaire sera différente

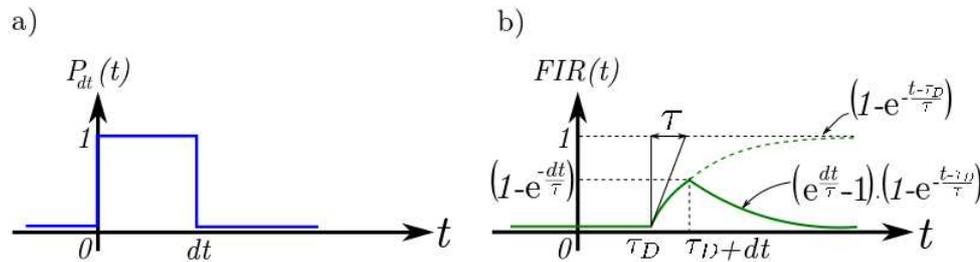


FIGURE 3.6 – Illustration des signaux expérimentaux utilisés dans le cadre d'une réponse impulsionnelle. a) Fonction porte ; b) réponse impulsionnelle

en sortie et représente les caractéristiques propres au système. Pour réaliser ce filtrage FIR, nous utilisons une fonction porte, notée  $P_{dt}(t)$ , générée par un générateur basse fréquence délivrant une impulsion finie d'amplitude normalisée égale à 1 et de largeur  $dt$ , illustrée sur la (figure 3.6a). La forme typique d'une réponse impulsionnelle, notée  $FIR(t)$ , du système dynamique régi par une dynamique passe-bas du premier ordre est illustrée sur la (figure 3.6b). Dans nos travaux, les filtres anti-repliements sont d'ordres élevé, néanmoins l'allure globale de  $FIR(t)$  est la même, sauf dans le cas d'une ligne à retards multiples. Ce cas est développé au paragraphe 3.1.3.2. La largeur  $dt$  de la fonction porte est plus petite que le temps de réponse du système physique, en l'occurrence la constante de temps  $\tau$ . La figure (3.7) montre un exemple de FIR expérimentale pour une ligne à retard numérique (1 seul nœud virtuel) ayant une valeur de retard  $\tau_D$  de  $10 \mu s$ . La fonction porte (signal bleu) a une largeur  $dt$  de  $10 \mu s$  et la réponse du système dynamique étudié est la courbe verte. On remarque graphiquement les effets du filtrage d'ordre élevé

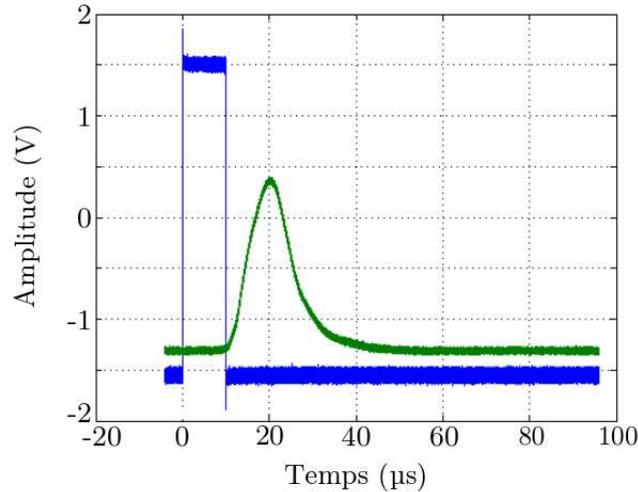


FIGURE 3.7 – Réponse impulsionnelle d’une ligne à retard simple (1 noeud virtuel).

avec une réponse impulsionnelle plus lissée que la courbe théorique illustrée sur la (figure 3.6b).

### 3.1.2.3 Accordabilité du retard

Bien que l’on travaille avec un retard  $\tau_D$  fixe, la ligne à retard simple peut être ajustée, si besoin est, en temps réel à l’aide du signal d’horloge  $f_{FIFO}$  synchronisant les mémoires FIFO. Lors de nos expériences, nous avons utilisé un signal d’horloge allant de 1 MHz à 80 MHz. Ces deux limites sont respectivement dues à l’électronique numérique de la carte FPGA et à la fréquence maximale délivrable par notre GBF. Pour simplifier la réalisation expérimentale des lignes à retard, les signaux d’horloges des CAN et CNA sont communs au signal  $f_{FIFO}$ . Nous nous sommes limités à une fréquence basse de 1 MHz pour respecter les conditions de Shannon. La (figure 3.8) correspond au retard temporel  $\tau_D$  théorique d’après l’équation (3.2) (ligne continue). Le fonctionnement de cette ligne à retard a été validé expérimentalement (mesures en croix). Elle a été utilisée pour le système RC opto-électronique en longueur d’onde.

### 3.1.3 Ligne à retards multiples

Nous allons présenter dans cette section le principe de fonctionnement de nos lignes à retards multiples ainsi que la méthode expérimentale de réalisation. Nous

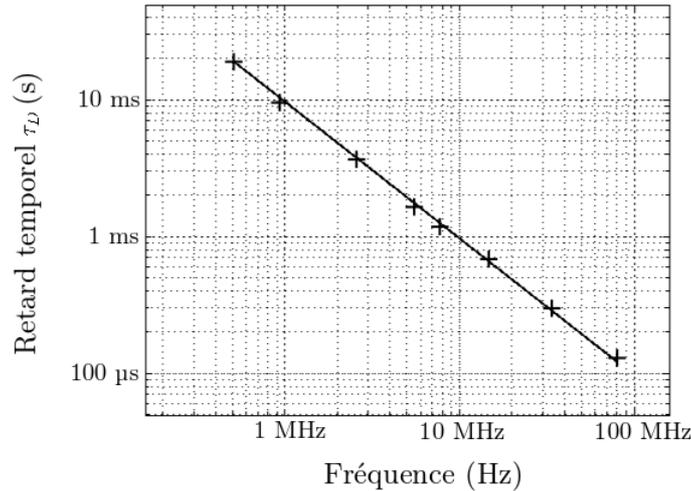


FIGURE 3.8 – Retard temporel  $\tau_D$  en fonction du signal d’horloge  $f_{FIFO}$  synchronisant la mémoire FIFO. Sur ce graphe, l’évolution du retard en fonction de la fréquence d’horloge des mémoires est en trait continu et les mesures expérimentales correspondent aux croix. Le nombre de cases mémoires est fixé à 6500.

présentons également une configuration testée expérimentalement et composée seulement de 15 contre-réactions multiples.

### 3.1.3.1 Réalisation expérimentale

Le principe de réalisation d’une ligne à retards multiples repose directement sur l’utilisation de plusieurs lignes à retard simple. La réalisation expérimentale est illustrée sur la (figure 3.9). Notre objectif est de construire une fonction dont le retard temporel obtenu est égal à  $\tau_D$  et dans laquelle il est possible de lire et d’utiliser une information à un instant choisi. Les connaissances ainsi que notre expérience acquise lors de nos précédents travaux (circuit FPGA et ligne à retard simple), nous ont amenés à implémenter une ligne à retard, non plus composée d’une seule mais de  $N$  mémoires FIFO ( $N$  égal 150 ou 400, respectivement pour le système RC en longueur d’onde et en intensité). Ces  $N$  mémoires FIFO sont placées bout à bout en formant une chaîne. L’expression (3.2) permettant le calcul du retard temporel  $\tau_D$  reste valide. S’il est difficile de lire une information transi- tant dans une mémoire FIFO, il est, en revanche, facile de la lire en sortie de ces mémoires et ainsi l’utiliser. Il s’agit d’une information numérique codée sur 12 bits. Dès lors, nous pouvons implémenter une ligne à  $N$  retards multiples dont chaque

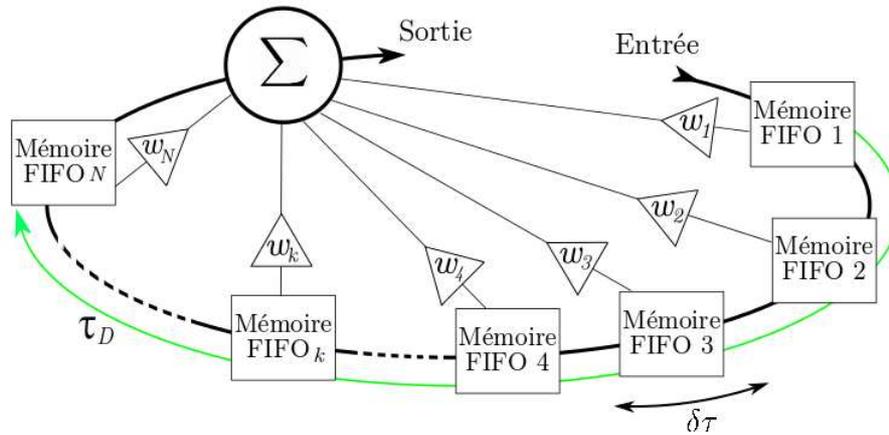


FIGURE 3.9 – **Principe de réalisation expérimentale d'une ligne à retards multiples.** Plusieurs lignes à retard simples (mémoires FIFO) sont concaténées formant une structure plus complexe à retards multiples.

position est adressable et utilisable. Chaque information lue donne l'image de l'amplitude des nœuds virtuels. Le retard engendré par une seule mémoire FIFO est appelé retard élémentaire et correspond à l'espace entre les nœuds  $\delta\tau$ . Nous précisons que durant nos travaux, la taille de toutes les mémoires FIFO a été la même et de ce fait,  $\delta\tau$  est constant. Finalement, l'information lue à la sortie des mémoires FIFO est pondérée par un coefficient synaptique  $w_i$  avant d'être sommée.

Cette configuration expérimentale nous donne l'opportunité de modifier la connectivité interne du réservoir en utilisant les  $N$  retards multiples ou simplement quelques uns. Nous avons utilisé deux types de configurations décrites dans la suite du manuscrit. La première utilise les  $N$  retards multiples pondérés par des coefficients synaptiques dont les valeurs ont été fixées aléatoirement. La seconde configuration utilise 15 retards multiples (parmi les  $N$  disponibles), dont la position et les coefficients synaptiques ont été choisis aléatoirement.

### 3.1.3.2 Réponse impulsionnelle

Nous utilisons à nouveau la réponse impulsionnelle afin de caractériser nos lignes à retards multiples dans leurs différentes configurations. La (figure 3.10) correspond à la réponse impulsionnelle expérimentale de la ligne à retards multiples de 150 contre-réactions. On constate que le signal de sortie est plus complexe que pour une ligne à retard simple. La durée du signal de sortie corre-

spond à la durée du retard temporel  $\tau_D$  soit  $238 \mu s$  dans le cas du système RC en longueur d'onde. L'amplitude du signal varie à l'image des valeurs des coefficients synaptiques  $w_k^D$ . L'évolution de l'amplitude doit être discrète suivant des

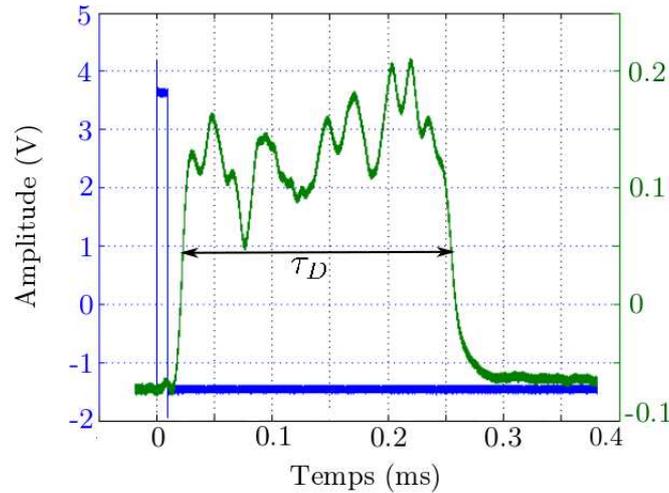


FIGURE 3.10 – **Caractérisation expérimentale de la ligne à retards multiples avec 150 contre-réactions.** On utilise une impulsion de largeur à mi-hauteur  $10 \mu s$ . On constate en sortie un étalement de l'impulsion d'entrée, d'une durée égale à  $\tau_D$  et dont l'amplitude varie en fonction des coefficients  $w_i$  utilisés.

pas d'intégration de largeur  $\delta\tau$  et cela demande une impulsion de largeur inférieure à  $\delta\tau$ , soit inférieure à  $1.5 \mu s$ . Dans ce cas l'énergie contenue dans l'impulsion est si faible que le signal de sortie est quasi inexistant. Nous nous sommes limités à une impulsion de largeur à mi-hauteur de  $10 \mu s$ . Nous avons effectué ce même test sur la ligne à retards multiples ne contenant que 15 contre-réactions. Le résultat est donné sur la (figure 3.11b). On constate que la largeur totale du signal de sortie est toujours égale à  $\tau_D$ . Cependant, l'amplitude du signal comporte certaines zones égales à 0 et correspondant aux contre-réactions non utilisées. La résolution n'est pas excellente mais on constate que le nombre de pics assimilables aux coefficients synaptiques des contre-réactions est de 15 et l'évolution de l'amplitude de la réponse impulsionnelle correspond à leurs valeurs.

Pour confirmer cette dernière information, nous avons injecté un échelon unité (appelé fonction de *Heavyside*) pour mieux caractériser les 15 retards multiples. Bien qu'il ne s'agisse pas d'une réponse impulsionnelle, on constate sur la (figure 3.11a) que le signal de sortie évolue par incréments (15 pour être précis) dont l'amplitude correspond à la valeur de chaque coefficient synaptique  $w_k^D$  choisi. La

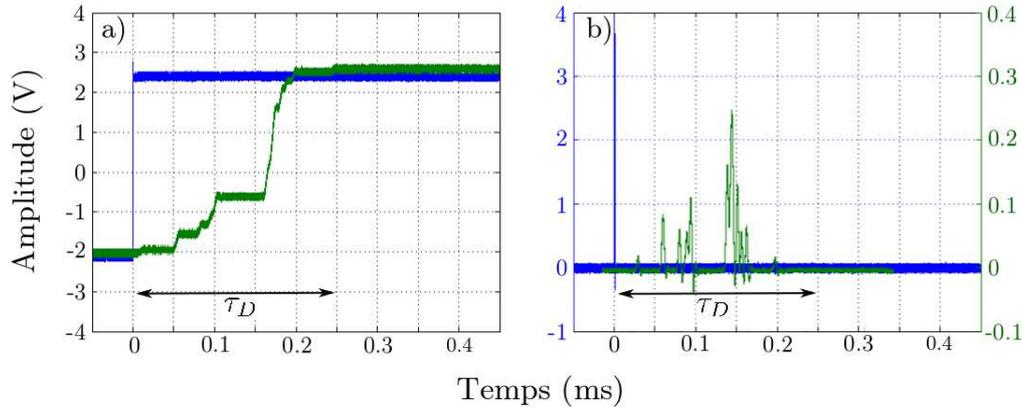


FIGURE 3.11 – **Caractérisation expérimentale de la ligne à retards multiples avec 15 contre-réactions.** a) Fonction échelon (signal bleu) et réponse (signal vert) ; b) Impulsion avec une largeur à mi-hauteur de  $10 \mu\text{s}$  (signal bleu) et réponse (signal vert).

durée des plateaux est quant à elle définie par les positions successives des nœuds utilisés.

### 3.1.3.3 Diagramme de Bode en gain

Une ligne à retard simple produit un retard temporel assimilable à un simple déphasage, mais l'utilisation d'une ligne à retards multiples produits une dynamique nettement plus complexe. Celle-ci n'agit plus seulement sur la phase du signal d'entrée mais également sur son amplitude. Ce principe a été décrit analytiquement suivant le cas simple où les coefficients synaptiques sont tous égaux à 1 dans le chapitre 2 – paragraphe 2.3.3.2 –. Dans notre cas, le diagramme de Bode en gain s'avère être un outil intéressant afin de mieux comprendre le traitement dynamique apporté par les retards multiples sur le signal retardé. Sur les diagrammes de Bode en gain des (figures 3.12a et b), on constate l'incidence des retards multiples sur nos tests expérimentaux. Hormis une connectivité interne du réservoir beaucoup plus complexe, les signaux d'entrées subissent un filtrage qui change drastiquement le comportement de nos systèmes RC vis-à-vis des tests standards utilisés. Le nombre de retards multiples ainsi que la valeur des coefficients synaptiques utilisés permet de modifier le comportement dynamique du réservoir. La (figure 3.13) illustre ce principe. Il s'agit d'un comparatif entre deux lignes à retards multiples dans nos travaux, utilisant 150 retards multiples (courbe noire) et 15 retards multiples choisis aléatoirement (courbe rouge). La ligne con-

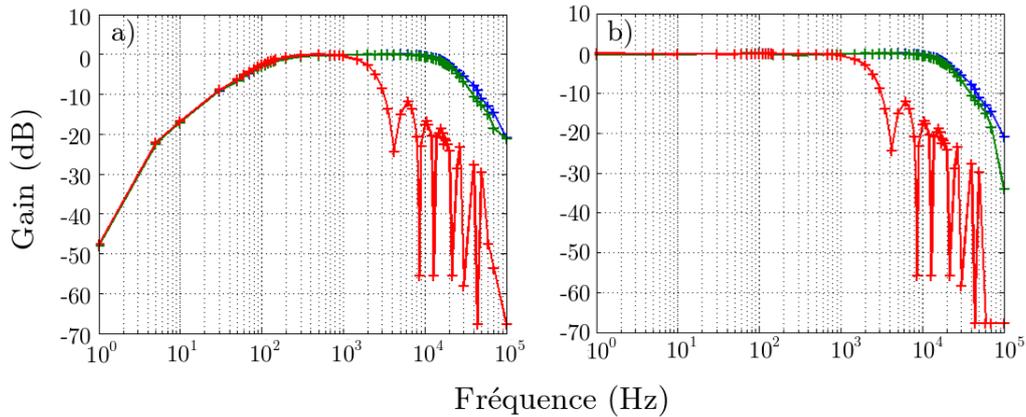


FIGURE 3.12 – Diagrammes de Bode expérimentaux en gain pour le système RC opto-électronique en longueur d’onde. Les trois courbes de couleur représentent un diagramme de Bode en gain dans une configuration précise. Sur la figure a), nous utilisons une configuration passe-bande. La courbe bleue correspond au diagramme de Bode en gain du filtre seul. Les courbes verte et rouge se rapportent respectivement au système RC complet avec une ligne à retard simple de 150 nœuds virtuels et une ligne à retards multiples avec 150 contre-réactions multiples. Sur la figure b), il s’agit des mêmes mesures avec un filtre passe-bas.

tinue et les croix correspondent respectivement à la simulation numérique et à la caractérisation expérimentale de ces lignes à retards multiples.

### 3.1.3.4 Définition des coefficients synaptiques

Au cours de nos travaux, la définition des valeurs des coefficients synaptiques s’est faite de manière aléatoire. Nous avons défini trois séquences de coefficients  $w_k^D$ , deux concernant le système RC en longueur d’onde et une seule pour celui en intensité. Les deux premières configurations de lignes à retards multiples utilisées sont constituées de 150 retards multiples tous utilisés et pondérés par un coefficient synaptique. Les 150 valeurs sont données dans le tableau 3.1 et présentées de manière ordonnée de  $w_1^D$  à  $w_N^D$ .

Le choix de valeurs entières est justifié par l’utilisation de multiplieurs dans le circuit FPGA, qui ne travaille qu’avec des entiers. Le comportement dynamique de ces retards multiples est présenté, numériquement et expérimentalement, par la courbe noire sur la (figure 3.13). On constate que le filtrage numérique réalisé par les 150 contre-réactions est caractérisé par une atténuation très prononcée dès 4

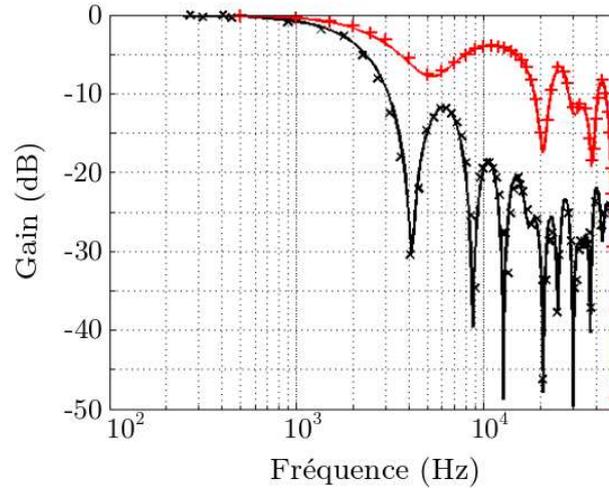


FIGURE 3.13 – Diagrammes de Bode numériques et expérimentaux en gain pour le système RC opto-électronique en longueur d’onde. Il s’agit d’un comparatif entre une ligne à retards multiples constituée de 150 contre-réactions, signal noir, contre seulement 15 contre-réactions, signal rouge [55].

16	6	22	25	22	13	7	19	6	25	16	15	4	2	7	22	23	18	19	6	15	21	10	25	2	8	13
54	2	19	14	14	21	22	20	8	12	19	3	3	7	13	25	18	8	7	22	23	16	7	2	22	15	
24	2	81	15	7	21	5	11	10	21	17	5	8	3	17	15	4	4	12	23	14	1	1				
21	12	10	20	9	14	18	108	22	8	17	25	2	15	11	8	7	19	26	5	20	5	25				
21	11	19	13	21	9	2	15	23	5	11	19	135	1	24	20	14	5	13	13	26	22					
25	17	10	24	12	6	10	18	14	19	26	25	14	25	3	1	8	15	0	14	23	14	11				
14	18	0	21	4	12	7	9	17	4	7																

TABLE 3.1 – Valeurs utilisées expérimentalement pour les coefficients synaptiques  $w_k^D$  avec  $k \in [1, N]$ .

kHz avec -30 dB ou -40 dB à 9 kHz. En pratique, la complexité interne du réservoir censée être engendrée par la présence de retards multiples est quasi-inexistante car le filtrage numérique traduit une forte atténuation du signal traversant la ligne à retards multiples. De ce constat, nous avons essayé de n’utiliser qu’une partie du nombre total des retards multiples disponibles afin de trouver un compromis entre connectivité interne du réservoir et filtrage numérique. Nous avons implémenté 15 contre-réactions dont les positions utilisées ainsi que les valeurs de coefficients synaptiques sont répertoriés dans le tableau 3.2 [55]. Le comportement dynamique du réservoir ainsi obtenu est illustré numériquement et vérifié expérimentalement

RC en longueur d'onde		RC en intensité	
Position	Valeur	Position	Valeur
28	4	37	1
30	1	48	2
46	3	76	4
54	3	84	8
58	5	103	1
59	1	106	9
98	8	115	3
101	2	128	6
102	8	141	3
104	9	167	3
109	6	171	5
113	3	181	3
119	3	300	5
146	0	350	3
150	9	400	3

TABLE 3.2 – **Tableau récapitulatif des positions et des valeurs des coefficients synaptiques.** Configuration de ligne à 15 retards multiples utilisée pour le système RC en longueur d'onde et en intensité.

par la courbe rouge sur la (figure 3.13). La ligne à retards multiples utilisée pour le système RC en intensité a directement été inspirée de nos travaux précédents. Nous avons utilisé 400 nœuds virtuels et seulement 15 retards multiples dont la position et la valeur des coefficients utilisés sont répertoriés dans le tableau 3.2.

### 3.2 Dynamique non-linéaire opto-électronique à retard en longueur d'onde

La dynamique non-linéaire à retard en longueur d'onde a été le premier système dynamique utilisé pour la réalisation d'un système RC. Bien qu'une base existait à nos débuts, principalement liée à des travaux sur les télécommunications cryptées par porteuse chaotique [61, 62, 85–87], nous avons néanmoins totalement revisité la ligne à retard ainsi que le filtrage de la dynamique.

### 3.2.1 Réalisation expérimentale

Le système RC opto-électronique en longueur d'onde est illustré sur la (figure 3.14). Son principe de fonctionnement a été détaillé dans le chapitre 2 – paragraphe 2.4.1 –. Nous pouvons apercevoir la partie en optique massive du montage disposée

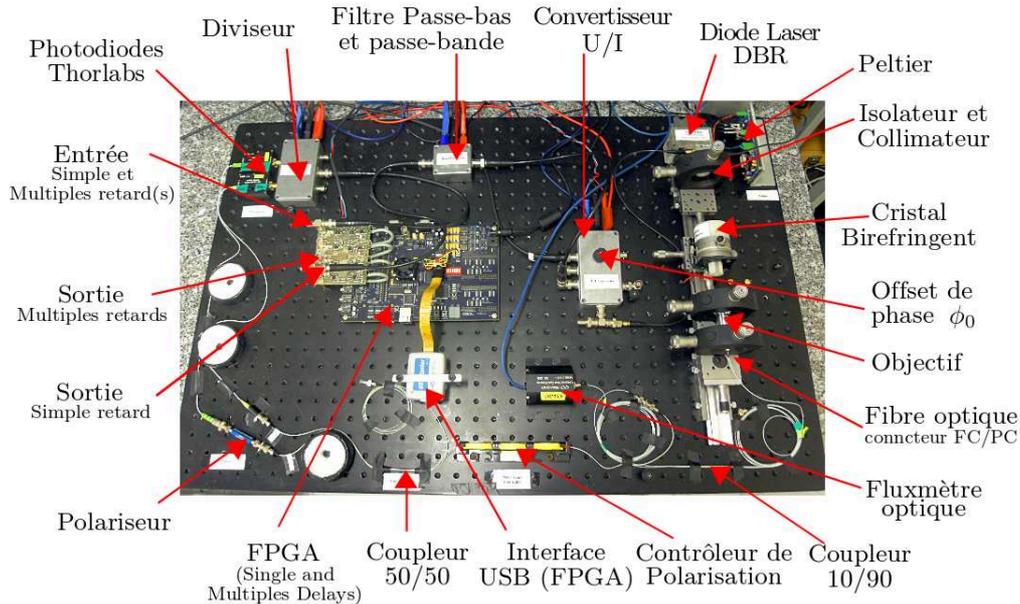


FIGURE 3.14 – Photographie du système RC réalisé sur la base d'une dynamique non linéaire à retard opto-électronique en longueur d'onde.

sur un rail optique sur la partie droite de la (figure 3.14). Elle est composée de la diode laser DBR accordable 1798 CU-FDFD03 (développée au CNET à Bagnex dans les années 90), une tête de collimation du faisceau comprenant également un isolateur optique, le cristal biréfringent (de longueur  $L$  égale à 6.5 cm) et un objectif de microscope (x20) pour l'injection dans une fibre optique. Notons que le faisceau laser émis par la diode laser DBR est polarisé rectilignement et de ce fait, un seul polariseur est nécessaire à la réalisation du filtre biréfringent, celui-ci étant placé en sortie du cristal dans la partie fibrée. Nous utilisons un coupleur fibré 10/90 qui prélève 10% de la puissance optique injectée et l'envoie directement sur un puissance-mètre optique. Cela nous permet de contrôler expérimentalement l'injection dans la fibre optique en temps réel et d'apporter une correction si besoin est. Une autre correction est apportée sur la direction de polarisation des deux composantes, ordinaire et extraordinaire par rapport au polariseur, par un contrôleur de polarisation. Il permet ainsi de maximiser le contraste de la fonction

non-linéaire. La conversion opto-électronique est assurée par deux photodiodes Thorlabs. Elles possèdent une bande passante de 1 GHz et une sensibilité de 0.9 mA/mW pour une plage de longueur d'onde centrée sur 1550 nm.

La contre-réaction vers la diode laser DBR sur l'électrode de modulation de la longueur d'onde, est réalisée électriquement. Le signal électrique image de la non-linéarité traverse un premier étage électronique appelé diviseur (ou correcteur). Il a pour rôle de corriger les fluctuations d'intensité optiques associées à la modulation de longueur d'onde (en théorie, on suppose que l'intensité laser en sortie de la diode laser DBR est indépendante de la longueur d'onde. Ceci n'est pas vrai dans la pratique, car la réflectivité maximum du réseau de Bragg n'a pas exactement la même valeur lorsque  $I_{DBR}$  module la longueur d'onde centrale de réflectivité de ce réseau de Bragg). Lorsqu'on souhaite changer la longueur d'onde de la diode laser DBR en ajustant le courant  $I_{DBR}$ , on modifie en fait légèrement la puissance optique. Cependant, les informations utiles sont contenues uniquement dans la variation de puissance optique due à la non linéarité. Pour corriger ce défaut, une solution simple consiste à séparer le faisceau en 2 avant le polariseur. L'intensité lumineuse correspond alors à celle émise par la diode laser DBR d'un côté, et de l'autre côté, le polariseur permet de générer la fonction non-linéaire en  $\sin^2$ , avec cependant un facteur de modulation correspondant aux variations d'intensité lumineuse du laser modulé en longueur d'onde. Deux photodiodes identiques donnent ensuite 2 images électriques des variations d'intensité lumineuses de ces deux branches soit  $P(\lambda)$  et  $P(\lambda) \cdot \sin^2(\pi\Delta/\lambda)$ . Le rapport des deux permet de corriger les fluctuations  $P(\lambda)$  indésirables.

L'information est ensuite filtrée dans le domaine électronique suivant une configuration choisie par l'opérateur à l'aide d'interrupteurs. Le choix du filtre s'effectue en pratique par de simples interrupteurs qui établissent des connections entre les filtres, – cf. paragraphe 3.2.2.3 –. Pour finir le signal est retardé suivant la configuration de ligne à retard choisie (ligne à retards simple ou multiple) pour être ensuite converti en courant permettant la commande de la diode laser DBR. C'est lors de cette dernière phase qu'un signal extérieur  $I(t)$  peut être injecté dans le système RC se mélangeant ainsi aux informations retardées de la contre-réaction.

La connectivité interne du réservoir ( $\tau_D$ ,  $N$ ,  $w_k^D$  et  $\delta\tau$ ) est déterminée au préalable dans un programme qui est injecté dans le circuit FPGA via son interface USB. Les paramètres  $\beta$  et  $\phi_0$  s'ajustent directement sur le système RC, au niveau de la conversion  $U/I$ . Le gain  $\beta$  correspond en pratique à une tension analogique que l'on applique sur l'information de la contre réaction via un multiplieur électronique. L'offset de phase  $\phi_0$  correspond à un offset en tension, qui une fois converti en

courant modifie la valeur moyenne de  $I_{DBR}$  contrôlant ainsi la condition d'interférence de la fonction non-linéaire.

### 3.2.2 Mesures en boucle ouverte

La caractérisation expérimentale du système RC peut être réalisée simplement en boucle ouverte. Elle consiste à déconnecter la contre-réaction retardée et ainsi éviter les dynamiques complexes directement liées au fonctionnement en boucle fermée. La ligne à retard ayant été précédemment expliquée, nous allons travailler à présent sur la génération de la fonction non-linéaire ainsi que sur le module de filtrage (types de filtres et constantes de temps).

#### 3.2.2.1 Caractérisation de la source laser accordable

Comme nous l'avons déjà décrit, la condition d'interférence est modulée par la variation d'une source laser accordable en longueur d'onde. La diode laser dans ce montage est de type DBR à double électrode. Nous caractérisons sa puissance optique en fonction du courant  $I_{actif}$  mais également sa capacité à émettre différentes longueurs d'onde en fonction du courant  $I_{DBR}$ . Pour effectuer ces mesures, nous devons préalablement injecter le faisceau laser dans une fibre optique au moyen d'un objectif de microscope. Le rendement optimal dépend directement de l'injection, ce qui rend cet interféromètre sensible (dérive en température, vibration, relaxation mécanique du rail optique, ...).

La puissance optique de la diode laser DBR en fonction du courant d'injection  $I_{actif}$  est donnée sur la (figure 3.15b). Le seuil d'émission laser est de 9 mA. Nous avons finalement fixé le courant  $I_{actif}$  afin d'étudier la variation de longueur d'onde qui est donnée sur la (figure 3.15a). On constate que la longueur d'onde évolue de manière discontinue. Cette évolution est caractérisée par 5 plateaux de pentes différentes. Il est important lors de la réalisation de tests expérimentaux de travailler le plus possible au centre d'un plateau afin qu'aucune discontinuité ne perturbe le régime dynamique du réservoir. En pratique nous avons utilisé le 4ème ou 5ème mode dont le taux d'accordabilité vaut respectivement  $S = -0.16$  nm/mA sur une plage de largeur  $\delta\lambda = 1.45$  nm et  $S = -0.10$  nm/mA sur une plage de largeur  $\delta\lambda = 1.2$  nm.

#### 3.2.2.2 Fonction non-linéaire

Dans un second temps, nous avons étudié expérimentalement l'interféromètre complet (Diode laser DBR, cristal biréfringent et polariseur). En ajustant la diode laser sur le 4ème mode, nous avons agit sur le courant  $I_{DBR}$  et balayé toute la plage

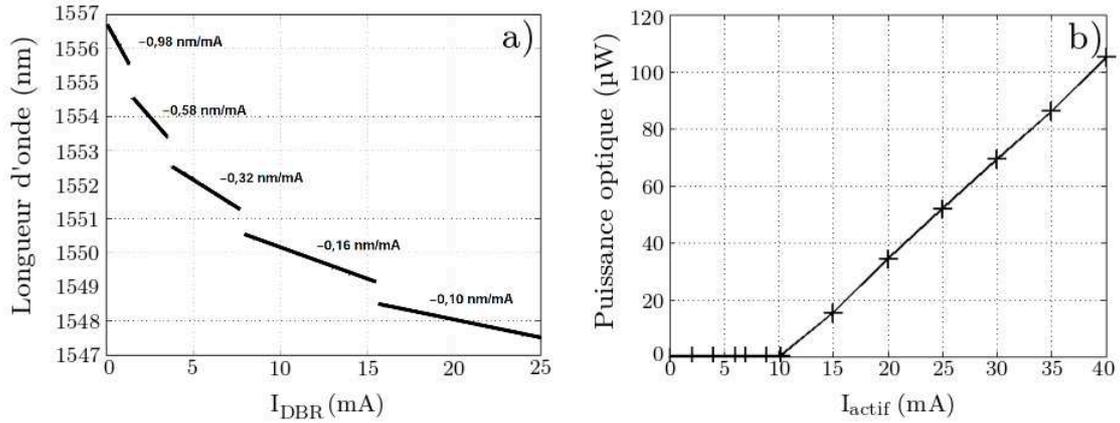


FIGURE 3.15 – **Caractérisation expérimentale de la diode laser.** a) Longueur d’onde mesurée en fonction du courant  $I_{DBR}$ ; b) Puissance optique mesurée en fonction du courant  $I_{actif}$ .

d’accord. La fonction non-linéaire de type  $\sin^2$  est obtenue, elle est illustrée sur la (figure 3.16). Pour caractériser cette fonction non-linéaire, nous avons mesuré une différence de potentiel en sortie de la conversion opto-électronique image de la puissance optique et après correction de la modulation résiduelle de puissance optique par la fonction du diviseur. Nous avons montré que la fonction non-linéaire

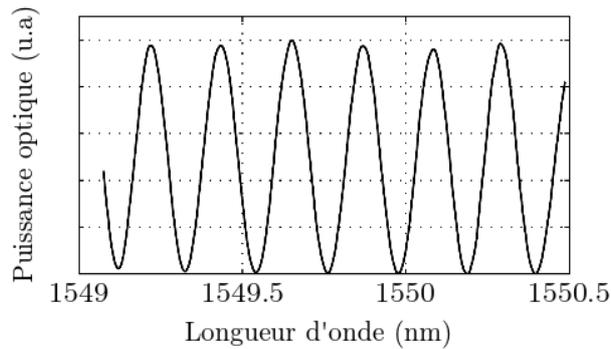


FIGURE 3.16 – **Fonction non-linéaire obtenue à l’aide de l’interféromètre massif biréfringent.** Le courant d’injection  $I_{actif}$  de la diode laser DBR est ajusté pour assurer un fonctionnement sur le 4<sup>ème</sup> mode et  $I_{DBR}$  est balayé sur toute sa plage d’accord.

est obtenue en modulant directement le courant  $I_{DBR}$ . D’après ce constat et toujours en travaillant en boucle ouverte, nous allons commander ce courant à l’aide d’un signal électrique en tension dont la variation d’amplitude induit une variation de courant  $I_{DBR}$ . Pour cela, ce signal de commande est préalablement converti

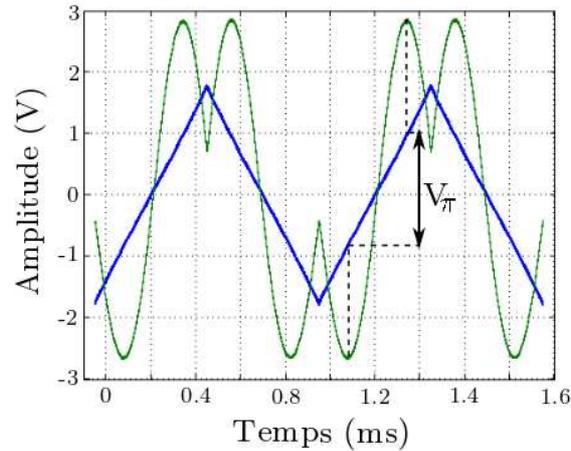


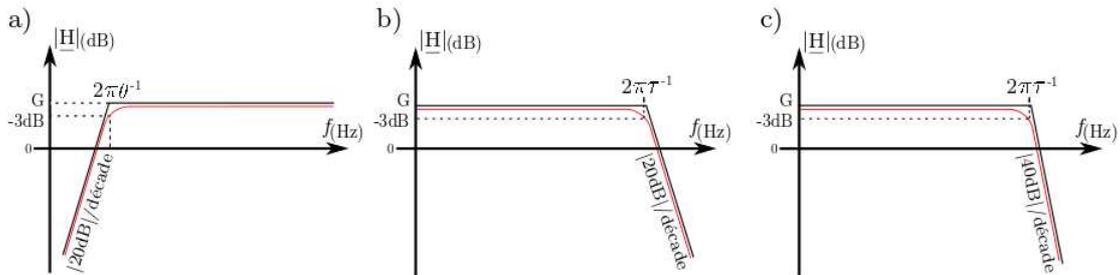
FIGURE 3.17 – **Caractérisation expérimentale de la fonction non-linéaire du système RC en longueur d’onde.** Pour réaliser ces mesures, nous utilisons un signal triangulaire (signal bleu) afin de commander l’électrode  $I_{DBR}$  de la diode laser DBR. Les variations de longueur d’onde couplées au cristal biréfringent donnent une fonction non-linéaire de type  $\sin^2$ .

(convertisseur tension-courant). Pour obtenir une commande linéaire en tension, nous avons choisi un simple signal triangulaire dont l’amplitude crête-crête est typiquement de quelques volts, et dont la fréquence doit être comprise dans la bande passante du système. Les mesures ainsi obtenues correspondent à la fonction de transfert “statique”, sans les effets dynamiques liés à la bande passante nécessairement finie du montage. Nous utilisons une fréquence de 1 kHz. La fonction non-linéaire résultante est lue puis enregistrée en sortie de la conversion opto-électronique, et est donnée sur la (figure 3.17). Il est ainsi possible de caractériser la différence de potentiel nécessaire pour balayer la fonction non-linéaire, entre deux extrema. Cette différence de potentiel est appelée tension  $V_\pi$ , elle est de l’ordre de quelques volts selon les réglages du système (environ 2 volts sur l’exemple donné dans la (figure 3.17)).

### 3.2.2.3 Filtrage et constante de temps

Le module de filtrage caractérisé par sa réponse impulsionnelle  $h(t)$  est composé de quatre filtres électroniques. Trois d'entre eux sont illustrés sur la (figure 3.18) et le 4ème filtre consiste en une simple cellule RC agencée de manière à obtenir une dynamique passe-haut d'une fréquence de coupure  $f_0$  de l'ordre de 150 mHz. Nous avons choisi d'implémenter plusieurs profils de filtrage afin d'étudier les effets

#### Diagramme de Bode en gain



#### Schémas électriques

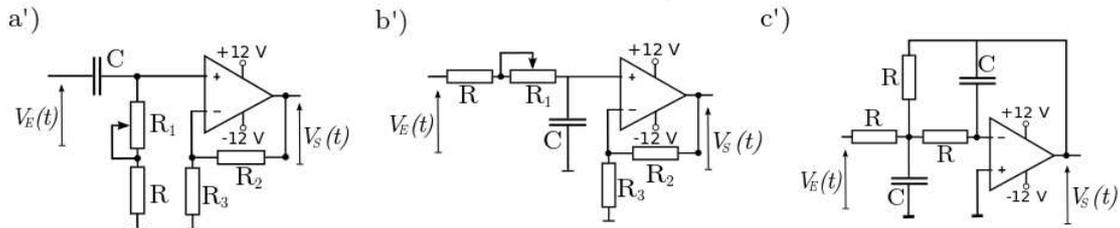


FIGURE 3.18 – **Caractéristiques des différents filtres utilisés dans le système RC en longueur d'onde.** a) Filtre passe-haut du premier ordre, actif et de gain  $G$  ; b) Filtre passe-bas du premier ordre, actif et de gain  $G$  ; c) Filtre passe-bas du second ordre, actif et de gain  $G$ . a'), b') et c') sont respectivement leurs schémas électriques.

de celui-ci sur notre système RC en longueur d'onde ainsi que la limitation plus ou moins importante avec laquelle nous définissons la bande passante. Ainsi nous travaillons avec deux filtres actifs du premier ordre, passe-haut et passe-bas, de gain  $G$ , dont les diagrammes de Bode sont donnés respectivement sur les (figures 3.18a et b) et leurs schémas électriques sur la (figure 3.18a' et b'). Le troisième filtre est un filtre passe-bas du second ordre basé sur une structure de Rauch dont le diagramme de Bode et le schéma électrique sont donnés respectivement sur les

(figures 3.18c et c'). Les filtres a) et b) sont habituellement utilisés pour réaliser un filtrage passe-bande. Celui-ci est décrit par la loi d'évolution :

$$V_E(t) = V_S(t) + \tau \frac{dV_S}{dt}(t) + \frac{1}{\theta} \int V_S(T)d(T), \quad (3.3)$$

dans laquelle  $\tau$  et  $\theta$  sont respectivement les constantes de temps des filtres du premier ordre passe-bas et passe-haut.

Le filtre passe-bas du second ordre est décrit par la loi d'évolution (3.4) avec  $\tau$  sa constante de temps, et  $m$  le coefficient d'amortissement ici égal à  $1/\sqrt{2}$  correspondant à une configuration de Butterworth (atténuation de -3 dB à  $f_0$ ).

$$V_E(t) = V_S(t) + 2m\tau \frac{dV_S}{dt}(t) + \tau^2 \frac{d^2V_S}{d^2t}(t) \quad (3.4)$$

	$C$	$R$	$R_1$	$R_2$	$R_3$
<b>Filtre a)</b>	100 nF	500 $\Omega$	1 – 500 k $\Omega$	1 k $\Omega$	1 – 1 k $\Omega$
<b>Filtre b)</b>	10 nF	820 $\Omega$	1 – 10 k $\Omega$	1 k $\Omega$	1 – 1 k $\Omega$
<b>Filtre c)</b>	47 nF	470 $\Omega$	/	/	/
<b>Cellule RC</b>	1.5 $\mu$ F	680 k $\Omega$	/	/	/

TABLE 3.3 – Tableau récapitulatif des valeurs des résistances et condensateurs pour la réalisations des différents filtres.

Les diagrammes de Bode en gain de ces filtres sont donnés sur la (figure 3.18). Ils ont été conçus de manière à ce que la fréquence de coupure et le gain (lorsque cela est possible) soient complètement modulables par l'utilisation de composants variables. Les valeurs des composants permettant d'ajuster le gain et les fréquences de coupure sont récapitulées, respectivement dans les tableaux 3.3 et 3.4.

### 3.3 Dynamique non-linéaire opto-électronique à retard en intensité

Suites aux premières études encourageantes réalisées sur le système RC opto-électronique en longueur d'onde, nous avons décidé de développer un second prototype, à la fois plus stable et plus compact tout en conservant la même flexibilité en termes de définition des temps caractéristiques du système RC opto-électronique.

	Fréquence de coupure	Gain
Filtre a)	3 Hz – 3.2 kHz	$1 \leq G \leq 2$
Filtre b)	1.4 kHz – 20 kHz	$1 \leq G \leq 2$
Filtre c)	20 kHz	1
Cellule RC	150 mHz	1

TABLE 3.4 – Tableau récapitulatif des valeurs des fréquences de coupures obtenues expérimentalement ainsi que la plage d’ajustement des gains en tension.

Ces deux atouts sont principalement dûs à l’utilisation d’un interféromètre intégré. La bande passante, quant à elle peut être aussi légèrement étendue vers 400 kHz.

### 3.3.1 Réalisation expérimentale

Le système RC opto-électronique en intensité est illustré sur la (figure 3.19), et son principe de fonctionnement a été détaillé dans le chapitre 2 – paragraphe 2.4.2 –. Bien que son principe de fonctionnement soit très proche du système RC opto-électronique en longueur d’onde, la conception du démonstrateur a été entièrement revue. Ce système RC, tout aussi performant et plus stable est désormais plus compact et transportable. Cette évolution est due principalement à l’utilisation d’un interféromètre intégré et d’une diode laser DFB télécom, qui ont chacun un conditionnement industriel. Tous les éléments du démonstrateur sont fixés sur une plaque de plexiglas d’une dimension proche d’un format A4.

Outre le démonstrateur du réservoir, on observe sur la (figure 3.19) les différents appareils externes au réservoir qui sont nécessaires pour un bon fonctionnement, tels que : un oscilloscope utilisé pour quelques vérifications (tension, allure des signaux, ...); pour la diode laser, un contrôle en courant ainsi qu’une régulation en température; enfin, la partie électronique nécessite plusieurs tensions d’alimentation continues.

Concernant le réservoir, la fonction non-linéaire est réalisée de manière optique. Le faisceau émis par la diode laser et propagé au sein de la fibre optique est injecté dans le modulateur MZ afin de réaliser la fonction non-linéaire, suivant les principes détaillés précédemment. Afin que les conditions d’interférence soient optimales en sortie du modulateur MZ, nous utilisons un contrôleur de polarisation placé en amont, identique à celui de l’oscillateur en longueur d’onde, et qui nous permet de corriger l’état de polarisation de la lumière entrant dans le modulateur MZ. En sortie de l’interféromètre fibré, nous utilisons un coupleur en Y (1 seule entrée

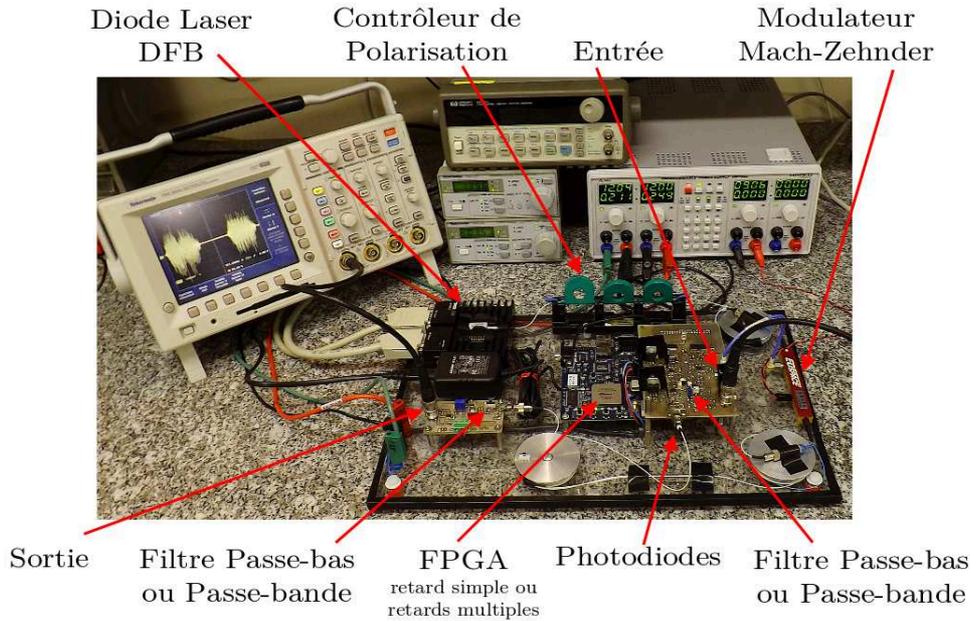


FIGURE 3.19 – Photographie du système RC réalisé sur la base d’une dynamique non-linéaire à retard opto-électronique en intensité. Dans cette version, la fonction non-linéaire est réalisée par un interféromètre intégré, permettant un gain de volume conséquent. Le principe de contre-réaction retardée reste inchangé et elle est réalisée numériquement à l’aide d’un circuit FPGA.

pour 2 sorties) dont la fonction est de répartir dans deux fibres optiques l’intensité lumineuse de manière équitable. Chaque signal optique est préalablement converti en signal électrique avant d’alimenter une carte électronique. Conformément au schéma de principe, (figure 2.10), nous avons conçu deux cartes électroniques différentes afin d’éviter des phénomènes parasites entre la lecture de la sortie et les signaux traversant la rétro-action retardée. La première carte réalise la lecture des réponses transitoires du système RC ainsi que le filtrage de la dynamique : il s’agit de la fonction de lecture ou *Readout*. La seconde, plus importante, réalise également un filtrage<sup>2</sup>, l’interface entrée/sortie avec la carte FPGA, ainsi qu’une fonction analogique permettant d’insérer les informations d’entrée dans la dy-

2. Les deux cartes électroniques possèdent chacune un module de filtrage identique, passe-bas ou passe-bande, décrit précédemment. Durant nos expérimentations, les deux filtres ont toujours été sélectionnés et ajustés de la même manière. Il est néanmoins possible de filtrer la lecture de la réponse transitoire et le signal de rétro-action différemment, afin de créer des dynamiques plus complexes.

namique non-linéaire à retard. On utilise pour cela un sommateur à base d'amplificateurs opérationnels.

L'interfaçage avec le circuit FPGA se décompose en plusieurs fonctions courantes illustrées sur la (figure 3.2). Les schémas électriques de l'interfaçage du FPGA sont donnés en Annexes D et E. On utilise des filtres anti-repliement, en entrée et en sortie des convertisseurs, afin d'éviter tout repliement de spectre. Ces filtres ont une fréquence de coupure  $f_c$  de l'ordre de 5 MHz. Les deux convertisseurs analogique-numérique et numérique-analogique, codent sur 12 bits et sont cadencés à une fréquence d'échantillonnage  $f_e$  de 20 MHz respectant les critères de Shannon.

Notre interféromètre intégré utilise un composant télécom (modulateur d'intensité Mach-Zehnder) nous permettant d'obtenir la fonction non-linéaire. Ce type d'interféromètre fibré présente l'avantage non-négligeable de supprimer tous les problèmes liés à l'injection du faisceau laser dans une fibre optique ainsi que les problèmes de relaxation mécanique du rail optique causée par plusieurs paramètres (fluctuation de température, vibrations mécaniques, . . .) et nécessitant de fréquents ajustements de l'injection dans le cas du montage en longueur d'onde.

Une fois la fonction non-linéaire obtenue, il est nécessaire de convertir l'intensité du faisceau laser en signal électrique afin qu'elle puisse être traitée par les divers éléments de l'oscillateur en intensité (filtrage et ligne à retard numérique). Pour cela, nous utilisons deux photodiodes Excelitas de type InGaAs C30617BFCH (de bande passante 3,5 GHz), réalisant la conversion opto-électronique.

### 3.3.2 Mesures en boucle ouverte

Une solution simple de caractérisation de notre démonstrateur est l'étude en boucle ouverte. Comme le système RC opto-électronique en longueur d'onde, cette technique permet de caractériser chaque élément sans effet de rétro-action retardée. Pour cela, nous déconnectons la contre-réaction en sortie de la ligne à retard.

#### 3.3.2.1 Caractérisation de la source laser

Pour commencer, nous avons caractérisé la diode laser DFB Alcatel A1915 LMI, (figure 3.20).

Les mesures obtenues correspondent à la réponse d'une diode laser standard avec un seuil d'émission laser proche de 14 mA. Nous avons balayé un courant d'injection jusqu'à 120 mA pour une puissance de 6 mW, ce qui est plus que suffisant pour notre système RC. Pour l'étude de la fonction non-linéaire, nous avons as-

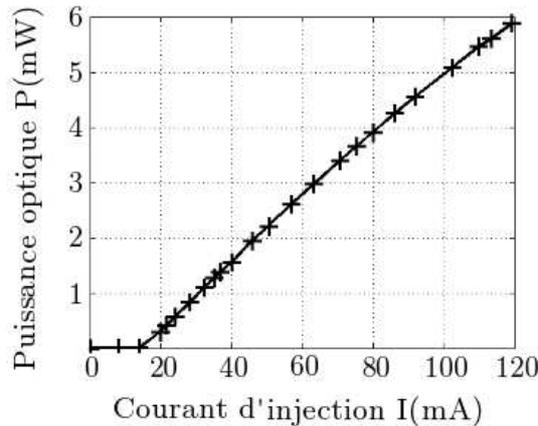


FIGURE 3.20 – **Caractérisation expérimentale de la diode laser.** Puissance optique émise par la diode laser DFB seule, pour un courant d’injection allant de 0 à 120 mA.

semblé la diode laser avec le modulateur MZ. Le courant d’injection de la diode laser a été fixé à 60 mA pour travailler avec une puissance optique de 2.8 mW.

### 3.3.2.2 Fonction non-linéaire

Le modulateur d’intensité MZ est un composant télécom composé de deux paires d’électrodes. La première paire appelée électrodes DC est commandée par un tension notée  $V_{DC}$ . Cette tension permet d’ajuster le point de fonctionnement  $\phi_0$  le long de la non-linéarité. L’évolution de la puissance optique en sortie du modulateur MZ est représentée sur la (figure 3.21). La fonction de type  $\sin^2$  ainsi obtenue représente l’ensemble des points de fonctionnement possible. Notons qu’il est possible de déterminer la tension permettant de balayer une période de cet ensemble est notée  $V_{\pi DC}$ , et égale à 4 Volts dans cet exemple. La seconde paire d’électrodes appelée RF est commandée par une différence de potentiel notée  $V_{RF}$ . Il s’agit également de l’entrée du système RC sur laquelle est appliqué le signal d’entrée  $I(t)$ . Afin de mettre en évidence les effets d’une tension  $V_{RF}$  sur la condition d’interférence de l’interféromètre intégré, nous utilisons un signal triangulaire de basse fréquence que nous appliquons directement sur les électrodes RF. Notons que ce principe a déjà été utilisé pour le système RC opto-électronique en longueur d’onde. Une image électrique de la condition d’interférence optique est donnée sur la (figure 3.22). Le signal triangulaire utilisé dans cet exemple a une fréquence à 1 kHz et une amplitude crête-crête de 4 volts. Nous déterminons expérimentalement la tension  $V_{\pi RF}$  permettant de balayer une demi-période de la

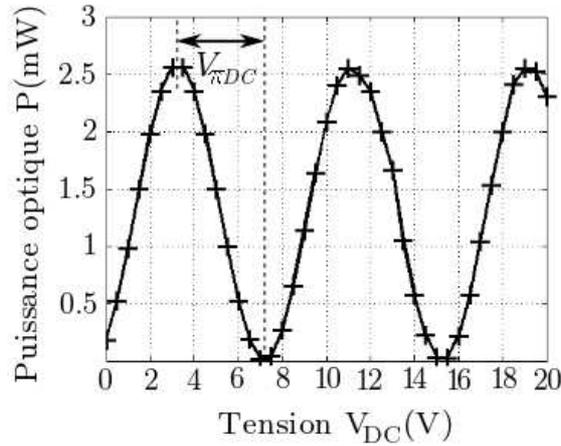


FIGURE 3.21 – **Caractérisation statique du modulateur d’intensité Mach-Zehnder.** Puissance optique en sortie du modulateur MZ en fonction de  $V_{DC}$  pour un courant d’injection de la diode laser fixé à 60 mA.

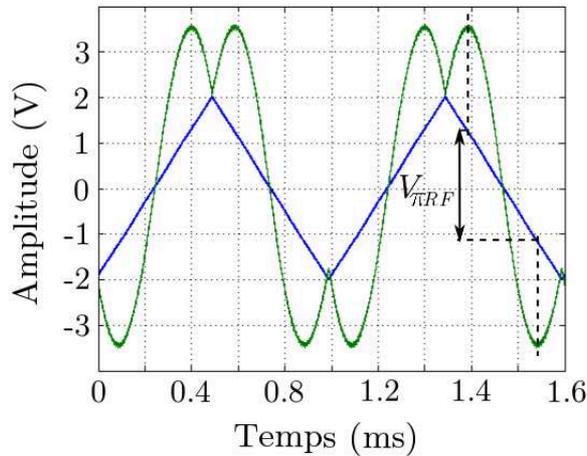


FIGURE 3.22 – **Caractérisation expérimentale de la fonction non-linéaire.**

fonction non-linéaire. Dans cet exemple  $V_{\pi RF}$  est égale à environ 2.8 volts.

Cette caractérisation expérimentale réalisée en boucle ouverte nous permet de donner une signification physique au paramètre  $\gamma$  correspondant à l’amplitude normalisée de l’information d’entrée  $I(t)$  de nos systèmes RC (équation (2.57)).

L'amplitude  $\gamma = 1$  correspond à  $\gamma = V_{\pi RF}$ . Autrement dit, un signal d'entrée  $I(t)$  dont le facteur d'échelle est égal à 1 doit moduler une demi-période de la fonction non-linéaire.

Après avoir ajusté l'amplitude, il est possible de choisir le point de fonctionnement  $\phi_0$  de notre système RC à partir de la caractéristique relevée sur la (figure 3.21). On obtient ainsi une non-linéarité cubique pour  $V_{DC}$  égale à 1.8 V, 9.2 V ou 17.2 V, parabolique pour  $V_{DC}$  égale à 7.2 V ou 15.2 V, ou encore parabolique inversée pour  $V_{DC}$  égale à 3.6 V, 11 V ou 18.8 V (dans le cas où  $\gamma \geq 1$ , c'est à dire où l'amplitude du modulation est suffisante pour atteindre un régime non-linéaire).

### 3.3.2.3 Filtrage et constante de temps

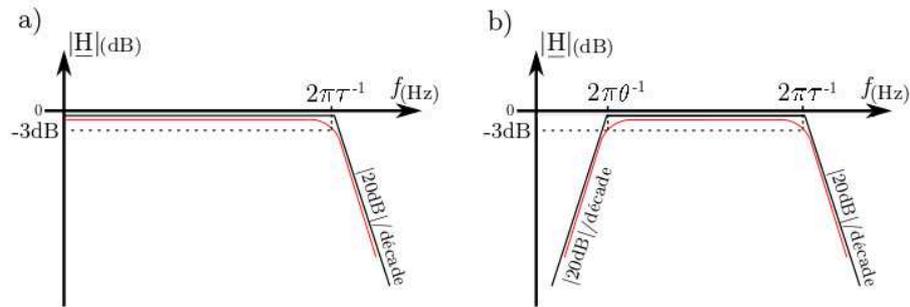
Le module de filtrage définissant la réponse impulsionnelle  $h(t)$  est composé de deux filtres, (figure 3.23), dont la structure est identique au système RC opto-électronique en longueur d'onde. Il s'agit de deux filtres passifs du 1er ordre ajustables en  $\tau$  et  $\theta$  via un potentiomètre, mais aussi dans le choix du type de filtres, passe-bas ou passe-bande (à nouveau par des interrupteurs). Leur diagramme de Bode normalisé en gain dont l'atténuation est de -20 dB/décade est donné respectivement sur la (figure 3.23a et b). Les schémas électriques des deux cellules RC pour réaliser ces profils de filtrage sont donnés (figure 3.23a' et b'), respectivement pour le filtre passe-bas et passe-haut. Il s'agit de simples cellules RC que l'on concatène pour obtenir un profil de type passe-bande dont la loi d'évolution a été décrite précédemment équation (3.3). Chacun des deux filtres est composé d'un élément réglable (les résistances  $R_1$  et  $R_2$  dans notre cas), nous permettant d'ajuster la fréquence de coupure correspondante. Le tableau 3.5 indique les différentes valeurs des composants, les fréquences de coupures  $f_c$  obtenues ainsi que les domaines de définition de la bande passante (BP).

	Passe-haut	Passe-bas	Passe-bande
R	$100 \leq R_1 \leq 10 \text{ k}\Omega$	$200 \leq R_2 \leq 2 \text{ k}\Omega$	/
C	100 nF	2 nF	/
$f_c$	$160 \text{ Hz} \leq f_c \leq 16 \text{ kHz}$	$40 \text{ kHz} \leq f_c \leq 400 \text{ kHz}$	/
BP	/	/	$160 \text{ Hz} \leq \text{BP} \leq 400 \text{ kHz}$

TABLE 3.5 – Tableau récapitulatif des fréquences de coupure  $f_c$  et de la bande passante maximale.

En pratique, nous n'utilisons réellement que deux types de filtre. Un filtre passe bas coupant à une fréquence  $f_c$  maximale de 400 kHz ou un filtre passe-bande

Diagramme de Bode en gain



Schémas électriques

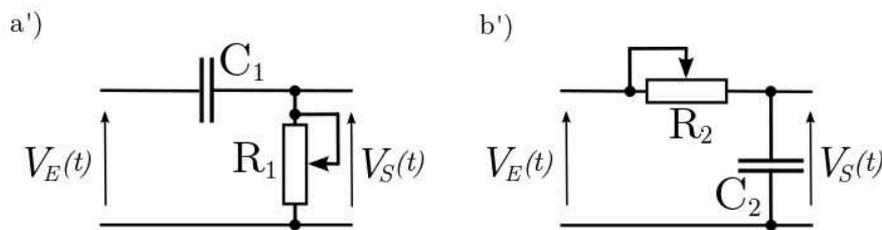


FIGURE 3.23 – Diagramme de Bode en gain, et schémas électriques des deux filtres passifs du 1er ordre : a) et a') Filtre passe-bas ; b) Diagramme de Bode du filtre passe-bande et b') schéma électrique du filtre passe-haut.

avec la largeur de bande BP maximale couvrant une plage de 160 Hz à 400 kHz. Les constantes de temps des filtres passe-haut et passe-bas, pour les fréquences de coupures typiquement utilisées sont respectivement,  $\theta=995 \mu\text{s}$  et  $\tau=398 \text{ ns}$ .

### 3.4 Performances des systèmes RC

Les tests permettant d'évaluer les performances de nos systèmes RC sont nombreux et variés. Ils nous permettent de donner une estimation normalisée des capacités computationnelles de nos réalisations expérimentales mais également de les comparer aux résultats de simulations faites par des ordinateurs conventionnels. Dans ces travaux, nous avons choisi d'implémenter deux types de tests correspondant aux domaines de prédilections des systèmes RC. Il s'agit d'un test de prédiction de séries temporelles, appelé NARMA (*Nonlinear Auto-Regressive Mov-*

ing Average), ainsi qu'un test de classification tel que la reconnaissance de chiffres prononcés (*Spoken Digit Recognition (SDR)*), dont les principes ont été présentés chapitre 2 – paragraphe 2.5 –.

### 3.4.1 Test de prédiction de séries temporelles : NARMA10

Le test de prédiction de séries temporelles NARMA est un test largement utilisé pour les systèmes RC mais également pour tout autre topologie comme les réseaux de neurones traditionnels. Il a été d'abord testé sur le système RC opto-électronique en longueur d'onde. Les résultats expérimentaux ainsi que les simulations présentées dans cette section sont consacrés uniquement à ce système RC. Nous allons présenter le déroulement expérimental du test ainsi que les simulations numériques nous donnant accès aux conditions opératoires optimales du réservoir pour cette tâche.

#### 3.4.1.1 Réalisation expérimentale du test NARMA10

Ce test expérimental se déroule en trois phases. Pour commencer, nous devons générer le signal d'entrée  $I(t)$ , composé d'une séquence d'entrée  $\epsilon_n$  modulant en amplitude un masque  $\nu$ , suivant l'équation (2.57), et ajuster le poids de ce signal d'entrée avec le paramètre  $\gamma$ . Parallèlement, le réservoir constitué d'une dynamique non-linéaire à retards multiples en longueur d'onde se paramètre de manière à ce que son fonctionnement soit en régime transitoire (soit  $\delta\tau/\tau = 5$ ). La dernière étape consiste à enregistrer les réponses transitoires, produites par le réservoir, à l'oscilloscope numérique pour être finalement traitées suivant les procédures d'apprentissage et de lecture détaillées dans le chapitre 2 – paragraphe 2.5.1 –.

La génération du signal exciteur  $I(t)$  est basée sur le principe de la modulation d'amplitude dont le modulant est  $\epsilon_n$ , le signal modulé est  $\nu(t)$  (le masque d'entrée) et dont  $\gamma$  est un simple facteur d'échelle. Pour réaliser le signal  $I(t)$  expérimentalement, nous avons choisi d'utiliser deux générateurs basses fréquences (GBF) utilisés en générateurs d'ondes arbitraires (*Arbitrary Waveform Generator (AWG)*). Une illustration du montage expérimental est donnée en (figure 3.24). Il reste à paramétrer les deux AWG afin d'obtenir un signal  $I(t)$  correspondant aux constantes de temps du système RC défini par un modèle de type intégral-différentiel à retard que nous rappelons ici pour plus de commodité :

$$\tau \frac{dx}{dt}(t) + x(t) + \frac{1}{\theta} \int x(s) ds = \beta \sin^2 \left[ \sum_{i=1}^N w_k^D [x(t - i\delta\tau) + \gamma I(t) + \phi_0] \right]. \quad (3.5)$$

Parmi les paramètres caractérisant notre système RC, le moins flexible est sans

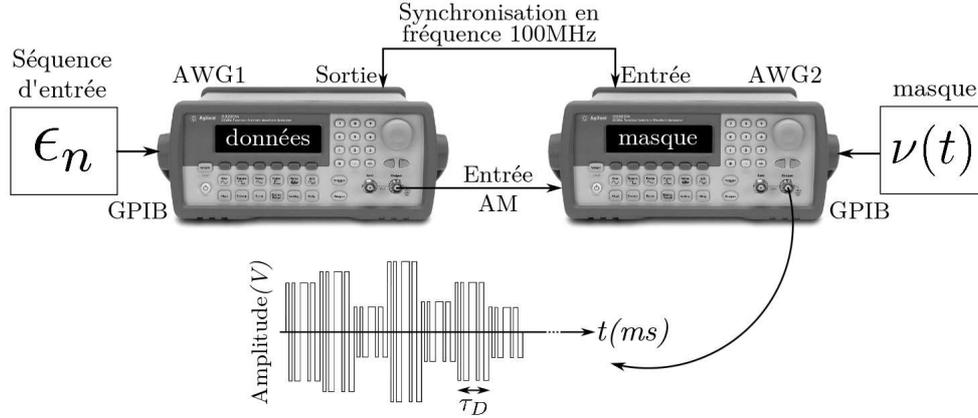


FIGURE 3.24 – **Schéma de principe de la génération du signal  $I(t)$  pour le test NARMA.** Les deux séquences sont au préalable chargées dans les mémoires internes des deux GBFs, puis ils sont utilisés en AWG. L'AWG1 module en amplitude l'AWG2.

doute le temps de réponse  $\tau$ . Cette constante de temps  $\tau$  égales à  $(2\pi f_0)^{-1}$  a pour valeur  $7.96 \mu\text{s}$  pour le système RC opto-électronique en longueur d'onde. On trouve ensuite l'intervalle physique  $\delta\tau$  entre deux nœuds virtuels successifs défini par  $\tau/5$ , ce qui permet au système RC de fonctionner en régime transitoire (cf. – paragraphe 2.3.2 –). Nous obtenons  $\delta\tau = 1.6 \mu\text{s}$ . Il vient ensuite le dimensionnement de la taille  $N$  du réseau de neurones virtuels émulé par la dynamique non-linéaire à retard. La valeur du retard temporel est fixée par la relation  $\tau_D = \delta\tau \cdot N$  qui impose le réglage du paramètre  $f_{FIFO}$  utilisé pour synchroniser les  $N$  mémoires FIFO, équation (3.2).

Pour le système RC opto-électronique en longueur d'onde, nous avons choisi pour commencer nos travaux une valeur de  $N = 500$  ce qui nous donne un retard  $\tau_D$  de  $238.6 \mu\text{s}$  obtenu à l'aide de 150 mémoires FIFO (dont le nombre  $p$  de cases mémoires est de 64 pour chaque mémoire) pour une fréquence de synchronisation  $f_{FIFO}$  fixée à 40.23 MHz. La constante de temps  $\theta$  est quant à elle indépendante, et fixée à 80 ms (soit une fréquence de coupure du filtre passe-haut de 2 Hz) pour travailler avec la bande passante la plus large possible. Les paramètres et constantes de temps sont récapitulés dans le tableau 3.6. Le réglage des deux AWG (données et masque) sont réalisés en considérant les paramètres et les constantes de temps de notre système RC. Ainsi, la fréquence du masque de période égale à la valeur du retard temporel  $\tau_D$  est de 4.2 kHz et celle des informations émises par l'AWG1 (figure 3.24) est égale à  $1/(\epsilon_n \cdot \tau_D)$  soit 5.3 Hz, en utilisant 800 valeurs de  $\epsilon_n$  lors de nos tests expérimentaux. Les deux paramètres  $\beta$  et  $\phi_0$

Paramètres du RC	
$\tau$	7.96 $\mu\text{s}$
$\delta\tau$	1.6 $\mu\text{s}$
$\tau_D$	238.6 $\mu\text{s}$
$\theta$	80 ms
$N$	150
$f_{FIFO}$	40.23 MHz
$\beta$	0.5
$\phi_0$	$\pi/4$

TABLE 3.6 – Tableau récapitulatif des constantes de temps et paramètres du système RC en longueur d’onde. Valeurs utilisées lors des tests NARMA10.

	AWG données	AWG masque
<b>Fréquence</b>	5.3 Hz	4.2 kHz
<b>Amplitude</b>	1.498 Vpp	4.0 Vpp

TABLE 3.7 – Tableau récapitulatif des paramètres de réglage des AWG. Valeurs numériques, pour la génération du signal d’entrée  $I(t)$ , propres aux constantes de temps du RC en longueur d’onde, tableau 3.6.

sont déterminés indépendamment en fonction de la configuration du système RC voulue. Le paramètre  $\beta$  est proportionnel au gain électronique. Il est ajustable expérimentalement et de manière proportionnel à une tension d’entrée d’un multiplieur. La procédure est alors la suivante :  $\beta = 1$  est connue théoriquement pour être le seuil le plus bas d’oscillation de la dynamique non-linéaire à retard, lorsque  $\phi_0 = \pm\pi/4$ . La tension du multiplieur donnant lieu à ce démarrage d’oscillations est ensuite tout simplement divisée par deux pour obtenir une valeur  $\beta = 0.5$ . Finalement, le signal d’entrée  $I(t)$  est injecté dans le réservoir en entrée de la fonction non-linéaire au point A. Il en résulte un transitoire pendant toute la durée de  $I(t)$ , qui est enregistré en sortie du filtre passe-bande au point B comme indiqué sur la (figure 3.25).

### 3.4.1.2 Simulations et résultats expérimentaux

Le système RC opto-électronique en longueur d’onde offre de nombreuses possibilités de configuration dues à de nombreux paramètres ( $\beta$ ,  $\phi_0$ ,  $\gamma$ ,  $N$ ,  $\tau_D$ , ...). Afin de cibler directement les meilleures conditions expérimentales, nous nous sommes appuyés sur plusieurs simulations numériques pour identifier l’influence

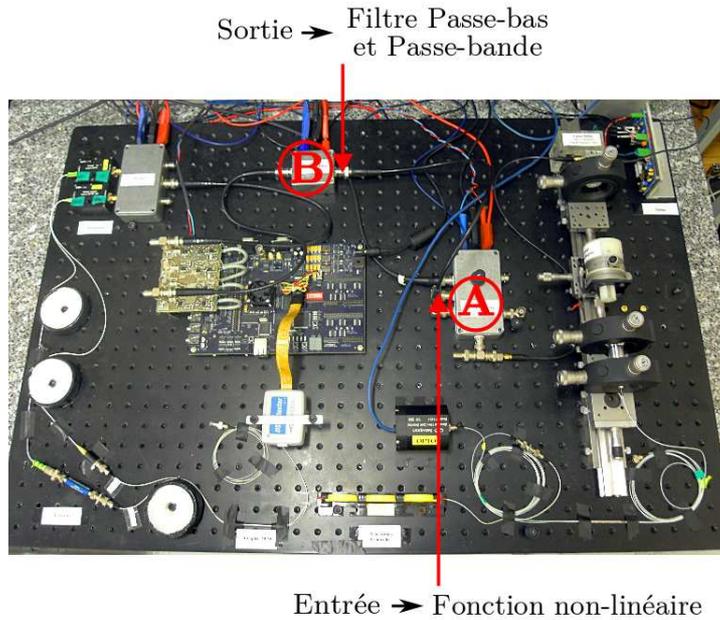


FIGURE 3.25 – Photographie du système RC basé sur une dynamique non-linéaire à retard en longueur d’onde. Les points A et B correspondent, respectivement, au point d’injection et au point de lecture du test NARMA.

des différents paramètres pour le test NARMA10. Nous savons que le RC demande un régime stable (généralement  $\beta$  inférieur à 1) mais la présence de la première bifurcation de Hopf (et donc la disparition du régime stable) dépend également de l’offset de phase  $\phi_0$ . Les simulations présentées en (figure 3.26) (réalisée par S. Rybalko durant son séjour post-doctoral) donnent une première information sur le choix du couple de paramètre  $\phi_0$  et  $\beta$ . On constate que pour un offset de phase proche de  $\pi/4$ <sup>3</sup>, le diagramme de bifurcation est symétrique et la première bifurcation de Hopf est proche de  $\beta=1$ . Nous avons choisi cette configuration pour les tests expérimentaux. Il reste à déterminer la valeur expérimentale de  $\gamma$ . Pour cela, deux autres simulations donnent ce renseignement, (figure 3.27). Les deux simulations, (figures 3.27a et b), indiquent numériquement l’évolution du NRMSE du test NARMA10 pour  $\phi_0=\pi/4$ . Elles prennent aussi en compte une résolution finie en amplitude correspondant l’utilisation d’un système de conversion analogique numérique limité à 12 bits de quantification des valeurs (résolution imposée par les CAN et CNA, utilisés pour l’interfaçage avec le circuit FPGA dont le schéma

3. Un offset de phase proche de  $\pi/4$  correspond au point d’inflexion de la fonction non-linéaire  $\sin^2(x + \phi_0)$  lorsque  $x \ll 1$ .

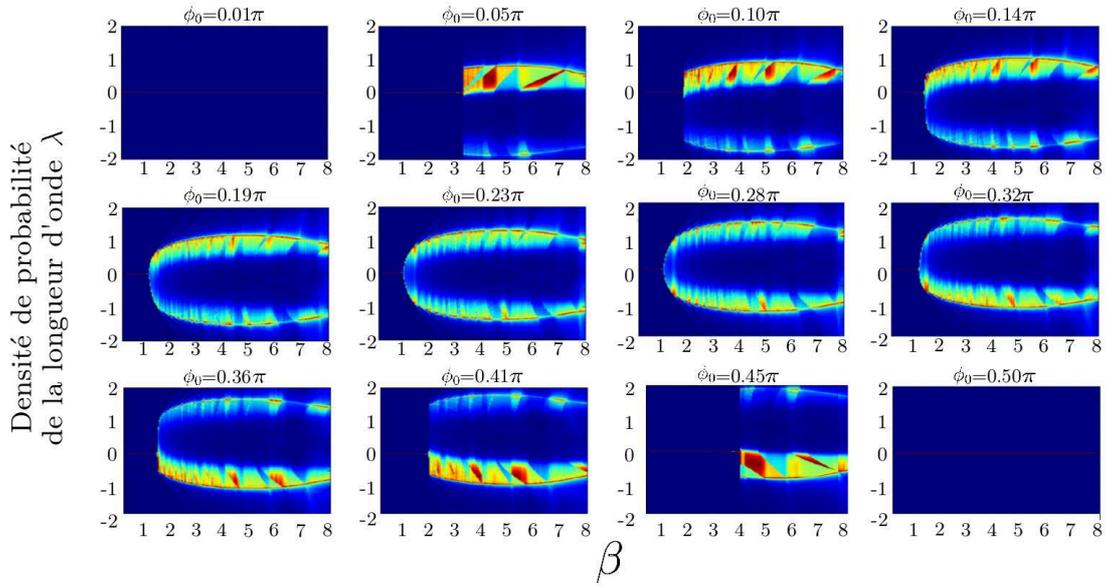


FIGURE 3.26 – Simulations numériques des diagrammes de bifurcations du RC opto-électronique en longueur d’onde. Évolution de la première bifurcation de Hopf en fonction de l’offset de phase  $\phi_0$ .

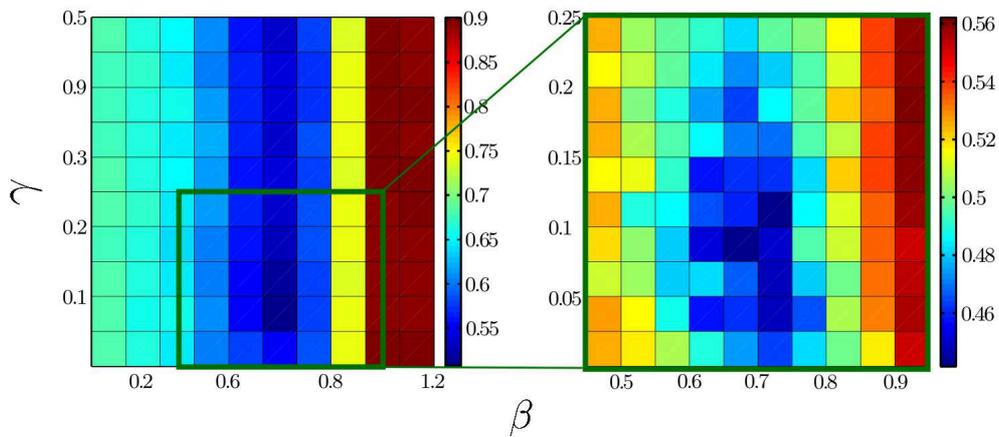


FIGURE 3.27 – Simulation numérique du NRMSE pour le RC opto-électronique en longueur d’onde. Les paramètres utilisés sont  $N=150$  nœuds,  $\phi_0=\pi/4$ , filtre passe-bande et 12 bits de codage.

électrique est donné en Annexe C). La (figure 3.27b) représente un zoom de la partie donnant le meilleur NRMSE de la (figure 3.27a).

Avec les paramètres suivants,  $\phi_0=\pi/4$ ,  $N=150$  et  $I(t)$  codé sur 12 bits, le meilleur résultat numérique obtenu pour le test NARMA est 0.441 pour un couple de paramètres  $\gamma$  et  $\beta$  de respectivement 0.070 et 0.6. Après avoir configuré le RC avec ces valeurs nous avons simplement effectué le test NARMA10 qui nous a donné une NRMSE expérimentale de 0.46. La (figure 3.28) est un extrait de l'enregistrement expérimental (la séquence complète est trop longue et ne donne aucune information visuellement exploitable). Sur la (figure 3.28), on peut voir le signal

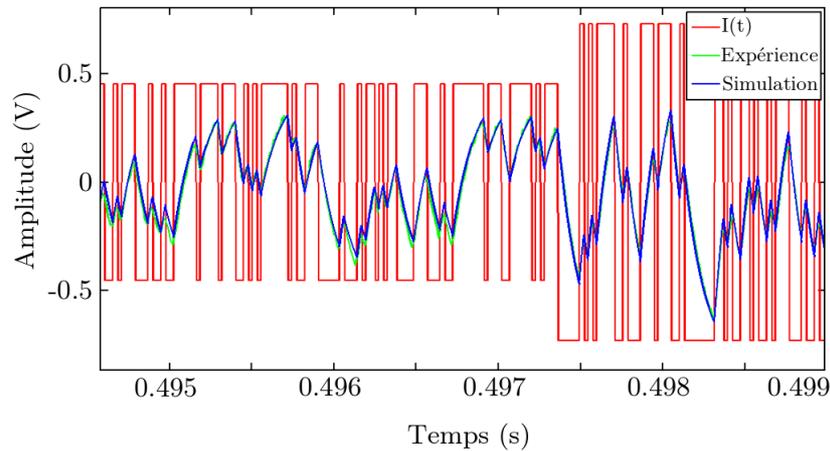


FIGURE 3.28 – **Extrait des traces temporelles expérimentales et théorique.** En rouge : signal expérimentale  $I(t)$ , en bleu : simulation de la réponse transitoire issue du réservoir, en vert : réponse transitoire expérimentale issue du réservoir.

$I(t)$  en rouge (masque  $\nu(t)$  modulé par la séquence d'entrée  $\epsilon_n$ ) avec un facteur d'échelle  $\gamma$  de 0.07. Il a été enregistré à l'entrée de la fonction non-linéaire. Le signal vert correspond à la réponse transitoire du RC soumis à l'excitation  $I(t)$ . Il a été enregistré en sortie du filtre passe-bande. On constate, par ailleurs, que le système fonctionne bien en régime transitoire. Pour finir, nous avons superposé la simulation numérique de la cible  $\alpha_n$  (courbe bleue), afin de constater le très bon accord entre simulation et expérience donnant un très faible écart entre NRMSE théorique et expérimentale, de l'ordre de  $2.10^{-2}$ .

### 3.4.1.3 Discussion

Nous avons présenté précédemment le test NARMA10 utilisé sur notre système RC opto-électronique en longueur d'onde et donnant ce que nous avons qualifié de bons résultats. Que signifie vraiment un NRMSE expérimental de 0.46 vis-à-vis

d'autres systèmes RC et même comparé aux résultats d'autres topologies de calculs testés en simulation numérique ?

Nos systèmes RC sont avant tout des unités de calculs et de ce fait, il est particulièrement intéressant de les comparer avec d'autres calculateurs. Si l'on effectue les simulations du test NARMA10 obtenu dans le cas où le réservoir des RC est remplacé par un registre à décalage contenant les informations d'entrée, la NRMSE serait de 0.4 [30]. Bien que les simulations et les résultats expérimentaux sont en bon accord, la capacité de calcul de notre RC opto-électronique en longueur d'onde est en deçà des machines de Turing-Von Neumann.

Ces résultats s'expliquent en partie par une forte sensibilité au bruit du test de prédiction NARMA10. Si l'on étudie le même RC avec le même test et la même configuration mais en supprimant toutes sources de bruits qui sont essentiellement introduites par l'étape de quantification des CAN et CNA alors la NRMSE chute à 0.1 dans les configurations les plus optimales. Les performances théoriques concernant la prédiction de séries temporelles de nos systèmes RC, sont donc en réalité meilleures qu'une machine de Turing-Von Neumann. Cependant, la présence de bruit dans un montage expérimental et surtout le bruit de conversion des CAN et CNA<sup>4</sup>, détériore fortement les performances du RC donnant une NRMSE de 0.2 sans bruit, et 0.46 dans des conditions de fonctionnement normales (avec cependant une prédominance d'un bruit de quantification).

Après ces premiers résultats relativement peu encourageants, faut-il pour autant mettre de côté les implémentations physiques de systèmes RC au profit de leur seules simulations numériques ? Il s'agit en réalité d'un test difficilement réalisable dans un environnement expérimental. Les systèmes RC restent malgré tout de bonnes unités de calculs polyvalentes comme nous allons le montrer avec le test de reconnaissance vocale de chiffres prononcés.

### 3.4.2 Test de classification : reconnaissance vocale

Le second test expérimental utilisé est une tâche de classification de chiffres prononcés. Son principe, la mise en forme des chiffres prononcés ainsi que la phase d'apprentissage du système RC, ont été présentés chapitre 2 – paragraphe 2.5.2 –. Ce test standard a été utilisé sur nos deux démonstrateurs. Bien que ceux-ci aient une connectivité interne du réservoir et des réglages différents, le déroulement de l'expérience est identique. Nous allons le présenter de manière globale pour les

---

4. L'utilisation de convertisseur AN-NA apporte un bruit de conversion, lié à une limitation de la quantification de la dynamique réalisée sur 12 bits soit 4096 valeurs possibles.

deux démonstrateurs puis nous détaillerons les simulations et résultats pour chaque système RC.

### 3.4.2.1 Déroulement expérimental du test

Ce test se décompose en quatre phases. L'injection du signal  $I(t)$  (chiffres prononcés) dans le réservoir, le traitement de l'information apporté par le réservoir lui-même, l'enregistrement des données de sorties  $S(t)$  à l'aide d'un oscilloscope et finalement l'utilisation de la trace expérimentale enregistrée par un post-traitement, destiné à apprendre la fonction de lecture ainsi qu'à tester celle-ci. Initialement les

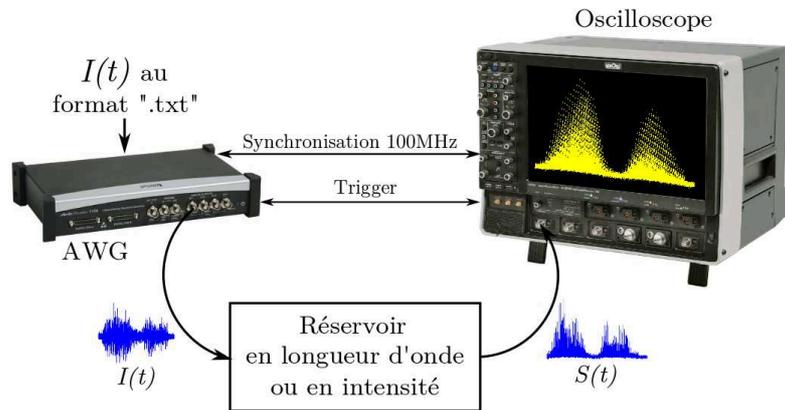


FIGURE 3.29 – Principe du déroulement expérimental du test de reconnaissance vocale de chiffres prononcés.

fichiers  $I(t)$  sont formatés lors du pré-traitement au format texte (.txt), suivant les procédures du *Lyon passive ear* et après application du masque d'entrée (cd. – paragraphe 2.5.2.1 –). Ce fichier est ensuite chargé directement dans la mémoire interne d'un générateur d'onde arbitraire. Pour traiter la totalité des 500 chiffres prononcés par le système RC opto-électronique en longueur d'onde et en intensité, nous utilisons la capacité de la mémoire interne de l'AWG ( $2 \cdot 10^6$  échantillons) ce qui permet d'enregistrer des séquences de 16 chiffres prononcés consécutivement. En pratique, nous avons donc 31 séquences de 16 chiffres et une de seulement 4 chiffres prononcées. Deux paramètres importants de l'AWG sont à connaître et à calibrer. Il s'agit de l'amplitude de  $I(t)$  qui s'ajuste via  $\gamma$  (coefficient d'amplification interne à l'AWG) et du débit  $D(S/s)$  afin que l'information  $I(t)$  soit répartie correctement sur chaque nœud virtuel présent dans le retard  $\tau_D$  du réservoir. Le réservoir est autonome et traite les 32 séquences en temps réel. Seuls 2 paramètres sont à ajuster une seule fois avant chaque expérience. Il s'agit du gain de la fonction non linéaire  $\beta$  ainsi que l'offset de phase  $\phi_0$ . La dernière étape consiste à enregistrer

les réponses transitoires de chaque séquence d'entrée afin d'être post-traitées pour quantifier le résultat du test de reconnaissance vocale. Les valeurs respectives de  $\gamma$ ,  $D(S/s)$ ,  $\beta$  ou encore  $\phi_0$  dépendent des démonstrateurs utilisés et des configurations que l'on souhaite tester. Toutes ces valeurs sont répertoriées dans le tableau 3.8.

L'enregistrement à l'oscilloscope des signaux de sortie est réalisé avec une fréquence d'échantillonnage (de l'ordre de 10 MHz) autorisant un sur-échantillonnage suffisant par rapport aux critères de Shannon.

### 3.4.2.2 Simulations et tests expérimentaux de reconnaissance vocale

Dans nos réalisations expérimentales, le nombre de paramètres ajustables est grand et chacun d'entre eux a une influence directe sur le WER. On dénombre au moins 11 paramètres importants, qu'il est impératif de connaître et de maîtriser afin d'obtenir les meilleures performances possibles :

- $D(S/s)$  : Débit auquel  $I(t)$  est injecté dans le réservoir,
- $\gamma$  : Amplitude de  $I(t)$ ,
- $N$  : Nombre de nœuds virtuels distribués dans la dimension temporelle,
- Retard(s) : Simple retard ou multiples retards,
- $\beta$  : Gain de la fonction non linéaire,
- $\phi_0$  : Offset de phase,
- $\tau_D$  : Retard temporel,
- $\tau$  : Constante de temps du filtre passe-bas,
- $\theta$  : Constante de temps du filtre passe-haut,
- $f_{FIFO}$  : Fréquence de synchronisation des mémoires FIFO,
- $R_{osci}$  : Taille mémoire pour les traces enregistrées à l'oscilloscope.

En fonction de chaque paramètre, le nombre potentiel de configurations de nos systèmes RC est beaucoup trop important pour toutes les tester. Dans ce manuscrit, nous avons choisi de présenter uniquement celles présentant un intérêt particulier ou simplement celles donnant le meilleur WER.

Pour nous aider dans le choix des paramètres  $\beta$ ,  $\phi_0$  et  $\gamma$ , nous avons simulé plusieurs tests de reconnaissance vocale sur le modèle du RC opto-électronique en longueur d'onde. Ces simulations nous ont permis de fixer, pour commencer, une valeur du paramètre  $\phi_0$ . Les paramètres  $\tau_D$ ,  $\tau$ ,  $\delta\tau$  ou encore  $f_{FIFO}$  sont fixés suivant les principes de fonctionnement en régime transitoire de nos systèmes RC. Les valeurs numériques sont données dans le tableau 3.8. Sur les simulations du WER, (figure 3.30a, b et c), le gain  $\beta$  est de 0,5 et  $\gamma$  égal à 1. Le paramètre  $\gamma$  correspond à

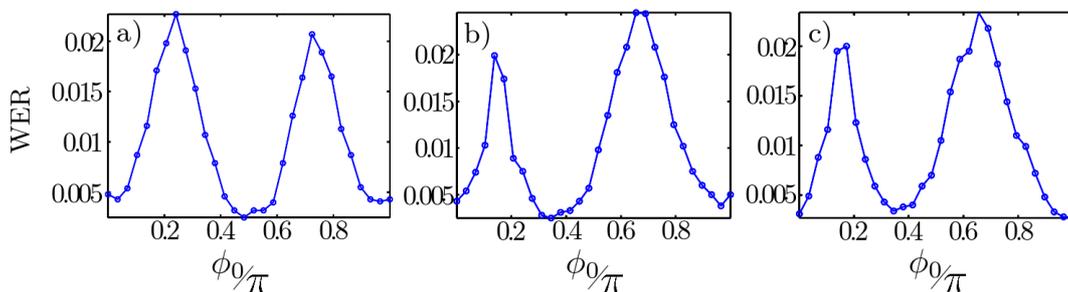


FIGURE 3.30 – **Simulation de l'évolution du WER pour le RC opto-électronique en longueur d'onde.** Trois configurations expérimentales ont été simulées, a) filtre passe-bande, 150 retards multiples ; b) filtre passe-bas et retard unique ; c) filtre passe-bas et 150 retards multiples. Dans les trois simulations les paramètres  $\beta$ , et  $\gamma$  ont été fixés à 0.5 et 1, respectivement.

l'amplitude du signal d'entrée  $I(t)$  et il est directement relié à la valeur du  $V_{\pi RF}$  propre à chaque réalisation expérimentale. Ces deux valeurs sont liées au fonctionnement propre du système RC. Nous avons cherché à comprendre aussi l'effet de l'offset de phase  $\phi_0$  pour différentes configurations de filtrage et de lignes à retard numériques. Nous avons choisi de travailler avec 150 retards multiples et un filtre passe-bande car ce sont les paramètres qui offrent la dynamique la plus complexe,  $\phi_0$  étant fixé à  $\pi/2$  ou  $\pi/4$  suivant nos expériences.

Concernant le système RC en intensité, nous avons choisi une configuration totalement différente, plus simple et plus proche des autres travaux effectués dans le projet PHOCUS. Nous avons décidé de moduler les informations autour d'un extrema de la non linéarité  $\phi_0 = 0$  ou  $\pi/2$ , et nous avons configuré le filtre en simple passe-bas avec un seul retard  $\tau_D$  de 32,4  $\mu s$  ne contenant plus 150 mais 400 nœuds virtuels. L'ensemble des paramètres des deux systèmes RC est rapporté dans le tableau 3.8. Le RC en intensité nous a permis d'aller plus loin dans nos investigations en faisant varier l'offset de phase afin de montrer une éventuelle corrélation avec les simulations (figure 3.30). Bien qu'il ne s'agisse pas du même démonstrateur, ils sont tous deux basés sur le même modèle mathématique, équation intégral-différentielle (3.5), et de ce fait, l'allure générale des simulations doit être préservée. La (figure 3.31) donne l'évolution du taux d'erreur de mots pour la configuration n°2 du RC en intensité et pour lequel  $\phi_0$  varie entre deux extrema de la fonction non-linéaire, le long d'une pente négative (Les WER expérimentaux montrent une symétrie entre la pente positive et négative de la fonction non-linéaire). On constate un accord avec les simulations. Les points de fonctionnements donnant le meilleur WER correspondent aux extrema. Dans ce

		RC en longueur d'onde		RC en intensité	
		Config. n°1		Config. n°2	Config. n°3
AWG	$D(S/s)$	628 320		10.074 MS/s	
	$\gamma$	1		1	1.5
RC	$N$	150		400	
	Retard (s)	multiples		simple	
	$\beta$	0.5		0.4	1.2
	$\phi_0$	$\pi/4$		$\pi/2$	
	$\tau_D$	238 $\mu s$		32.4 $\mu s$	
	$\tau$	7.96 $\mu s$		398 ms	
	$\theta$	1.59 ms			
	$f_{FIFO}$	40.236 MHz		50 MHz	
Oscillo	$R_{osci}$	10 MS		10 MS	
	WER	0.46 %		0.02 %	0.01 %

TABLE 3.8 – Récapitulatif des paramètres utilisés pour 3 tests de reconnaissance vocale. La configuration n°1 concerne le RC opto-électronique en longueur d'onde, et les configurations n°2 et n°3 le RC opto-électronique en intensité pour différentes valeurs de gain  $\beta$  et d'offset de phase  $\phi_0$ .

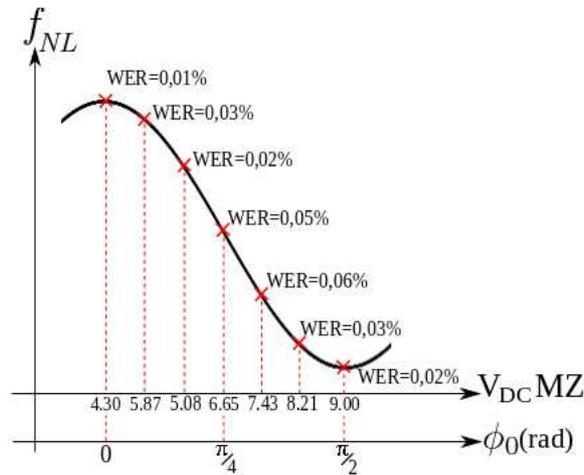


FIGURE 3.31 – Évolution du WER expérimental en fonction de  $\phi_0$  : Ces 7 expériences ont été réalisées avec le démonstrateur RC en intensité réglé suivant la configuration n°2 du tableau 3.8.

cas, l'information d'entrée  $I(t)$  est modulée autour d'une non linéarité quadratique. Puis, plus  $\phi_0$  tend vers une zone linéaire, plus le WER se dégrade. Pour  $\phi_0$

$= \pi/4$ , on parle de non-linéarité cubique dans le cas où l'amplitude des informations d'entrée du réservoir est suffisante pour balayer la non-linéarité  $\sin^2$  sur une période complète.

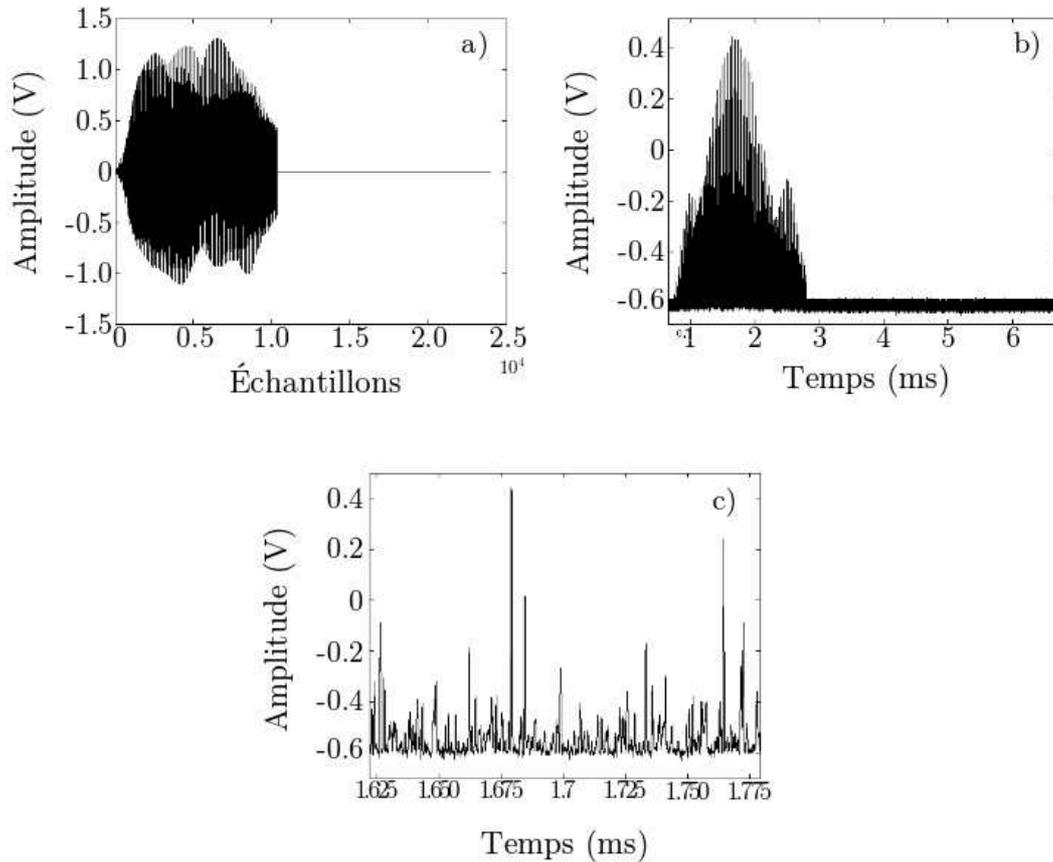


FIGURE 3.32 – Exemple de chiffre prononcé utilisé expérimentalement dans nos démonstrateurs. Il s'agit du premier chiffre de la première séquence : a) signal issu du pré-traitement au format .txt et chargé dans la mémoire interne de l'AWG ; b) Chiffre prononcé en sortie du réservoir, modulant un minimum de la fonction non-linéaire ; c) Zoom de la figure b) montrant le fonctionnement en régime transitoire du réservoir.

Après avoir ajusté et vérifié l'effet des paramètres de nos systèmes RC, il reste à enregistrer l'état transitoire image de la transformation non-linéaire de chacune des 32 séquences d'entrée. Un exemple de signal obtenu est donné sur la (figure

3.32). La (figure 3.32a) correspond au signal  $I(t)$  que l'on charge dans l'AWG. Il s'agit du premier chiffre prononcé, de la première séquence, qui est composé de 240000 échantillons. Son amplitude est pré-fixée à environ  $\pm 1.5$  volts et est ajustée par le paramètre  $\gamma$  directement à l'aide de l'AWG. La (figure 3.32b) correspond à ce même chiffre prononcé en sortie du réservoir. Sa durée est typiquement de quelques millisecondes et l'on peut constater que le paramètre  $\phi_0$  est proche d'un minimum de la fonction non-linéaire (car le signal ne présente plus la symétrie de  $I(t)$ ). Pour finir, la (figure 3.32c) est un zoom de la trace temporelle précédente afin de donner un aperçu des signaux transitoires produits par le réservoir. Ceux-ci sont ensuite traités pour réaliser les étapes d'entraînement et d'apprentissage) puis finalement pour calculer le taux d'erreur de mots (post-traitement détaillé au chapitre 2 – paragraphe 2.5.2.2 –).

Les tests de reconnaissance vocale effectués avec nos deux démonstrateurs nous ont donné de très bons résultats et même l'état de l'art avec un WER de 0.01% correspondant (statistiquement et relativement à notre base de données TI46) à une seule erreur parmi 10000 chiffres prononcés. Les WER obtenus sont répertoriés dans le tableau 3.8. A titre de comparaison, les résultats obtenus avec les approches classiques de RC donne un WER de 4.3% pour un réservoir de 1200 nœuds [38] et plus récemment, en considérant un réservoir de 308 nœuds le WER chutait à 0.2 % [39].

### 3.4.2.3 Discussion

Avec ce second test standard de classification, fréquemment utilisé dans le domaine des réseaux de neurones (à réservoir ou non), nous avons démontré expérimentalement les capacités computationnelles (et justifié l'intérêt qui leur est porté) de ce type de calculateur neuromorphique opto-électronique. Bien que les tests de nos systèmes RC n'en soient qu'à leurs débuts, le taux d'erreur de mots (WER) de 0.01 % est un très bon résultat, très en-deçà des logiciels de reconnaissance vocale distribués aujourd'hui se contentant d'un WER proche de 5% ou encore d'autre alternative tel que le *Hidden Markov Models* qui obtiennent un WER de 0.55 % [88].

Ces tests expérimentaux ont été les derniers effectués durant ces 3 années de thèse. Les résultats obtenus sont très encourageants, et aboutissent sur de nombreuses perspectives notamment sur l'utilisation des retards multiples dans nos systèmes RC qui offrent de nombreuses possibilités de configurations du réservoir (réglages des paramètres et connectivité interne des nœuds virtuels).

# Conclusion et travaux futurs

## Bilan général

À mi-chemin entre les réseaux de neurones récurrents et les dynamiques non-linéaires à retard, notre approche des *reservoir computing* est une unité de calcul, présentée comme une solution alternative aux machines de Turing - Von Neumann. Le *reservoir computing*, également appelé réseau de neurones à réservoir, est un paradigme du cerveau humain, issu de plusieurs domaines comme les neurosciences ou encore l'apprentissage machine. Contrairement aux RNN, le *reservoir computing* est décomposé en trois parties. La première fonction permet l'injection de données dans le "réservoir". Ce dernier correspond à la seconde partie et est sans doute la plus importante. Il s'agit de neurones interconnectés aléatoirement, pondérés par un poids synaptiques fixes, ce qui implique que le réservoir n'est pas considéré comme concerné par une quelconque phase d'entraînement. Dans ce cas, c'est la dernière fonction appelée *read-out* ou fonction de lecture, qui a la charge d'extraire les informations du réservoir. Celle-ci est entraînée afin d'adapter la lecture du réservoir. Cette architecture a pour effet de simplifier les traditionnelles méthodes d'entraînements à de simples régressions linéaires.

La topologie et le fonctionnement d'un *reservoir computing* lui confère certaines propriétés, le rapprochant des systèmes dynamiques non-linéaires. Les récurrences, quant à elles, introduisent un effet mémoire, expliqué par les retards de propagation dans le réseau. Le cerveau humain peut être assimilé à un système dynamique et c'est cette idée qui a réuni les équipes du projet européen PHOCUS durant 3 années. Inspiré par nos travaux précédents sur les dynamiques non-linéaires à retard, nous avons cherché à comprendre les fondements du *reservoir computing* afin d'en reproduire le fonctionnement de manière générique. Ce manuscrit présente les recherches effectuées au département d'Optique P.M Duffieux de l'institut FEMTO-ST.

Nos systèmes RC sont basés sur des dynamiques non-linéaires à retard, utilisées précédemment pour divers applications comme le cryptage des télécommunications

optiques par chaos ou encore les oscillateurs micro-onde à grande pureté spectrale. Les propriétés de transformation non-linéaire, d'effet mémoire causé par le retard temporel ou encore l'espace des phases de grande dimension de ces systèmes, en font de très bons candidats pour les systèmes RC. Néanmoins, notre approche demande une adaptation de taille. Si un réseau de neurones, tel qu'il est perçu habituellement, utilise une grande dimension spatiale pour traiter une série d'information, notre approche des RC nous impose un multiplexage temporel. Ainsi, les systèmes RC sont basés sur des DNL à retard dont la dimension temporelle émule la dimension spatiale d'un réseau de neurone. Notre approche reste décomposée en trois parties. Dans nos travaux, les DNL à retard sont utilisées pour recréer les propriétés dynamiques du réservoir. Les informations d'entrée nécessitent une mise en forme particulière tandis que la fonction de lecture reste proche du concept original et est utilisée pour l'entraînement de nos systèmes RC.

Le retard temporel réalisé par une ligne à retard numérique nous permet de définir des nœuds virtuels, assimilables aux neurones dans les réseaux traditionnels. Ces nœuds virtuels sont une succession d'informations lues, de manière ponctuelle, tout au long du retard temporel. Cette caractéristique propre à notre approche des RC demande une mise en forme du signal d'entrée à analyser, afin d'être adaptée à l'architecture des dynamiques non-linéaires utilisées. Les informations d'entrée, habituellement injectées dans un réseau de neurones de dimension spatio-temporelle, doivent être sérialisées afin d'adresser les nœuds virtuels distribués dans le retard temporel. Cette modification est apportée par l'utilisation d'une matrice de connectivité appelée masque et est représentée sous forme vectorielle ou matricielle suivant les tests utilisés. Ce masque réalise deux fonctions. Pour commencer, l'échelle de temps avec laquelle il est construit permet de distribuer l'information sur des instants précis dans le retard (correspondant aux nœuds virtuels). De plus l'amplitude de celui-ci est variable et donne un poids à chaque nœud virtuel.

L'étude de la connectivité interne de nos réservoirs représente une grande partie de nos travaux. Nous avons montré qu'un des paramètres importants est l'espace-ment des nœuds dans le retard. Celui-ci influe directement sur les performances des systèmes RC et doit être ajusté de manière à ce que le réservoir fonctionne, en permanence, en régime transitoire. Le contrôle du retard dans nos démonstrateurs est donc capital, et c'est pour cela que le choix d'une ligne à retard numérique programmée dans un FPGA nous est apparu comme une des meilleures solutions. Outre la flexibilité apportée par l'utilisation d'un FPGA, ce choix technologique nous a permis d'approfondir nos recherches sur la connectivité interne du réservoir. L'implémentation de retards multiples pondérés par des coefficients synaptiques

nous a permis de construire une connectivité interne du réservoir beaucoup plus proche du fonctionnement des réseaux biologiques.

Nos travaux ont débouché sur la réalisation de deux démonstrateurs. Le premier est réalisé sur une dynamique non-linéaire opto-électronique à retard en longueur d'onde, puis un second prototype, plus abouti, utilise une DNL à retard opto-électronique en intensité. Ces deux démonstrateurs ont été conçus avec des lignes à retard simple et multiple, et leurs performances ont été évaluées à l'aide de deux tests standards, de prédiction et de classification. Le test de prédiction NARMA10 a été effectué sur le système RC opto-électronique en longueur d'onde, utilisant 150 nœuds virtuels. Nos résultats expérimentaux sont conformes aux simulations numériques et donne une NRMSE de 0.46 pour 0.44 en théorie. Nous avons pu ainsi démontrer expérimentalement la forte sensibilité au bruit de ce test. Cette sensibilité qui avait été soulignée par d'autres partenaires du consortium PHOCUS [89]. Nous avons utilisé également le test de classification de reconnaissance vocale de chiffres prononcés. Le taux d'erreur de mots obtenu est de 0.22 %, validant ainsi le fonctionnement de notre système RC. Le second démonstrateur, apparu plus tard durant nos travaux, a été validé directement à l'aide du test de reconnaissance vocale et est composé de 400 nœuds virtuels. Basé sur un retard simple, le WER est de 0.01% pour la configuration optimale. Ce second montage est mieux ajusté, basé sur une réalisation expérimentale plus stable et moins bruitée. De plus, l'utilisation d'un retard unique et d'une configuration passe-bas ont simplifié les manipulations, nous permettant d'atteindre l'état de l'art par rapport à ce test.

### **Travaux futurs**

Trois années auront été nécessaires pour étudier, comprendre et construire nos démonstrateurs. Bien que ce bilan soit d'ores et déjà satisfaisant, nombreuses sont les perspectives de notre approche des RC par DNL à retard.

Les perspectives, dues à l'aspect retards multiples, sont nombreuses et n'ont malheureusement pas pu être approchées de manière suffisamment concrètes durant ce doctorat. Le principe de plasticité neuronale artificielle, introduit brièvement dans ce manuscrit, en est un exemple. La plasticité neuronale d'un système biologique comme le cerveau humain est la capacité d'auto-adaptation des connections entre neurones ainsi que de leurs poids synaptiques, à se modifier afin d'optimiser les performances lors de tâches à effectuer. L'utilisation de contre-réactions multiples pondérées rend possible le principe de plasticité neuronale artificielle. Nos premiers travaux ont montré à travers des simulations numériques et des test expérimentaux, que le comportement dynamique du réservoir peut être modifié et contrôlé par l'u-

tilisation de retards multiples. Une étude plus poussée pourrait être effectuée par la suite pour démontrer les effets expérimentaux de la plasticité neuronale artificielle, sur les tests de calculs standards présentés dans ce manuscrit. Le second système RC, développé sur une DNL à retard en intensité, n'a pas été exploré complètement car l'implémentation des retards multiples est arrivée tardivement dans nos tests expérimentaux. De ce fait, le test de classification et de prédiction mériterait d'être approfondi afin d'en comprendre toutes les subtilités et maîtriser tous les paramètres du démonstrateur.

Les très bons résultats obtenus avec le test standard de classification de reconnaissance vocale de chiffres prononcés nous ont dirigés vers d'autres applications. Ainsi, une nouvelle thèse a vu le jour ayant comme objectif de développer un système RC ultra-rapide basé sur une dynamique non-linéaire à retard opto-électronique en phase [90,91] capable de traiter jusqu'à 1 million de chiffres prononcés par seconde [92].

Nos travaux et l'aboutissement sur des démonstrateurs viables et performants, nous ont amené à plusieurs débuts de collaborations avec d'autres équipes et départements de l'institut FEMTO-ST. Ainsi, un projet initié avec le Dept. Énergie de FEMTO-ST a pour objectif d'utiliser nos systèmes RC en guise d'unité de surveillance et d'analyse. Les travaux visés concernent le fonctionnement des piles à combustibles. Les piles à combustibles étudiées et développées exploitent les propriétés d'oxydation d'un combustible réducteur (dans notre cas, il s'agit de l'hydrogène) en contact avec un oxydant comme l'oxygène. Tout au long du processus de combustion, la différence de potentiel aux bornes de la pile évolue et est constituée de différentes composantes fréquentielles, donnant une information directe sur la quantité restante d'hydrogène. Dans ce cas, les systèmes RC pourraient traiter ces signaux électriques suivant le même principe que le test de classification de chiffres prononcés, donnant ainsi une idée de l'état de fonctionnement de la pile à combustible.

Un second projet en collaboration avec l'équipe Nano-Optique du Dept. d'Optique P.M Duffieux de FEMTO-ST devrait unir nos compétences dans le but de créer un système RC, à la fois performant et miniaturisé. Parmi les activités de l'équipe Nano-Optique, on peut citer la réalisation composants optiques innovants, intégrés et conçus à base de niobate de lithium. La miniaturisation de systèmes RC permettrait de lever un verrou à leur étude et à leur utilisation dans des domaines tels que les télécommunications optiques ou tout autre domaine d'activités utilisant une unité de calcul polyvalente et de grande vitesse de calcul potentielle.

# Publications, communications et distinction

## Publications

R. Martinenghi, S. Rybalko, M. Jacquot, Y. Chembo and L. Larger. “Photonic Nonlinear Transient Computing with Multiple-Delay Wavelength Dynamics”, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 244101 (2012).

Research Highlights in :

*Nature Photonics* **6**, 573 (2012).

*Optics and Photonics Focus*, **18** Story 1 (2012).

## Proceedings

M. Jacquot, R. Martinenghi and L. Larger. “Delay electro-optic dynamics for brain inspired information processing”. Proceeding IEEE of Fifth “rio de la plata”, p. 1–4 (Uruguay 2011).

R. Martinenghi, S. Rybalko, L. Appeltant, G. Van der Sande, J. Danckaert, M. Jacquot, Y. Chembo and L. Larger. “Multiple delay nonlinear wavelength dynamics for photonic Reservoir Computing”. Proceeding IEEE of Lasers and Electro-Optics Europe (CLEO), p.1 (Allemagne 2011).

L. Appeltant, G. Van der Sande, R. Martinenghi, S. Rybalko, M. Jacquot, Y. Chembo, L. Larger, I. Fischer and J. Danckaert. “Computational performance of a single bandpass electro-optic delay oscillator”. Proceeding IEEE of Lasers and Electro-Optics Europe (CLEO), p.1 (Allemagne 2011).

R. Martinenghi, A. Baylon-Fuentes, F. Xiaole, M. Jacquot, Y. Chembo and L. Larger. “Optoelectronic nonlinear transient computing with multiple delays”. Pro-

ceeding IEEE of Lasers and Electro-Optics Europe (CLEO) 2013, p.1 (Allemagne 2013).

A. Baylon-Fuentes, R. Martinenghi, M. Jacquot, Y. Chembo and L. Larger. “10 GHz bandwidth nonlinear delay electro-optic phase dynamics for ultra-fast nonlinear transient computing”. A. Baylon-Fuentes, R. Martinenghi, M. Jacquot, Y. Chembo and L. Larger. Proceeding IEEE of Lasers and Electro-Optics Europe (CLEO), p.1 (Allemagne 2013).

## Conférences

### Conférences présentées personnellement

Dynamique intégrro-différentielle en longueur d’onde à retards multiples pour le “Reservoir Computing”. R. Martinenghi, S. Rybalko, L. Appeltant, G. Van der Sande, J. Danckaert, M. Jacquot, Y. Chembo and L. Larger. Rencontre du Non-linéaire, Paris V, 16 – 18 Mars 2011.

Multiple delay nonlinear wavelength dynamics for photonic Reservoir Computing. R. Martinenghi, S. Rybalko, L. Appeltant, G. Van der Sande, J. Danckaert, M. Jacquot, Y. Chembo and L. Larger. Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO) 2011, Allemagne, 21 – 26 Mai 2011.

Calculateur neuromorphique basé sur une dynamique non-linéaire optoélectronique à retards multiples. R. Martinenghi, S. Rybalko, M. Jacquot, Y. Chembo and L. Larger. Journée de la Photonique 2011, Dijon 13 Novembre 2011.

Cerveau opto-électronique basé sur une dynamique non-linéaire à retards multiples. R. Martinenghi, M. Jacquot, Y. Chembo and L. Larger. Journée de la Photonique 2012, Dijon, 13 Novembre 2012.

Optoelectronic nonlinear transient computing with multiple delays. R. Martinenghi, A. Baylon-Fuentes, F. Xiaole, M. Jacquot, Y. Chembo and L. Larger. Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO) 2013, Allemagne, 12 – 16 Mai 2013.

Introduction au “Reservoir Computing” basé sur une dynamique non-linéaire à retards multiples photonique. R. Martinenghi, A. Baylon-Fuentes, M. Jacquot, Y.

Chembo and L. Larger. Journée de la Photonique 2013, Dijon, Novembre 2013.

## **Conférences présentées par un co-auteur**

Feedback filter effects in the dynamics of a tunable DBR laser with nonlinear delay optoelectronic loop. M. Jacquot, R. Martinenghi and L. Larger. Fourth “rio de la plata” workshop on laser dynamics and nonlinear photonics. Uruguay, 8 – 11 Dec. 2009.

Computational performance of a single bandpass electro-optic delay oscillator. L. Appeltant, G. Van der Sande, R. Martinenghi, S. Rybalko, M. Jacquot, Y. Chembo, L. Larger, I. Fischer and J. Danckaert. Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO) 2011, Allemagne, 21 – 26 Mai 2011.

Delay electro-optic dynamics for brain inspired information processing. M. Jacquot, R. Martinenghi and L. Larger. Fifth “rio de la plata” workshop on laser dynamics and nonlinear photonics. Uruguay, 6 – 9 Dec. 2011.

10 GHz bandwidth nonlinear delay electro-optic phase dynamics for ultra-fast nonlinear transient computing. A. Baylon-Fuentes, R. Martinenghi, M. Jacquot, Y. Chembo and L. Larger. Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO) 2013, Allemagne, 12 – 16 Mai 2013.

Towards optoelectronic architectures for integrated neuromorphic processors. R. Martinenghi, A. Baylon-Fuentes, M. Jacquot, Y. Chembo and L. Larger. SPIE, USA, 06 Feb 2014.

Complex photonic nonlinear delay dynamics for high performance signal and information processing : Nonlinear delay dynamics for information processing. L. Larger, R. Martinenghi, M. Jacquot, Y. K. Chembo. International conference Optics and Photonics Taiwan (OPTIC 2013), Taiwan 2013.

## **Posters**

### **Posters présentés personnellement**

Dynamique intégrro-différentielle en longueur d’onde à retards multiples pour le “Reservoir Computing”. R. Martinenghi, S. Rybalko, L. Appeltant, G. Van der Sande, J. Danckaert, M. Jacquot, Y. Chembo and L. Larger. Rencontre du Non-linéaire, Paris V, 16 – 18 Mars 2011.

Expérience électro-optique générique de calculateur neuromorphique utilisant les transitoires complexes des dynamiques à retards. R. Martinenghi, A. Baylon-Fuentes, M. Jacquot, Y. Chembo and L. Larger. Rencontre du Non-linéaire, Paris V, 26 – 27 Mars 2013.

### **Posters présentés par un co-auteur**

Feedback bandpass filters effects in the dynamics of an optoelectronics wavelength nonlinear delay system. M. Jacquot, R. Martinenghi, S. Rybalko, Y. Chembo and L. Larger. 11<sup>th</sup> ECC, France, Lille, 01 – 04 Juin 2010.

Computational performance of a single bandpasselectro-optic delay oscillator. L. Appeltant, G. Van der Sande, R. Martinenghi, S. Rybalko, M. Jacquot, Y. Chembo, L. Larger, I. Fischer and J. Danckaert. Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO) 2011, Allemagne, 21 – 26 Mai 2011.

### **Distinction**

Lauréat 2013 Prix A'Doc. Jeune recherche en Franche-Comté.

# Annexes

**ANNEXE A** : Caractéristiques NIOS Development kit Altera STRATIX I Edition.

**ANNEXE B** : Caractéristiques DSP Development kit Altera STRATIX II Professional Edition.

**ANNEXE C** : Schéma électrique interfaçage FPGA et système RC en longueur d'onde.

**ANNEXE D** : Schéma électrique interfaçage FPGA et système RC en intensité (Contre-réaction retardée).

**ANNEXE E** : Schéma électrique interfaçage FPGA et système RC en intensité (Fonction de lecture).

**ANNEXE F** : Couplage des nœuds virtuels  $(n - 1)$  et  $(k - 1)$ .

## **ANNEXE A : Caractéristiques NIOS Development kit Altera STRATIX I Edition**

### Caractéristiques générales [93] :

- Nios embedded processor configurable CPU core
- GNUPro compiler and debugger from Red Hat
- Library of standard microprocessor peripherals
- SOPC Builder system development tool
- Quartus II design software
- Nios development board, Stratix edition
- MAX EPM7128AE CPLD configuration control logic
- SRAM (1 Mbyte in two banks of 512 Kbytes, 16-bit wide)
- SDR SDRAM (16 Mbytes, 32-bit wide)
- Flash (8 Mbytes)

### Caractéristiques FPGA :

- FPGA Stratix EP1S10F780C6
- RoHS : No
- Product : Stratix I
- Maximum Internal Frequency (MHz) : 450 MHz
- Logic elements : 10570
- Embedded Memory : 920448 bit
- User I/Os : 436
- Power supply : 1.2 V
- Sockets : BGA
- Package : FC-FBGA

### Interface utilisateur :

- CompactFlash connector header for Type I CompactFlash cards (40 available user I/O pins)
- 10/100 Ethernet physical layer/media access control (PHY/MAC)
- Ethernet connector (RJ-45)
- Two serial connectors (RS-232 DB9 port)
- Two 5-V-tolerant expansion/prototype headers (2 x 41 available user I/O pins)
- Two Joint Test Action Group (JTAG) connectors

- Mictor connector for debugging
- Four user-defined push-button switches
- Eight user-defined LEDs
- Dual 7-segment LED display
- Power-on reset circuitry

Câbles et accessoires :

- ByteBlaster II parallel download cable
- Parallel extension cable (6 feet)
- Serial cable (RS-232)
- 9V power supply
- International power cords
- LCD module
- CompactFlash card (16 Mbytes)
- Ethernet (RJ45) cable (7 feet)
- Ethernet crossover adapter

## ANNEXE B : Caractéristiques DSP Development kit Altera STRATIX II Professional Edition

### Caractéristiques générales [94] :

- Two-channel, 12-bit, 125-million samples per second (MSPS) analog-to-digital (A/D)
- Two-channel, 14-bit, 165-MSPS digital-to-analog (D/A)
- VGA digital-to-analog converter (DAC)
- Stereo audio coder/decoder (CODEC), 96 KHz Digital I/O
- 32-Mbyte SDR SDRAM
- 16-Mbyte flash
- 1-Mbyte SRAM
- 16-Mbyte compact flash
- Two composite video input channels using the TI TVP5146 ADC
- Support for NTSC/PAL
- 10-bit BT.656 Output

### Caractéristiques FPGA :

- FPGA Stratix II EP2S180F1020C3
- RoHS : No
- Product : Stratix II
- Maximum Internal Frequency (MHz) : 778 MHz
- Logic elements : 179400
- Logical bloc number : 8970
- Embedded Memory : 9383040 bit
- User I/Os : 1020
- Power supply : 1.2 V
- Sockets : SMD/SMT
- Package : FBGA-1020

### Interface utilisateur :

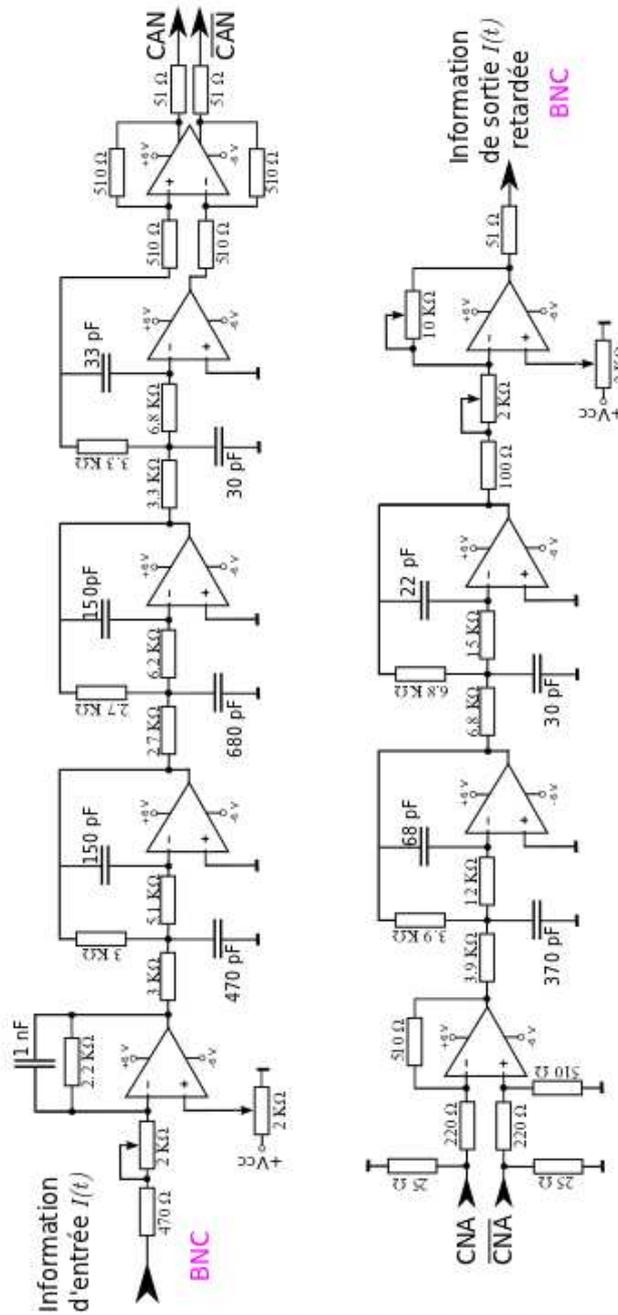
- Mictor connector for Agilent and Tektronix logic analyzers
- 10/100 Ethernet physical layer/media access control (PHY/MAC) and RJ-45 jack
- Two serial connectors (RS-232 DB9 port)

- Two 5-V-tolerant expansion/prototype headers (2 x 41 available user I/O pins)
- Two Joint Test Action Group (JTAG) connectors
- Mictor connector for debugging
- Analog I/O
- Four user-defined push-button switches
- Eight user-defined LEDs
- Dual 7-segment LED display
- Power-on reset circuitry
- Connector for the Texas Instruments (TI) Evaluation Module (TI-EVM)
- Two 40-pin connectors for Analog Devices' A/D converter evaluation boards

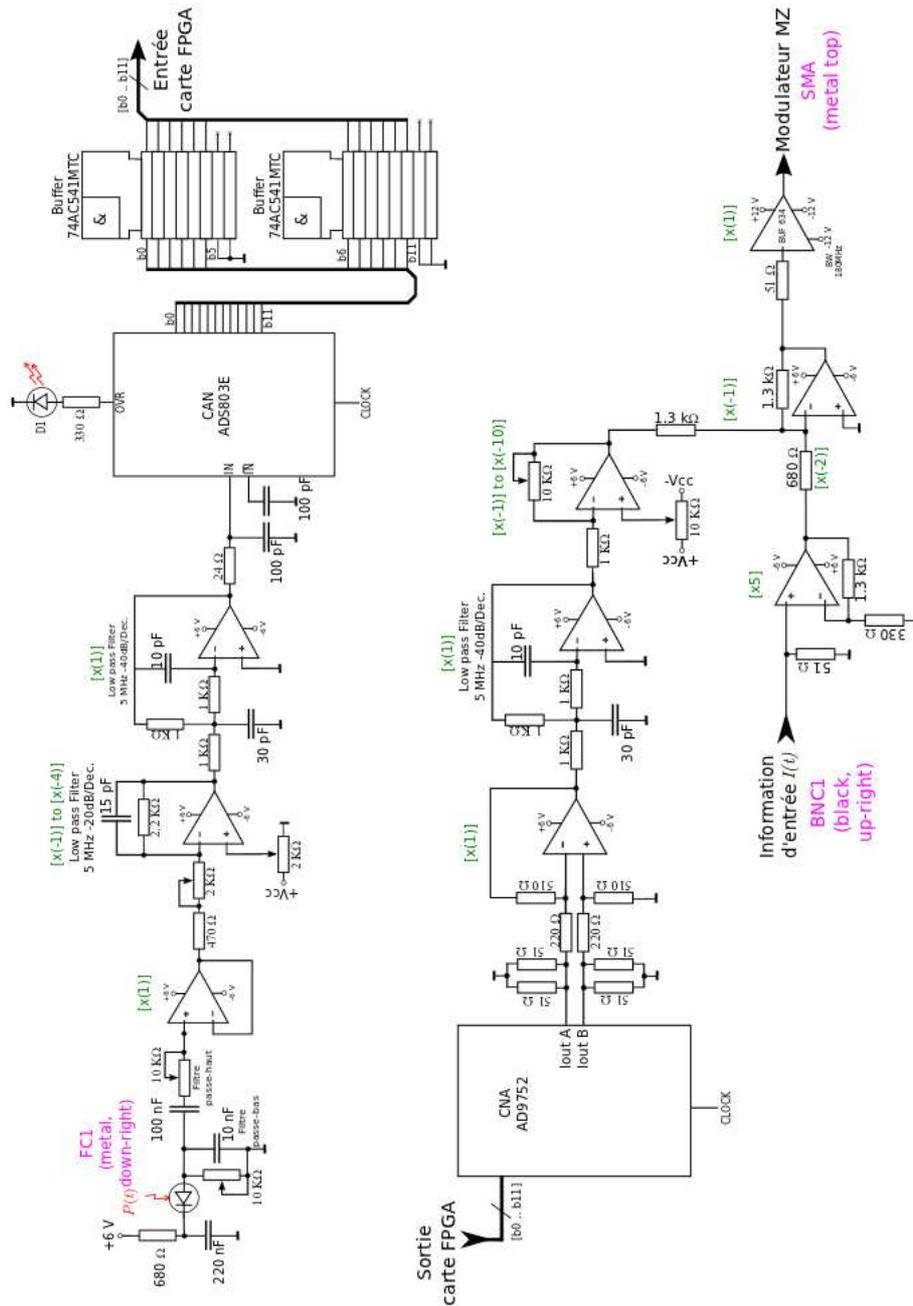
Câbles et accessoires :

- USB-Blaster™ download cable
- Serial cable (RS-232)
- Power supply
- International power cords

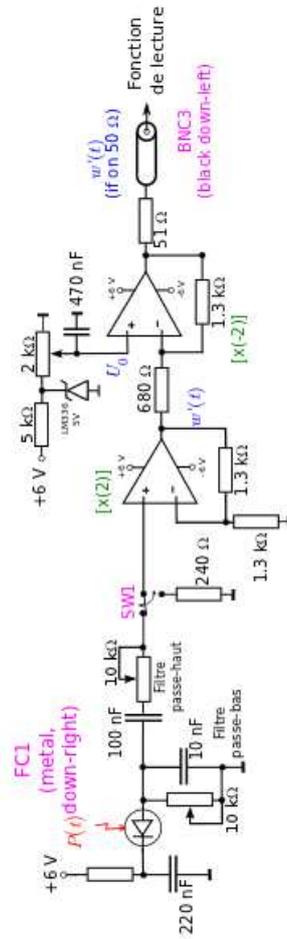
ANNEXE C : Interfaçage FPGA et système RC opto-électronique en longueur d'onde



ANNEXE D : Interfaçage FPGA et système RC opto-électronique en intensité (Contre-réaction retardée)



ANNEXE E : Interfaçage FPGA et système RC opto-électronique en intensité (Fonction de lecture)



### ANNEXE F : Couplage des nœuds virtuels $(n - 1)$ et $(k - 1)$

Le produit de convolution entre la réponse impulsionnelle  $h(t)$  du système dynamique (passe-bas ou passe-bande) et une fonction de  $x(t)$  retardée d'une valeur  $\tau_D$  peut s'écrire de la manière suivante :

$$x(t) = h(t) * f[x(t - \tau_D)] = \int_0^{+\infty} h(\theta) f[x(t - \tau_D - \theta)] d\theta, \quad (3.6)$$

dans laquelle le temps  $t$  est défini par la relation  $t = k\delta\tau + n\tau_D$  liant ainsi la variable d'espace virtuel  $k$  au temps discret du système  $n$ . L'équation (3.6) peut s'écrire sous la forme de l'intégrale :

$$x(t = k\delta\tau + n\tau_D) = x_k(n) = \int_0^{+\infty} h(\theta) \cdot f[x(k\delta\tau + (n - 1)\tau_D - \theta)] d\theta, \quad (3.7)$$

soit,

$$x_k(n - 1) = \int_0^{+\infty} h(\theta) \cdot f[x_{k - (\theta/\delta\tau)}((n - 1)\delta\tau - \theta)] d\theta. \quad (3.8)$$

Pour faire apparaître le couplage entre les nœuds virtuels voisins  $(n - 1)$  et les nœuds virtuels distants d'une valeur  $\tau_D$  en  $(k - 1)$ , nous souhaitons écrire l'intégrale (3.7) comme la somme de deux intégrales définies de la manière suivante :

$$x_k(n) = \int_0^{+\delta\tau} \dots + \int_{+\delta\tau}^{+\infty} \dots \quad (3.9)$$

Pour cela, nous procédons à un changement de variable dans l'équation (3.8) défini par  $\xi = \theta - \delta\tau$ . Cela nous permet d'écrire les relations :

$$\begin{aligned} \theta = \delta\tau &\Rightarrow \xi = 0, \\ \theta \rightarrow +\infty &\Rightarrow \xi \rightarrow +\infty. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Le produit de convolution (3.7) peut s'écrire comme nous le souhaitons comme la somme de deux intégrales :

$$x_k(n) = \int_0^{\delta\tau} h(\theta) \cdot f[x_{k-(\theta/\delta\tau)}(n-1)] d\theta + \int_0^{+\infty} h(\xi + \delta\tau) \cdot f[x((k-1)\delta\tau + (n-1)\tau_D - \xi)] d\xi. \quad (3.11)$$

Dans le cas d'un filtre passe-bas du premier ordre, les réponses impulsionnelles  $h(\theta)$  et  $h(\xi + \delta\tau)$  sont définies relativement au temps de réponse  $\tau$  du montage physique par :

$$h(\theta) = \exp(-\theta/\tau), \quad (3.12)$$

$$h(\xi + \delta\tau) = \exp\left(-\frac{\xi}{\tau}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\delta\tau}{\tau}\right) = \exp\left(-\frac{\delta\tau}{\tau}\right) \cdot h(\xi), \quad (3.13)$$

nous permettant d'écrire la somme de deux intégrales (3.11) sous la forme :

$$x_k(n) = \int_0^{\delta\tau} h(\theta) \cdot f[x_{k-(\theta/\delta\tau)}(n-1)] d\theta + \exp\left(-\frac{\delta\tau}{\tau}\right) x_{k-1}(n), \quad (3.14)$$

dans laquelle le premier terme intégral fait apparaître les termes en  $(n-1)$  correspondant au couplage non-linéaire entre les nœuds virtuels dû au retard temporel  $\tau_D$ , et le second terme fait apparaître les éléments en  $(k-1)$  dû au couplage entre les nœuds virtuels voisins.

# Bibliographie

- [1] CORDIS. <http://cordis.europa.eu>. Consulté le 05 juillet 2010.
- [2] Projet européen PHOCUS. <http://ifisc.uib-csic.es/phocus/>. Consulté en Août 2010.
- [3] Photographie Albert Einstein. <http://www.onthisdeity.com/wp-content/uploads/2011/04/Albert-Einstein-235x300.jpg>, Consulté en Juin 2013.
- [4] T. Chouard. Turing at 100 Legacy of a universal mind. *Nature*, 482 :455, 2012.
- [5] Photographie floue d'une foule. <http://www.flickr.com/photos/sebastienj/3170497351/>, Consulté en Juin 2013.
- [6] DARPA Neural Network Study (U.S.). *Darpa Neural Network Study : October 1987-February 1988*. Afcea Intl Pr, 1988.
- [7] J. Haggège P. Borne, M. Benrejeb. *Les réseaux de neurones*. Méthodes et pratiques de l'ingénieur. Technip edition, 2007.
- [8] H. Jaeger. The “echo state” approach to analysing and training recurrent neural networks. *German National Research Center of Information Technology Bremen*, <http://faculty.iu-bremen.de/hjaeger/pubs/EchoStatesTechRep.pdf>, Tech. Rep. No. 148, 28 Décembre 2001.
- [9] W. Maass *et al.* Real-time computing without stable states : A new framework for neural computation based on perturbations. *Neural computation*, pages 2531–2560, 2002.
- [10] <http://www.lyc-dumont-maurepas.ac-versailles.fr/site/img/jpg/neuone.jpg>. Consulté le 01 Juillet 2010.
- [11] Gilleron. <http://www.grappa.univ-lille3.fr/gilleron/polyapp/node17.html>. Consulté le 01 Juillet 2010.
- [12] R. Sainz. Potentiel d'action. <http://regis.sainz.free.fr/potentiel/potentiel.html>, Consulté en Juillet 2013.

- 
- [13] V. Gerard. Biologie et cerveaux. <http://villemmin.gerard.free.fr/aScience/Biologie/Neurone.htm>, (5 juillet 2013).
- [14] W. S. McCulloch *et al.* What the frog's eye tells the frog's brain. *Proceedings of the IRE*, Vol. 47, No. 11 :p.1940–51, 1959.
- [15] M. Parizeau. Réseaux de neurones. *Cours dispensé à l'Université de Laval (Canada)*, 2004.
- [16] D.O. Hebb. *The Organization of behavior : A neuropsychological theory*. Lawrence Erlbaum, 1966.
- [17] J. Hopfield. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proc. NatL. Acad. Sci. USA*, 79 :2554–2558, 1982.
- [18] J. Hopfield. Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons. *Proc. NatL. Acad. Sci. USA*, 81 :3088–3092, 1984.
- [19] F. Rosenblatt. The perceptron—a perceiving and recognizing automaton. *Report 85-460-1, Cornell Aeronautical Laboratory*, 1957.
- [20] A. Kolmogorov. On the representation of continuous functions by several variables of superposition of continuous functions of one variable and addition. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 953-956 :669–681, 1957.
- [21] M.L. Minsky *et al.* S. a. perceptrons. *MA : MIT Press, Cambridge*, 1969.
- [22] D. Rumelhart *et al.* Learning representations by back-propagating errors. *Nature*, 323 :533–536, 1986.
- [23] H. Haken *et al.* Brain dynamics : synchronization and activity patterns in pulse-coupled neural nets with delays and noise. *Springer Verlag GmbH, Berlin, Germany*, 2006.
- [24] J. J. Steil. Backpropagation-decorrelation : Online recurrent learning with  $o(n)$  complexity. *In proceeding of the International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*, volume 1 :843–848, 2004.
- [25] D. Verstraeten. Reservoir computing : Computation with dynamical systems. *Thèse de Doctorat*, 2009-2010.
- [26] D. Buonomano *et al.* State-dependent computations : spatiotemporal processing in cortical network. *Nat. Rev. Neurosci.*, 10 :113–125, 2009.
- [27] H. Jaeger *et al.* Harnessing : prediction chaotic systems and saving energy in wireless communication. *Science*, 304 :78–80, 2004.
- [28] W. Maass *et al.* Computational aspects of feedback in neural circuits. *PLOS Comput. Biol.*, 3 :1–20, 2007.

- 
- [29] W. Maass *et al.* A new approach towards vision suggested by biologically realistic neural microcircuit models. *Proc. of the second International Workshop on Biologically Motivated Computer Vision (BMCV)*, 2525 :282–293, 2002.
- [30] H. Jaeger *et al.* Adaptative nonlinear system identification with echo state networks. *Advance in Neural Infomation Processing Systems, MIT Press*, 15 :593–600, 2003.
- [31] H. Jaeger. Reservoir riddles : suggestion for echo state network research (extended abstract). *In Proceedings of the IEEE international Joint Conference on Neural Network (IJCNN)*, 2005.
- [32] M. Lukosevičius *et al.* Reservoir computing approaches to recurrent neural network training. *Computer Science Review*, 3 :127–149, 2009.
- [33] H. Jaeger. Discovering multiscale dynamical features with hierarchical echo state networks. *Technical Report 10 GMD Report, German National Research Center for Information Technology*, 2007.
- [34] H. Jaeger. Short term memory in echo state networks. *Technical Report GMD Report 152, German National Research Center for Information Technology*, 2001.
- [35] H. Jaeger. Tutorial on training recurrent neural network, covering bptt, rtrt, ekf and the “echo state network” approach. *Technical Report GMD Report 159, German National Research Center for Information Technology*, 2002.
- [36] M. Rabinovich *et al.* Transient dynamics for neural processing. *Nat. Rev. Neurosci.*, 321 :48–50, 2008.
- [37] B. Hammer *et al.* Recent advances in efficient learning of recurrent network. *European Symposium on Artificial Neural Networks*, pages 213–226, 2009.
- [38] D. Verstraeten *et al.* Isolated word recognition with the liquid state machine : a case study. *Inform. Process. Lett.*, 95 :521–528, 2006.
- [39] D. Verstraeten *et al.* Reservoir-based techniques for speech recognition. *In proceeding of IJCNN06 , International Joint Conference on Neural Networks*, pages 1050–1053, 2006.
- [40] T. Cover. Geometrical and statistical properties of systems of linear inequalities with applications in pattern recognition. *IEEE Trans. Electron*, 14 :326–334, 1965.
- [41] J. Van Campenhout. Toward photonic reservoir computing : tutorial. *IAP Doctoral School, Couvin*, 2006.
- [42] K. Vandoorne *et al.* Toward optical signal processing using photonic reservoir computing. *Opt. Express*, 16 :11182–11192, 2008.

- 
- [43] K. Vandoorne *et al.* Parallel reservoir computing using optical amplifiers. *Trans. Neural. Network*, 22 :1469–1481, 2011.
- [44] R. May. Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature*, 261 :459–467, June 1976.
- [45] E. N. Lorenz. Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, 20 :130–141, 1963.
- [46] O. E. Rössler. An equation for continuous chaos. *Physics Letters A*, 57 (5) :397–398, 1976.
- [47] L. Chua *et al.* The double scroll. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 8 :798–818, August 1985.
- [48] K. Ikeda *et al.* High-dimensional chaotic behavior in systems with time-delayed feedback. *Physica D*, 29 :223–235, 1987.
- [49] K. Ikeda *et al.* Multiple-valued stationary state and its instability of the transmitted light by ring cavity system. *Optics Communication*, 30 :257, 1979.
- [50] J. Gleick. *La théorie du chaos*. Flammarion, 2008.
- [51] E. N. Lorenz. Predictability : Does the flap of a butterfly’s wings in brazil set off a tornado in texas? *Conference presented before the American Association for the Advancement of Science*, December 1972.
- [52] J. Farmer. Chaotic attractors of an infinite-dimensional dynamical systems. *Physica D*, 4 :366–393, 1982.
- [53] M. Mackey *et al.* Oscillation and chaos in physiological control systems. *Science*, 197 :287–289, 1977.
- [54] L. Appeltant *et al.* Information processing using a single dynamical node as complex reservoir system. *Nat. Commun.*, 2 :468, 2011.
- [55] R. Martinenghi *et al.* Photonic nonlinear transient computing with multiple-delay wavelength dynamics. *Phys. Rev. Lett.*, 108, 2012.
- [56] F.T. Arecchi *et al.* Two-dimensionnal représentation of a delayed dynamical system. *Phys. Rev. Letters*, 45 :4225, 1993.
- [57] L. Appeltant *et al.* Information processing using a single dynamical node as complex system. *Rapport interne d’activités : Projet PHOCUS*, 2010.
- [58] L. Appeltant. Reservoir computing based on delay-dynamical systems. *Thèse de Doctorat, Vrije Universiteit Brussel / Universitat de les Illes Balears*, May 2012.
- [59] R. Penrose. A generalized inverse for matrices. *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 51 :406–413, 1955.

- 
- [60] ELIS department in Ghent University. <http://reslab.elis.ugent.be/software>. Consulté en Décembre 2010.
- [61] J. Goedgebuer *et al.* Secure optical telecommunications using chaos in wavelength for signal transmission. *Proc. SPIE 3317, International Conference on Correlation Optics*, 82, 1997.
- [62] L. Laurent. Cryptage de signaux par chaos en longueur d'onde. *Thèse de Doctorat, U.F.R des Sciences et Techniques de l'Université de Franche-Comté*, Janvier 1997.
- [63] J-P. Goedgebuer *et al.* Optical cryptosystem based on synchronization of hyperchaos generated by a delayed feedback tunable laser diode. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :2249–2252, 1198.
- [64] M. Jacquot *et al.* Feedback filter effects in the dynamics of a tunable dbr laser with nonlinear delay optoelectronic loop. *Proceeding IEEE of Rio de la Plata*, 2009.
- [65] A. Neyer *et al.* Dynamics of electrooptics bistable devices with delayed feedback. *IEEE J. Quantum Electron*, 18 :2009–2015, 1982.
- [66] L. Larger *et al.* Ikeda-based nonlinear delayed dynamics for application to secure optical transmission systems using chaos. *C. R. Physique*, 5 :669–681, 2004.
- [67] M. Peil *et al.* Routes to chaos and multiple time scale dynamics in broadband bandpass nonlinear delay electro-optic oscillators. *PHYSICAL REVIEW*, E 79, 09 February 2009.
- [68] Y. Paquot *et al.* Optoelectronic reservoir computing. *Scientific Reports*, 2, 2012.
- [69] Y. Paquot *et al.* Artificial intelligence at light speed : toward optoelectronic reservoir computing. *Belgian Physical Society Magazine*, pages 15–22, 2010.
- [70] Y. Paquot *et al.* Reservoir computing : a photonic neural network for information processing. *In proceeding of SPIE Photonics Europe, Nonlinear Optics and Applications IV*, 7728, 2010.
- [71] A. Atiya *et al.* New results on recurrent network training : unifying the algorithms and accelerating convergence. *IEEE Trans. Neural. Network*, 11 :697–709, 2000.
- [72] A. Rodan *et al.* Minimum complexity echo state network. *IEEE T. Neural Natw.*, 22 :131–144, 2011.
- [73] J. J. Steil. Memory in backpropagation-decorrelation o(n) efficient online recurrent learning. *In proceeding of the International Conference on Artificial Neural Networks (ICANN)*, 2005.

- 
- [74] G. Doddington *et al.* Speech recognition : turning theory to practise. *IEEE Spectrum*, 18 :26–32, 1981.
- [75] A. Rodan *et al.* Texas instrument-developed 46-word speaker-dependent isolated word corpus (ti46). *NIST Speech Disc 7-1.1 (1 disc)*, September 1991.
- [76] R. Lyon. A computationnal model of filtering, detection and compression in the cochlea. *In Proceedings of the IEEE ICASSP*, pages 1282–1285, 1982.
- [77] Schéma de principe de l'oreille humaine. *http : //reflexions.ulg.ac.be/cms/c338507/cochlee*, Consulté en Juillet 2013.
- [78] Altera. *NIOS development Board – Reference manual Stratix edition*. Altera corporation - university program edition, July 2003.
- [79] Altera. *NIOS II development kit – Getting started used guide*. Altera Corporation - University Program, altera corporation p25-10108-02 edition, December 2004.
- [80] Altera. *Introduction to Quartus II*. Altera corporation p25-09235-01 edition, January 2004.
- [81] ALTERA. *http : //www.altera.com/products/devkits/altera/kit – nios1S10.html*, Consulté en Janvier 2011.
- [82] ALTERA. *http : //elcodis.com/parts/845657/DK – DSP – 2S180N.html*, Consulté en Janvier 2011.
- [83] Altera. *Using modelsim to simulate logic circuits for Altera FPGA devices*. Altera corporation - university program edition, January 2011.
- [84] S. Massar *et al.* All-optical reservoir computing. *Optics Express*, 20 :22783–22795, 2012.
- [85] J-B. Cuenot. Cryptage de signaux par chaos en longueur d'onde. *Thèse de Doctorat, U.F.R des Sciences et Techniques de l'Université de Franche-Comté*, Février 2002.
- [86] R. Martinenghi. Chaos en longueur d'onde appliqué aux télécommunications optiques. *Mémoire de stage, U.F.R des Sciences et Techniques de l'Université de Franche-Comté*, 2009.
- [87] D. Nirousset. Étude et caractérisation d'une dynamique chaotique. *Mémoire de stage Master 2 – U.F.R des Sciences et Techniques de l'Université de Franche-Comté*, 2004.
- [88] W. Walker. Sphinx-4 : A flexible open source framework for speech recognition. *Technical Report, Sun Microsystems*, 2004.
- [89] Deliverable 8 : Evaluation of noise effects and robustness. *PHOCUS Deliverable 8*, 2010.

- 
- [90] R. Lavrov *et al.* Electro-optic delay oscillator with non-local non linearity : optical phase dynamics, chaos, and synchronization. *Phys. Rev. E*, 80 :026207, 2009.
- [91] E. Genin. Étude et réalisation d'un générateur de chaos opto-électronique sur la phase optique pour les télécommunications cryptées haut-débit. *Thèse de Doctorat, U.F.R des Sciences et Techniques de l'Université de Franche-Comté*, 2003.
- [92] A. Baylon-Fuentes *et al.* 10 ghz bandwidth nonlinear delay electro-optic phase dynamics for ultra-fast nonlinear transient computing. *Proceeding IEEE of Laser and Electro-optics Europe (CLEO EUROPE/EPEC)*, 2013.
- [93] ALTERA. [http : //www.altera.com/products/devkits/altera/kit - niosii - 2S60.html](http://www.altera.com/products/devkits/altera/kit-niosii-2S60.html), Consulté en Juillet 2013.
- [94] ALTERA. [http : //www.altera.com/products/devkits/altera/kit - dsp - 2S180.html](http://www.altera.com/products/devkits/altera/kit - dsp - 2S180.html), Consulté en Juillet 2013.
- [95] M. GILSON. Entraînement de réseaux de neurones récurrent à pulses appliqué à la modélisation d'un tissu neuronal biologique. *Mémoire de stage*, Novembre 2003.
- [96] G. Holzmann. Echo state networks with filter neurons ans a delay&sum readout with application in audio signal processing. *Mémoire de stage*, Juin 2008.
- [97] L. Larger *et al.* Optoelectronic chaos. *Nature*, 465 :41–42, 2010.
- [98] L. Larger *et al.* Photonic information processing beyond turing : an optoelectronic implementation of reservoir computing. *Opt. Express*, 20 :3241–3249, 2012.
- [99] H. Jaeger *et al.* Harnessing nonlinearity : predicting chaotic systems and saving energy in wireless communication. *Science*, 304 :78–80, 2004.
- [100] D. Verstraeten *et al.* An experimental unification of reservoir computing methods. *Neural Network*, 20 :391–403, 2007.

## Résumé

Le Reservoir Computing (RC) est un paradigme s'inspirant du cerveau humain, apparu récemment au début des années 2000. Il s'agit d'un calculateur neuromorphique habituellement décomposé en trois parties dont la plus importante appelée "réservoir" est très proche d'un réseau de neurones récurrent. Il se démarque des autres réseaux de neurones artificiels notamment grâce aux traditionnelles phases d'apprentissage et d'entraînement qui ne sont plus appliquées sur la totalité du réseau de neurones mais uniquement sur la lecture du réservoir, ce qui simplifie le fonctionnement et facilite une réalisation physique. C'est précisément dans ce contexte qu'ont été réalisés les travaux de recherche de cette thèse, durant laquelle nous avons réalisé une première implémentation physique opto-électronique de système RC.

Notre approche des systèmes physiques RC repose sur l'utilisation de dynamiques non-linéaires à retards multiples dans l'objectif de reproduire le comportement complexe d'un réservoir. L'utilisation d'un système dynamique purement temporel pour reproduire la dimension spatio-temporelle d'un réseau de neurones traditionnel, nécessite une mise en forme particulière des signaux d'entrée et de sortie, appelée multiplexage temporel ou encore étape de masquage. Trois années auront été nécessaires pour étudier et construire expérimentalement nos démonstrateurs physiques basés sur des dynamiques non-linéaires à retards multiples opto-électroniques, en longueur d'onde et en intensité. La validation expérimentale de nos systèmes RC a été réalisée en utilisant deux tests de calcul standards. Le test NARMA10 (test de prédiction de séries temporelles) et la reconnaissance vocale de chiffres prononcés (test de classification de données) ont permis de quantifier la puissance de calcul de nos systèmes RC et d'atteindre pour certaines configurations l'état de l'art.

## Mots-clés

Reservoir computing, Liquid state machine, Echo state network, Dynamique non-linéaire à retard, Réseaux de neurones artificiels

## Abstract

Reservoir Computing (RC) is a currently emerging new brain-inspired computational paradigm, which appeared in the early 2000s. It is similar to conventional recurrent neural network (RNN) computing concepts, exhibiting essentially three parts: (i) an input layer to inject the information in the computing system; (ii) a central computational layer called the Reservoir; (iii) and an output layer which is extracting the computed result through a so-called Read-Out procedure, the latter being determined after a learning and training step. The main originality compared to RNN consists in the last part, which is the only one concerned by the training step, the input layer and the Reservoir being originally randomly determined and fixed. This specificity brings attractive features to RC compared to RNN, in terms of simplification, efficiency, rapidity, and feasibility of the learning, as well as in terms of dedicated hardware implementation of the RC scheme. This thesis is indeed concerned by one of the first a hardware implementation of RC, moreover with an optoelectronic architecture.

Our approach to physical RC implementation is based on the use of a special class of complex system for the Reservoir, a nonlinear delay dynamics involving multiple delayed feedback paths. The Reservoir appears thus as a spatio-temporal emulation of a purely temporal dynamics, the delay dynamics. Specific design of the input and output layer are shown to be possible, e.g. through time division multiplexing techniques, and amplitude modulation for the realization of an input mask to address the virtual nodes in the delay dynamics. Two optoelectronic setups are explored, one involving a wavelength nonlinear dynamics with a tunable laser, and another one involving an intensity nonlinear dynamics with an integrated optics Mach-Zehnder modulator. Experimental validation of the computational efficiency is performed through two standard benchmark tasks: the NARMA10 test (prediction task), and a spoken digit recognition test (classification task), the latter showing results very close to state of the art performances, even compared with pure numerical simulation approaches.

## Keywords

Reservoir computing, Liquid state machine, Echo state network, Nonlinear delayed dynamics, Artificial neural network

The logo for SPIM (École doctorale SPIM) features the letters 'S', 'P', 'I', and 'M' in a large, white, sans-serif font. The 'S' is stylized with a thick, yellow horizontal bar behind it.

■ École doctorale SPIM 16 route de Gray F - 25030 Besançon cedex

■ tél. +33 [0]3 81 66 66 02 ■ [ed-spim@univ-fcomte.fr](mailto:ed-spim@univ-fcomte.fr) ■ [www.ed-spim.univ-fcomte.fr](http://www.ed-spim.univ-fcomte.fr)

The logo for Université de Franche-Comté (UFC) features the letters 'U', 'F', and 'C' in a large, bold, black font. The 'U' and 'F' are connected. Below the letters, the text 'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ' is written in a smaller, black, sans-serif font. A small yellow vertical bar is positioned to the left of the 'U'.