

# THÈSE

PRÉSENTÉE A

L'UNIVERSITÉ LOUIS PASTEUR DE STRASBOURG

POUR L'OBTENTION DU TITRE DE

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ LOUIS PASTEUR

SPÉCIALITÉ : AUTOMATIQUE ET ROBOTIQUE

PAR

GONZALO CABODEVILA

---

## SYNTHÈSE DE DÉMARCHES À ÉNERGIE MINIMALE D'UN ROBOT BIPÈDE.

---

Jury composé de :

T. MAURIN .....Président du jury  
B. ESPIAU .....Rapporteur externe  
Y. REMOND .....Rapporteur interne  
C. CHEVALLEREAU ..... Examinatrice  
G. ABBA .....Directeur de thèse  
E. OSTERTAG ..... Directeur de thèse

Rapporteur externe préalable :

W. KHALIL .....Rapporteur externe

Membre invité :

N. CHAILLET



## Remerciements

A l'issue de ce travail de thèse, qu'il me soit permis de remercier chaleureusement :

- M. B. Espiau, Directeur de recherches à l'Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, qui en participant au jury, témoigne de l'intérêt qu'il porte à mon travail.

- M. Y. Remond, Professeur à l'École d'Application des Haut Polymères, pour ces conseils et sa gentillesse.

- M. W. Khalil, Professeur à l'École Centrale de Nantes, pour l'honneur qu'il me fait d'être rapporteur de ce travail.

- Mme. C. Chevallereau, Chargée de recherches à l'École Centrale de Nantes, d'avoir bien voulu accepter de participer à ce jury.

- M. T. Maurin, Professeur à l'École Normale Supérieure de Cachan, pour sa participation au jury. J'y suis particulièrement sensible.

- M. N. Chaillet, Maître de Conférences à l'Université de Besançon, avec qui j'ai tant appris.

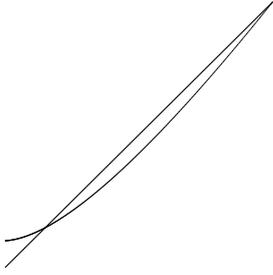
Mes remerciements vont également à :

- M. E. Ostertag, Co-Directeur de Thèse, Professeur à l'École Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg (ENSPS/ULP), pour m'avoir accueilli au sein du Groupe de Recherche en Automatique et Informatique Industrielle (GRAVIR) et m'avoir prodigué conseils et encouragements,

- M. G. Abba, Co-Directeur de Thèse, Maître de Conférences à l'ENSPS/ULP, sans lequel l'aboutissement de ce travail eût été impossible. Je le remercie particulièrement pour sa disponibilité et la qualité de son encadrement.

Je tiens également à exprimer ma profonde gratitude à tous ceux qui, de près ou de loin, m'ont aidé à mener à bien ce travail de recherche, avec une pensée particulière pour les stagiaires du laboratoire.





$$1=1$$

”La véritable science enseigne, par-dessus tout,  
à douter et à être ignorant.”  
Miguel de UNAMUNO.

*À mon père.*

*À tous les enseignants qui m'ont formé.*

# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>10</b>
<b>I Modélisation d'un robot bipède.</b>	<b>15</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>17</b>
<b>2 Matériel</b>	<b>19</b>
2.1 Partie mécanique. . . . .	19
2.2 Actionneurs et capteurs. . . . .	19
2.3 Calculateur et cartes d'axes. . . . .	20
<b>3 Modèles du robot</b>	<b>21</b>
3.1 Le modèle géométrique. . . . .	21
3.2 Le modèle dynamique. . . . .	22
3.3 Le modèle dynamique double. . . . .	23
3.4 Les modèles des frottements . . . . .	23
<b>4 Conclusions</b>	<b>27</b>
<b>II Inspirations biologiques.</b>	<b>29</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>31</b>
<b>2 Optimalité des démarches animales.</b>	<b>33</b>
<b>3 Constituants des systèmes biologiques.</b>	<b>35</b>
3.1 Structure : le squelette. . . . .	35
3.2 Actionneurs : les muscles et les tendons. . . . .	36
<b>4 Constitution d'une jambe humaine.</b>	<b>37</b>
4.1 L'articulation du genou. . . . .	37
4.2 Le pied. . . . .	37
<b>5 Conséquences sur la constitution d'un robot marcheur.</b>	<b>39</b>
<b>6 Démarches.</b>	<b>41</b>
6.1 Mécanique de la marche. . . . .	41
6.1.1 Influence du tronc. . . . .	42
6.1.2 La course. . . . .	42
<b>7 Conclusions sur les systèmes biologiques.</b>	<b>45</b>

<b>III</b>	<b>Etude d'une chaîne de transmission électromécanique.</b>	<b>47</b>
<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>49</b>
1.1	Présentation des éléments intervenant dans la chaîne de conversion de l'énergie.	49
1.2	Le problème de la récupération d'énergie . . . . .	49
1.3	Amélioration du rendement global. . . . .	50
1.3.1	Amélioration du rendement de chaque élément. . . . .	50
1.3.2	Conservation de l'énergie sous forme mécanique au niveau de la structure. . . . .	52
1.3.3	Conclusion. . . . .	52
<b>2</b>	<b>Actionneur élastique.</b>	<b>53</b>
2.1	Introduction. . . . .	53
2.1.1	Actionneur étudié. . . . .	53
2.1.2	Cycle étudié. . . . .	53
2.2	Etude temporelle. . . . .	53
2.2.1	Temps de cycle . . . . .	54
2.2.2	Choix de $q_0$ et $k$ optimums . . . . .	55
2.2.3	Résultats temporels . . . . .	55
2.2.4	Conclusions sur les résultats temporels. . . . .	56
2.3	Etude énergétique. . . . .	56
2.3.1	Conditions de l'étude. . . . .	56
2.3.2	Calcul des trajectoires minimales en énergie. . . . .	56
2.4	Prise en compte des temps de maintien. . . . .	59
2.4.1	Résultats énergétiques. . . . .	60
2.4.2	Conclusions sur les résultats énergétiques. . . . .	62
2.5	Masse et volume du ressort . . . . .	63
2.6	Perspectives d'utilisation . . . . .	63
2.7	Conclusions . . . . .	64
<b>3</b>	<b>Choix des matériaux de construction.</b>	<b>65</b>
3.1	Introduction. . . . .	65
3.2	Identification et modélisation des efforts . . . . .	65
3.2.1	Modèle du robot . . . . .	65
3.2.2	Efforts sur la jambe fixe. . . . .	66
3.2.3	Hypothèses. . . . .	67
3.3	Rappels sur la résistance des matériaux. . . . .	68
3.3.1	Matériaux isotropes. . . . .	68
3.3.2	Composite unidirectionnel - Loi des mélanges . . . . .	68
3.3.3	Composite à fibres tissées à 90 degrés. . . . .	69
3.3.4	Torsion . . . . .	69
3.3.5	Flexion . . . . .	70
3.3.6	Compression . . . . .	71
3.4	Exemple d'application. . . . .	71
3.5	Matériaux . . . . .	71
3.5.1	Métaux . . . . .	72
3.5.2	Matières plastiques . . . . .	72
3.5.3	Composites . . . . .	72
3.6	Comparaison des différents matériaux . . . . .	73
3.7	Phénomènes non pris en compte . . . . .	75
3.8	Conclusions . . . . .	76

<b>IV</b>	<b>Optimisation des trajectoires avec contraintes.</b>	<b>77</b>
<b>1</b>	<b>Introduction.</b>	<b>79</b>
1.1	Critère. . . . .	79
1.2	Décomposition paramétrique des trajectoires . . . . .	81
1.2.1	Introduction . . . . .	81
1.2.2	Quelles variables? . . . . .	81
1.2.3	Récapitulatif . . . . .	81
1.2.4	Quelle décomposition? . . . . .	82
1.3	Séries de Fourier. . . . .	82
1.3.1	Réduction du nombre de paramètres. . . . .	83
1.3.2	Conclusion. . . . .	86
<b>2</b>	<b>Algorithmes d'optimisation paramétrique.</b>	<b>89</b>
2.1	Présentation générale. . . . .	89
2.2	Revue bibliographique succincte. . . . .	89
2.3	Eléments de comparaison des différentes méthodes. . . . .	91
2.3.1	Critères. . . . .	91
2.3.2	Comparaisons. . . . .	91
2.3.3	Récapitulatif. . . . .	91
2.3.4	Synthèse . . . . .	92
2.3.5	Choix d'une méthode. . . . .	93
<b>3</b>	<b>Algorithmes utilisés.</b>	<b>95</b>
3.1	Simplex de Nelder & Mead. . . . .	95
3.1.1	Extensions - Améliorations. . . . .	97
3.2	Algorithmes génétiques. . . . .	99
3.2.1	Introduction. . . . .	99
3.2.2	Principe des algorithmes génétiques binaires. . . . .	99
3.2.3	Extensions - Améliorations. . . . .	100
3.2.4	Application des algorithmes génétiques. . . . .	101
3.2.5	Conclusion. . . . .	101
3.3	Algorithmes génétiques codés réels. . . . .	101
3.3.1	Principe. . . . .	101
3.3.2	Conclusion. . . . .	102
3.4	Mise en œuvre des algorithmes génétiques. . . . .	102
3.4.1	Algorithme génétique mis en œuvre. . . . .	103
3.5	Méthode du "Recuit simulé" . . . . .	106
3.5.1	Introduction . . . . .	106
3.5.2	Principe. . . . .	106
3.5.3	Extensions - Améliorations. . . . .	106
3.5.4	Mise en œuvre du "recuit simulé". . . . .	107
<b>4</b>	<b>Prise en compte des contraintes.</b>	<b>109</b>
4.1	Forme de la contrainte. . . . .	109
4.2	Prise en compte des contraintes . . . . .	110
4.3	Modèle de contrainte classique. . . . .	110
4.4	Modèle de contrainte élastique. . . . .	111
4.4.1	Prise en compte de la contrainte dans la méthode du Simplex. . . . .	112
4.5	Application sur les algorithmes génétiques . . . . .	113

<b>V</b>	<b>Résultats sur les démarches à énergie minimale.</b>	<b>115</b>
<b>1</b>	<b>Résultats de l'optimisation énergétique.</b>	<b>117</b>
1.1	Résultats sans contrainte. . . . .	117
1.2	Résultats avec la contrainte "mathématique". . . . .	118
1.3	Résultats avec la contrainte "physique". . . . .	120
1.4	Convergence des algorithmes. . . . .	121
<b>2</b>	<b>Trajectoires du pied mobile.</b>	<b>123</b>
<b>3</b>	<b>Aspects temporels des trajectoires articulaires.</b>	<b>129</b>
	<b>Conclusion générale</b>	<b>132</b>
<b>A</b>	<b>Modèle dynamique selon le formalisme de Lagrange</b>	<b>137</b>
A.1	Modèle dynamique complet. . . . .	137
A.1.1	Matrice $A$ . . . . .	137
A.1.2	Matrice $B$ . . . . .	138
A.1.3	Matrice $C$ . . . . .	139
A.1.4	Vecteur $\underline{Q}$ . . . . .	139
A.2	Définition des coefficients intervenant dans le modèle. . . . .	140
A.2.1	Masses. . . . .	140
A.2.2	Longueurs. . . . .	140
A.2.3	Moment d'inertie. . . . .	140
<b>B</b>	<b>Résultats temporels sur les trajectoires.</b>	<b>141</b>
B.1	Résultats pour $T = 1$ s sans contrainte. . . . .	142
B.2	Résultats pour $T = 2$ s sans contrainte. . . . .	145
B.3	Résultats pour $T = 1,5$ s (contrainte "mathématique"). . . . .	148
B.4	Résultats pour $T = 1,5$ s avec ressorts (contrainte "mathématique"). . . . .	151
B.5	Résultats pour $T = 1$ s (contrainte de sol élastique). . . . .	157
B.6	Résultats pour $T = 1$ s avec ressorts (contrainte de sol élastique). . . . .	160
B.7	Résultats pour $T = 1$ s avec $m_3 = 13$ kg (contrainte de sol élastique). . . . .	163
	<b>Bibliographie</b>	<b>167</b>

# Introduction générale



## Introduction

L'intérêt de la communauté scientifique et des industriels pour la robotique mobile ne cesse de croître depuis quelques années. Les applications de ce type de robots sont nombreuses. Il s'agit essentiellement de tâches de robotique de service (manœuvre, distributions de colis, ...), de surveillance ou d'acquisition d'informations sur l'environnement des tâches de production réalisées dans un environnement hostile ou dangereux pour l'homme.

Dans cette optique, les robots mobiles à pattes présentent de formidables perspectives. La principale raison est l'accroissement de la mobilité générale d'un robot mobile par l'utilisation de pattes. En effet, un robot à roues ou à chenilles ne peut accéder qu'à des zones spécialement aménagées (routes, couloirs, plate-formes) ou à des zones de faible déclinaison (champs, vergers, etc.)

Les pattes sont donc le meilleur moyen de locomotion dans les milieux escarpés, les zones encombrées d'obstacles au sol ou les espaces urbains conçus pour l'homme (problèmes des escaliers, pas de porte, trottoirs, etc.). Sur les sols "rugueux", l'utilisation des pattes permet a priori un déplacement plus souple que les roues et un meilleur rendement [Hem79].

Si on se limite à un environnement de type humain (villes, immeubles), l'utilisation de pattes reste encore le meilleur moyen de se déplacer, les difficultés qu'éprouvent les handicapés en sont, malheureusement, la meilleure preuve.

Dans cet environnement en particulier, les robots bipèdes présentent l'avantage de l'anthropomorphisme. Ce point est par ailleurs la source de l'autre domaine d'intérêt des robots à pattes : la biomécanique.

Mais avant de voir apparaître des applications industrielles de ces robots, il reste deux points fondamentaux à résoudre : l'autonomie de décision et de reconnaissance de l'environnement et l'autonomie énergétique des robots.

Ce mémoire aborde l'étude de l'autonomie énergétique des robots.

Le point de départ de notre étude est le robot bipède conçu et réalisé dans notre laboratoire. Ce robot est un robot plan possédant cinq axes de rotation parallèles. Il mesure soixante-quinze centimètres, pour une masse totale d'environ quinze kilogrammes. Celui-ci est décrit dans le chapitre I.

Afin d'étudier la constitution et les démarches d'un robot autonome, nous nous inspirons des systèmes marcheurs autonomes existants, dans le but de déterminer quelques directions de recherche. Ces systèmes sont les animaux en général et l'homme en particulier [Rei94] [Ale90]. Cette étude est présentée dans le chapitre II.

Le chapitre III est consacré à l'étude de deux points particuliers de la constitution d'un robot marcheur : la chaîne de transmission de la puissance et les matériaux utilisés pour la construction de la structure mécanique. L'étude succincte du flux de puissance entre les batteries et la structure montre que la récupération de l'énergie cinétique de la structure sous forme électrique présente un mauvais rendement. De là, nous présentons les caractéristiques temporelles et énergétiques d'un actionneur flexible composé d'un moteur à courant continu et d'un ressort.

Nous comparons les masses nécessaires à la réalisation d'un robot rigide en utilisant différents matériaux (métaux, plastiques et composites), sur un modèle très simple de robot marcheur. Les liens sont supposés cylindriques et la comparaison se fait à déformation égale.

Le chapitre précédent ayant conclu à l'importance des trajectoires dans le rendement énergétique et la constitution du robot, nous consacrons le chapitre IV à l'étude de la détermination des démarches de pas minimales en énergie pour notre robot bipède. Ces démarches sont déterminées au sens de la trajectoire optimale dans l'espace d'état sans considérations de commande.

Nous choisissons une méthode "spectrale" par rapport à des méthodes plus classiques telles que le principe du maximum de Pontryagin. Le principe de la méthode proposée est la décomposition en séries de Fourier des trajectoires articulaires puis l'optimisation des coefficients des séries par une méthode d'optimisation paramétrique. Cette méthode

ne demandant pas de dérivation du modèle dynamique, nous pouvons utiliser le modèle dynamique présentant des discontinuités déterminé par [Cha93]. Après avoir défini un critère énergétique, nous déterminons, a priori, le nombre d'harmoniques nécessaires à une bonne précision.

Suite à la présentation des algorithmes classiques d'optimisation paramétrique, nous choisissons de tester et de comparer trois algorithmes : la méthode du Simplex de Nelder & Mead [Nel65], la méthode du "recuit simulé" [Pre92], et les algorithmes génétiques [Gol89].

Les trajectoires minimales en énergie ainsi déterminées ne respectent pas la contrainte imposée par le sol. Pour éviter ce phénomène nous proposons deux méthodes complémentaires de prise en compte de cette contrainte. Une méthode de type augmentation du critère par une fonction de pénalité liée au dépassement de la contrainte et une deuxième méthode basée sur l'utilisation d'un modèle de sol élastique.

Enfin, nous présentons quelques résultats de simulation dans le chapitre V avec et sans contrainte avant de conclure sur les perspectives d'utilisation de cette approche dans la conception de robots marcheurs.

Première partie

Modélisation d'un robot bipède.



# Chapitre 1

## Introduction

Le robot bipède est un robot plan à 5 degrés de liberté motorisé par des actionneurs électriques à courant continu. Le lecteur intéressé par des précisions sur la conception du robot ou de sa commande pourra se reporter à la thèse de N. Chaillet [Cha93].

La figure 1.1 présente l'ensemble des dispositifs de commande du robot.

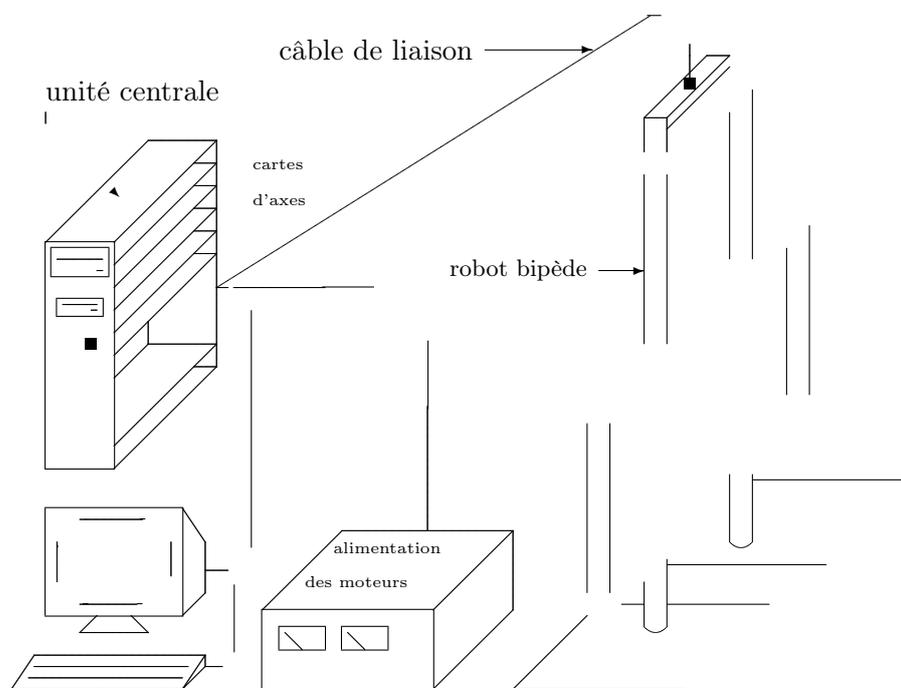


FIG. 1.1 – Environnement matériel du robot.



# Chapitre 2

## Matériel

### 2.1 Partie mécanique.

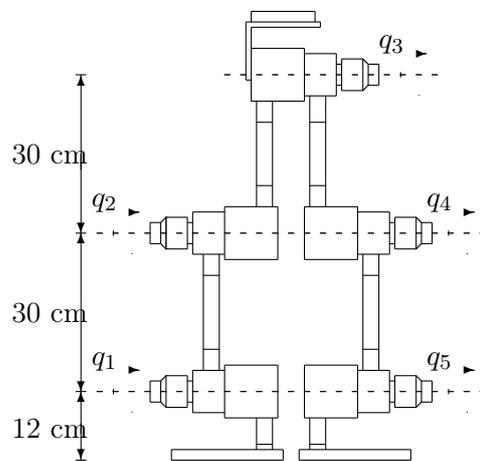


FIG. 2.1 – Représentation générale du robot bipède, vue de face.

La partie mécanique est réalisée en aluminium. Elle possède cinq axes de rotation parallèles. Ces axes sont nommés par analogie anthropomorphique : chevilles, genoux et hanches. L'ensemble de la structure a une hauteur de 80 cm pour une masse de 15,3 kg. La figure 2.1 montre la structure mécanique du robot.

**Stabilité latérale.** Ce robot, en raison de sa structure mécanique plane, ne peut se déplacer qu'en ligne droite. La stabilité latérale est assurée par la présence de deux ergots sur chaque pied qui assurent que le centre d'inertie dynamique du robot au cours d'un pas est toujours au-dessus du pied porteur.

### 2.2 Actionneurs et capteurs.

**Actionneurs.** Les actionneurs mis en œuvre sont des motoréducteurs à courant continu. La puissance nominale de chaque moteur est de 27 W, les réducteurs ont un rapport de réduction de 265. Les limites de l'ensemble sont liées au réducteur. Ainsi le couple maximum à la sortie du motoréducteur est de 10,6 Nm, la vitesse maximale est de 11,3 tr/min.

**Capteurs.** Le robot est pourvu de cinq capteurs de position, de type codeurs incrémentaux, qui fournissent la position relative entre deux axes consécutifs. D'autre part, il est

possible de mesurer la valeur instantanée du courant dans chaque moteur. Il est ainsi possible de connaître le couple articulaire.

### 2.3 Calculateur et cartes d'axes.

**Calculateur.** Le calculateur associé est un micro ordinateur de type compatible PC équipé d'un microprocesseur de type 80386 et d'un coprocesseur mathématique 80387. La fréquence d'horloge est de 10 Mhz. Ce calculateur est le seul organe de calcul en temps réel disponible sur la commande du robot.

**Cartes d'axes.** A l'intérieur de ce calculateur sont placées 5 cartes d'axes. Chaque carte d'axe possède deux fonctions principales :

- l'acquisition des signaux des capteurs de position et le comptage de la position absolue,
- l'interfaçage entre le calculateur et les moteurs en fournissant une consigne à un asservissement de courant analogique. Cette fonction permet donc une commande en couple des articulations du robot.

# Chapitre 3

## Modèles du robot

### 3.1 Le modèle géométrique.

La structure du robot est schématiquement représentée figure 3.1.

**Vue en perspective**

**Définition des variables articulaires.**

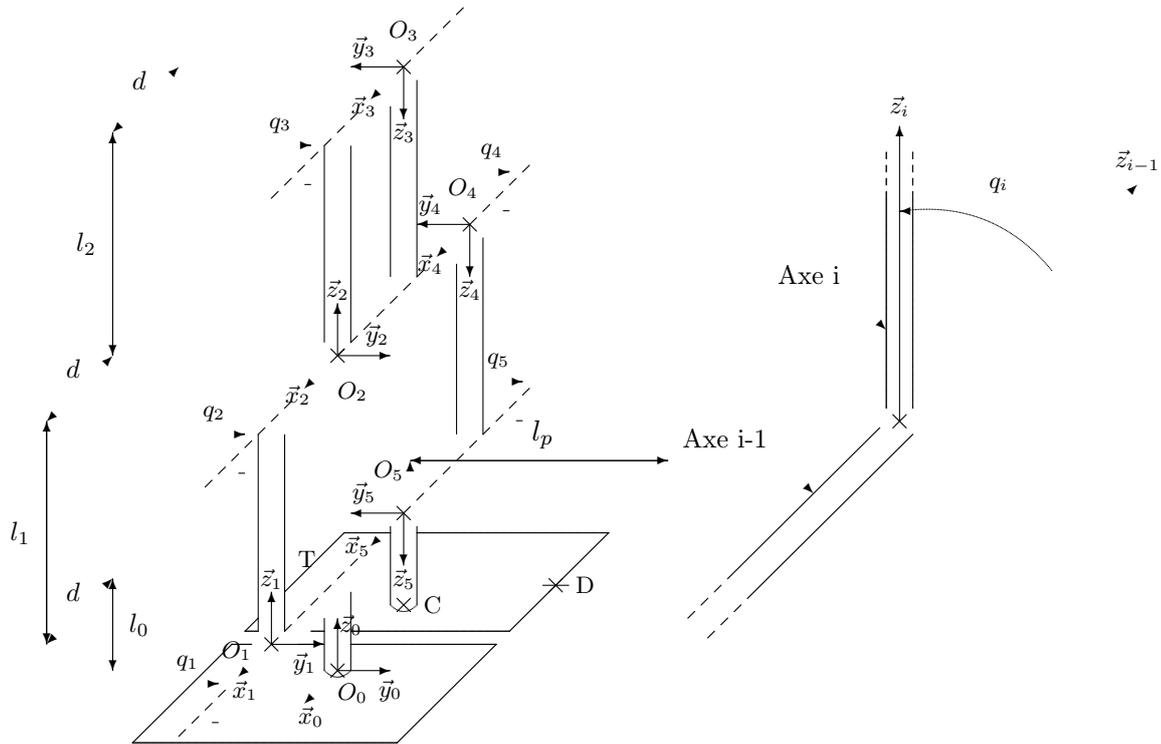


FIG. 3.1 – Représentation du modèle géométrique.

Le modèle géométrique fournit la position du centre du pied mobile par rapport au repère du pied fixe.

$$\vec{O_0C}(\mathcal{R}_0) = \begin{pmatrix} -d \\ -l_1 \cdot S_1 - l_2 \cdot S_{12} - l_2 \cdot S_{123} - l_1 \cdot S_{1234} - l_0 \cdot S_{12345} \\ l_0 + l_1 \cdot C_1 + l_2 \cdot C_{12} + l_2 \cdot C_{123} + l_1 \cdot C_{1234} + l_0 \cdot C_{12345} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

La position cartésienne dans le repère  $\mathcal{R}_0$  des bouts du pied est calculée par : position du talon repérée par le point T (voir figure 3.1) :

$$\vec{O}_0T(\mathcal{R}_0) = \begin{pmatrix} -d \\ -l_1.S_1 - l_2.S_{12} - l_2.S_{123} - l_1.S_{1234} - l_0.S_{12345} - (l_p/2).C_{12345} \\ l_0 + l_1.C_1 + l_2.C_{12} + l_2.C_{123} + l_1.C_{1234} + l_0.C_{12345} - (l_p/2).C_{12345} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Position des doigts de pieds repérée par le point D (voir figure 3.1) :

$$\vec{O}_0D(\mathcal{R}_0) = \begin{pmatrix} -d \\ -l_1.S_1 - l_2.S_{12} - l_2.S_{123} - l_1.S_{1234} - l_0.S_{12345} + (l_p/2).C_{12345} \\ l_0 + l_1.C_1 + l_2.C_{12} + l_2.C_{123} + l_1.C_{1234} + l_0.C_{12345} + (l_p/2).S_{12345} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

### 3.2 Le modèle dynamique.

Le modèle dynamique de la structure du robot a été obtenu par l'utilisation des équations de Lagrange [Dom88] [Coi86] :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i + \Gamma_i, i = 1 \text{ à } 5. \quad (3.4)$$

- $L$  est le Lagrangien.  $L = T$  = énergie cinétique totale de la structure mécanique,
- $Q_i$  est le couple de pesanteur s'exerçant sur le corps  $i$ ,
- $\Gamma_i$  est le couple des forces extérieures s'exerçant sur l'axe  $i$ ,

L'application des équations (3.4) conduit dans notre cas à un modèle dynamique de la forme :

$$\Gamma_R(q) = A(q)\ddot{q} + B(q)\dot{q}^2 + C(q)\dot{q}_i\dot{q}_j - Q(q) + \Gamma_{ext}, \quad (3.5)$$

avec

- $\Gamma_R(5 \times 1)$  : Vecteur des couples des motoréducteurs,
- $A(5 \times 5)$  : Matrice d'inertie,
- $B(5 \times 5)$  : Matrice des termes centrifuges,
- $C(5 \times 10)$  : Matrice des termes de Coriolis,
- $Q(5 \times 1)$  : Vecteur des couples de gravité,
- $\Gamma_{ext}(5 \times 1)$  : Vecteur des couples résultants du contact entre le pied mobile et le sol.

La prise en compte des inerties des moteurs et des frottements sur les axes moteurs conduisent à un modèle complet de la forme :

$$\Gamma_M = N^{-1} [(A + N^2J)\ddot{q} + B\dot{q}^2 + C\dot{q}_i\dot{q}_j - Q + \Gamma_{ext}] + \Gamma_F. \quad (3.6)$$

où

- $\Gamma_M$  : Vecteur des couple moteurs (avant le réducteur),
- $N$  : Le rapport de réduction des moteurs,
- $J$  : L'inertie d'un moteur et des parties rapides du réducteur,
- $\Gamma_F$  : Vecteur des couples de frottement sur l'arbre moteur.

Le lecteur trouvera en annexe A les valeurs littérales des coefficients des matrices. La mise en œuvre de ce modèle montre que les couples dûs aux forces de Coriolis et ceux dûs aux forces centrifuges ne sont pas négligeables dans la majorité des configurations que peut prendre le robot [Cha93].

Ce modèle, parfait pour l'interprétation physique des phénomènes, n'est pas le plus adapté en matière de commande. Le formalisme de Newton-Euler demande un volume de

calculs en ligne environ deux fois inférieur. C'est pourquoi c'est ce dernier formalisme qui a été retenu pour l'implantation sur le calculateur.

Le modèle de connaissances ainsi déterminé ne reproduit pas, dans notre cas, les valeurs mesurées. N. Chaillet met en évidence dans [Cha93] les insuffisances du modèle précédent et propose une amélioration appelée "modèle dynamique double".

### 3.3 Le modèle dynamique double.

Le modèle dynamique double [Cha93][Cha93b], consiste à prendre en compte les pertes de puissance dans les réducteurs ainsi que le sens de transmission de la puissance. Le flux de la puissance entre un moteur et la structure est schématisé figure 3.2

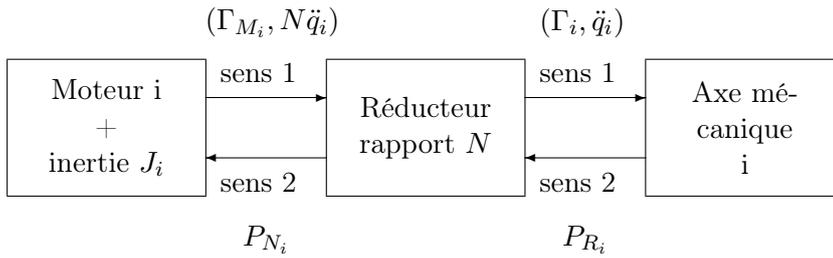


FIG. 3.2 – Sens de transmission de la puissance.

La prise en compte des pertes dans le réducteur conduit aux équations suivantes :

$$P_{\text{sortie}} = \frac{P_{\text{entrée}}}{1 + \alpha} \iff \begin{cases} P_{R_i} = \frac{P_{N_i}}{1 + \alpha_1} & \text{sens 1} \\ P_{R_i} = (1 + \alpha_2) \cdot P_{N_i} & \text{sens 2} \end{cases} \quad (3.7)$$

où  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont des coefficients de pertes sans dimension.

L'application des équations 3.7 conduit à deux modèles dynamiques différents suivant le sens de transmission de la puissance.

$$\begin{cases} \Gamma_{M_i} = \frac{1 + \alpha_1}{N} \Gamma_i + J_i \cdot N \cdot \ddot{q}_i, & \text{sens 1} \\ \Gamma_{M_i} = \frac{1}{N \cdot (1 + \alpha_2)} \Gamma_i + J_i \cdot N \cdot \ddot{q}_i, & \text{sens 2} \end{cases} \quad (3.8)$$

Ce nouveau modèle introduit une non linéarité supplémentaire dans le modèle dynamique de la structure et demande en outre le calcul en ligne du sens de transmission de la puissance. En contre partie, il est jusqu'à 40 fois plus précis pour une commande en créneaux de position.

### 3.4 Les modèles des frottements

Les couples de frottement sur les axes moteurs ont été identifiés par la mesure indirecte du couple nécessaire à la rotation de l'axe à une vitesse donnée, et ce pour une plage de vitesses de  $\pm 4000$  tr/min. (voir figure 3.3).

Les courbes ainsi identifiées ont été modélisées par deux polynômes du troisième degré pour chaque axe.

L'important couplage entre les axes du robot ainsi que les termes non linéaires tels que les couples de gravité ont conduit au choix d'une commande dynamique par découplage non linéaire complète [Cha93][Dom88].

Les correcteurs PID du système ont été réglés en choisissant la rapidité et le dépassement de consigne toléré tout en garantissant la stabilité du système bouclé. Ce dernier point a été réalisé par la modélisation des frottement secs comme étant une non linéarité dont

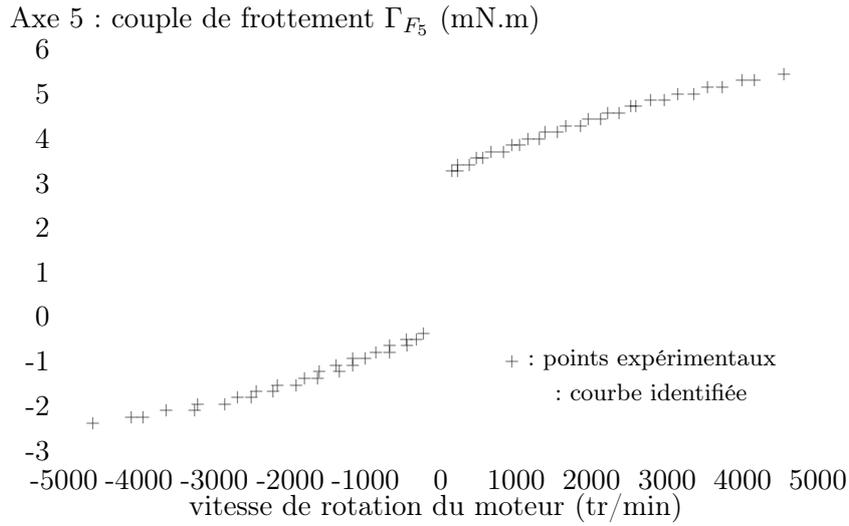


FIG. 3.3 – Frottements relevés sur l'axe 5.

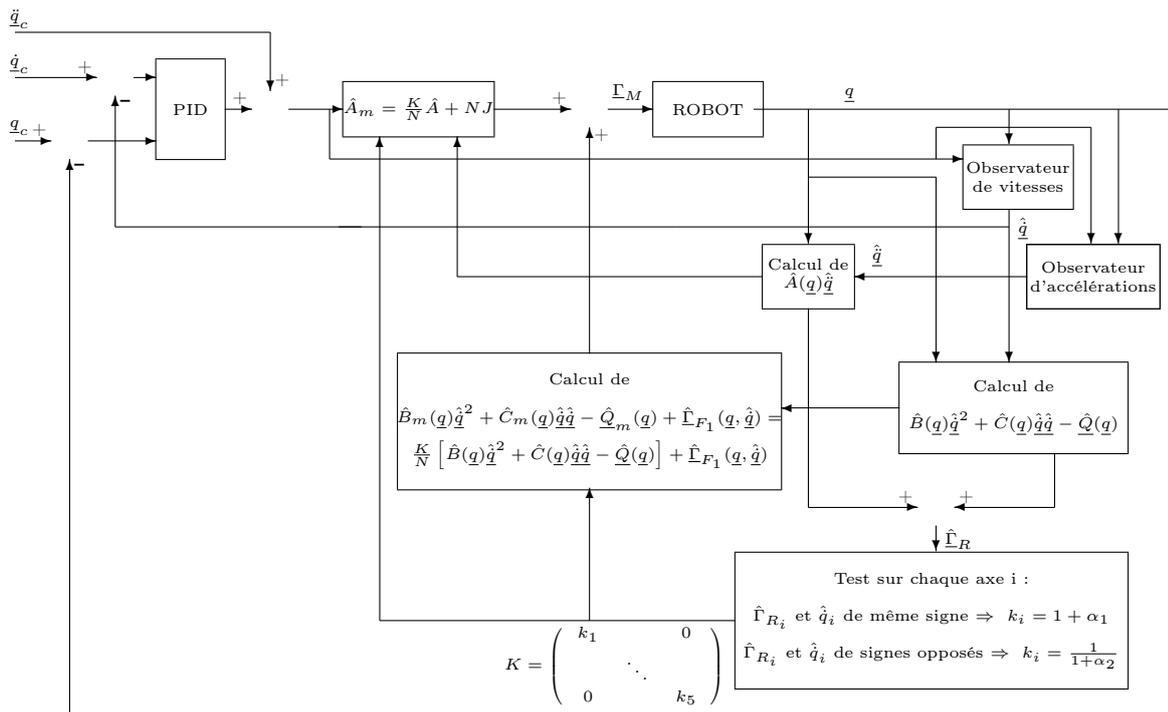


FIG. 3.4 – Schéma synoptique général de la commande.

l'effet sur la stabilité est traité par une méthode dite du premier harmonique et du lieu critique de nyquist [Gil88] [Cha93]. Cette méthode garantit la stabilité du système malgré les importantes non linéarités et réalise un asservissement rapide. La commande est effectuée à une période de 7 ms.



## Chapitre 4

# Conclusions

Nous disposons au laboratoire d'un système expérimental en matière de robots bipèdes simple complet. Le logiciel de commande est ouvert et permet une intégration aisée de nouveaux correcteurs. Le modèle dynamique du robot est précis et permet d'obtenir des résultats de simulation proches de la réalité. L'implémentation de nouveaux générateurs de trajectoires est également possible, ce qui permet d'envisager des essais des trajectoires optimisées en énergie que nous développons par ailleurs.



Deuxième partie  
Inspirations biologiques.



# Chapitre 1

## Introduction

Cette partie est consacrée à la recherche des caractéristiques des systèmes biologiques. Il ne s'agit pas de "recopier" l'homme ou l'animal mais plus modestement de déterminer des idées directrices en matière de conception de robots marcheurs.

Nous adopterons l'idée de R.McN. Alexander résumée dans l'introduction de [Ale84] qui énonce :

*"Les jambes et les démarches des animaux sont le produit de deux optimiseurs très puissants, les processus d'évolution par la sélection naturelle et l'apprentissage par l'expérience."*

Dans un premier temps nous essayerons de déterminer les critères vis-à-vis desquels les animaux peuvent être considérés comme des systèmes optimisés. Nous aborderons une approche morphologique des systèmes vivants puis nous rassemblerons des informations sur leurs démarches.



## Chapitre 2

# Optimalité des démarches animales.

La première question que l'on doit se poser avant toute inspiration de la nature est :

*La démarche et/ou la constitution d'un animal sont-elles optimisées ?*

La réponse à cette question est bien évidemment oui, mais vis-à-vis de quels critères ? Plusieurs théories s'affrontent à ce sujet.

J. Reichholf dans [Rei94] applique différentes théories au cas du guépard et de la gazelle. Il montre que dans ce cas particulier, la théorie de Charles Darwin sur la survivance du plus apte ou la théorie de la coévolution appliquées sur de longues périodes ne donnent pas les résultats que l'on observe aujourd'hui, notamment en matière de vitesse des deux animaux.

Sa thèse est que l'évolution naturelle des espèces n'est pas tant liée à une survivance du plus fort ou du plus rapide mais au meilleur rendement possible de l'énergie absorbée ou stockée en locomotion. Ainsi l'on se déplacerait comme l'on se nourrit !

Une deuxième idée présente dans son ouvrage est l'optimalité énergétique de la marche. C'est bien la marche qui est optimale et non la course car la sélection se ferait plus vis-à-vis de l'environnement que des prédateurs. La sélection due à l'environnement est fondée sur de longs déplacements en quête de nourriture plutôt que sur des fuites devant un phénomène environnemental et momentané. Par exemple, la sécheresse provoque de longues migrations en quête de nouveaux pâturages. Les individus les moins aptes à parcourir ces longues distances ne survivront pas.



## Chapitre 3

# Constituants des systèmes biologiques.

### 3.1 Structure : le squelette.

Les os sont constitués de divers sels minéraux dont les plus importants sont le phosphate de calcium, le carbonate de calcium et le phosphate de magnésium. Ces sels minéraux donnent sa dureté à l'os. Celui-ci est aussi constitué de divers matériaux organiques assurant une certaine élasticité. Aussi sa solidité est un compromis entre les divers constituants. Trop de sels minéraux le rendent dur mais cassant, trop de composés organiques le rendent trop flexible. L'os est une structure anisotrope qui se réarrange en fonction des efforts exercés [Kah94].

La forme générale d'un os long, typiquement ceux qui servent de lien entre deux articulations, est donnée figure 3.1 <sup>1</sup>. Il est constitué d'un corps, la diaphyse, et de deux extrémités, les épiphyses. La diaphyse est une structure tubulaire remplie de moelle, les épiphyses sont constituées d'os spongieux moins durs et recouvertes de cartilages qui assureront le contact avec l'os suivant. La forme de la structure tubulaire est variable pour un même os, par exemple le fémur est de section triangulaire au centre pour devenir progressivement carrée vers les extrémités, comme pour diminuer les concentrations de contraintes et donc de réduire la masse nécessaire [Kah94].



FIG. 3.1 – Vue extérieure et en coupe d'un os long, le fémur.

---

<sup>1</sup>Figure tirée de [Kah94]

## 3.2 Actionneurs : les muscles et les tendons.

Un muscle est constitué de :

- un ou plusieurs chefs qui sont la jonction entre le muscle et l'os qui "soutient" le muscle,
- un corps constitué de fibres musculaires qui produisent l'effort en se contractant,
- un tendon, qui relie le corps du muscle à l'os mû par le muscle.

Les muscles exerçant des forces importantes sont constitués de fibres courtes liées à un long tendon central. A l'inverse les muscles exerçant des forces faibles sont constitués de fibres longues pouvant atteindre 15 cm qui se rejoignent à l'extrémité au niveau du tendon.

Les muscles peuvent être uni-articulaires ou pluri-articulaires, c'est à dire qu'un muscle peut engendrer le mouvement d'une ou plusieurs articulations. Cela implique qu'un mouvement est souvent réalisé par l'action simultanée de plusieurs muscles. Ainsi, une cuisse humaine comporte onze muscles différents pour motoriser les mouvements du fémur et de l'ensemble tibia-péroné.

Les muscles sont souvent déportés très en amont de l'articulation par manque de place, le tendon est alors long et parfois enroulé, ce qui crée une poulie de réflexion. Les doigts de la main et leurs muscles situés dans l'avant bras en sont un exemple [Kah94].

Les muscles ne sont pas réversibles, c'est-à-dire qu'ils ne peuvent pas récupérer de l'énergie, et n'exercent de force que dans une direction. Ainsi pour avoir un mouvement dans les deux sens d'une articulation, il faut au moins deux muscles dits antagonistes.

Du point de vue énergétique, chaque muscle contient de l'énergie susceptible d'être mise en œuvre très rapidement dans le cas d'efforts violents, pour les efforts prolongés, le sang apporte les éléments nutritifs nécessaires [Rei94].

Un muscle n'est pas élastique, par contre les tendons le sont. Ils se comportent, notamment dans le cas de la course comme un ressort de retour qui emmagasine de l'énergie potentielle, laquelle est restituée au moment de la phase retour (non motrice) de la jambe et ce avec un rendement énergétique de 93%. Mais cette faculté n'est pratiquement pas utilisée dans le cas de la marche [Ale90].

## Chapitre 4

# Constitution d'une jambe humaine.

### 4.1 L'articulation du genou.

C'est la plus grosse articulation du corps humain. Elle relie le fémur à l'ensemble tibia-péronné. Les os qu'elle relie présentent des surfaces incongruentes qui roulent l'une sur l'autre puis glissent l'une par rapport à l'autre dans le cas de grands mouvements. Le contact des surfaces est assuré par des ligaments et les ménisques qui sont situés entre les deux surfaces de contact et qui assurent un contact intime ainsi que le glissement de celles-ci. Cette articulation présente une rotation principale dans le plan sagittal, les deux autres rotations ayant un débattement nettement inférieur. Cette diminution de débattement est due à notre démarche bipède, les rotations étant limitées par constitution, les muscles n'ont plus à fournir d'efforts pour maintenir ces degrés de liberté. La rotule, l'os mobile du genou est un démultiplicateur d'efforts, elle transmet le mouvement du quadriceps au tibia [She93].

### 4.2 Le pied.

Un pied humain est constitué de vingt-six os maintenus ensemble par une multitude de ligaments et de muscles (voir figure 4.1) <sup>1</sup>. Les ligaments plantaires sont infatigables et maintiennent la courbure du pied. Dans le cas de la course, ces ligaments ainsi que les parties molles donnent au pied une élasticité qui améliore le contact pied-sol au moment de l'impact par la diminution de la force transmise aux articulations suivantes et un effet anti-rebond [Ale90]. Les muscles plantaires n'interviennent que dans le cas de fortes charges [Kah94].

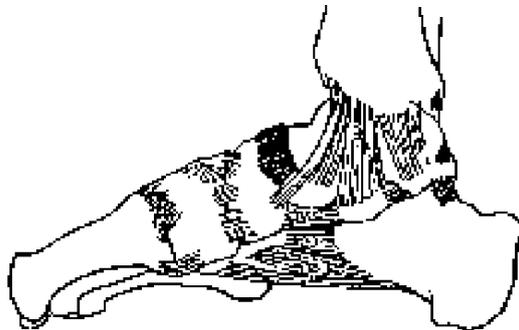


FIG. 4.1 – Vue extérieure d'un pied humain, os et ligaments.

Mais l'on est en droit de se poser la question de l'optimalité de la constitution d'un pied humain qui n'est jamais qu'une adaptation "récente" à la marche bipède d'un pied préhen-

---

<sup>1</sup>Figure tirée de [Kah94]

seur, comme pour le singe, plutôt destiné à l'escalade des arbres. Les pieds des quadrupèdes et en particulier ceux du cheval sont nettement différents puisqu'ils marchent sur l'extrémité de leurs orteils, un seul pour le cheval, limitant ainsi les pertes par frottement [Rei94]. Dans ce cas, l'élasticité nécessaire est fournie par les tendons, la cheville et les ligaments associés.

Dans le cas de l'homme, les doigts de pieds sont importants dans le déplacement. Ils sont avec le métatarse le point d'appui au sol pendant une partie des phases de double support et ils permettent un contrôle faible mais non négligeable de la position du corps dans l'espace [Kah94].

## Chapitre 5

# Conséquences sur la constitution d'un robot marcheur.

Les informations sur les systèmes vivants vues précédemment nous donnent des solutions potentielles pour la construction de robots à pattes. En particulier, il est envisageable de choisir un squelette tubulaire et présentant un bon compromis entre la rigidité et la souplesse.

Les pieds du robot devraient être élastiques, soit par l'utilisation de matériaux souples, soit en créant une liaison élastique transposée de la liaison tarse-métatarse afin de diminuer les efforts dus à l'impact pied-sol.

Enfin il est envisageable de créer une sorte de doigts de pied qui permettent le contrôle en position de l'ensemble de la structure ainsi qu'une augmentation de la longueur fonctionnelle de la jambe porteuse diminuant ainsi les mouvements de la jambe mobile pour l'évitement du sol lors des phases de retour.

Bien sûr, il n'est pas possible de transposer toutes les solutions existantes sur des systèmes biologiques en robotique. En particulier lorsqu'un élément aussi important que l'actionneur est fondé sur un principe électromagnétique, il n'est alors pas immédiat de transposer à la robotique des solutions biologiques.



# Chapitre 6

## Démarches.

La recopie des démarches animales ou humaines ne se justifie que dans le cadre des applications en prothèses. Dans les autres cas, les différences de structure entre un robot marcheur et un animal ou un homme rendent ces trajectoires non optimales [Sur90]. Néanmoins, notre robot étant appelé à se mouvoir dans un environnement humain il est probable que les deux démarches (robot et homme) soient similaires.

Il ne s'agit donc que de comprendre les principes qui régissent les démarches humaines et animales pour en extraire quelques idées pour les démarches de robots marcheurs.

### 6.1 Mécanique de la marche.

V.T. Inman et al. dans [Inm81] déterminent le nombre de liaisons minimales en partant d'une démarche de type pendule inversé et en ajoutant des articulations au fur et à mesure afin de reproduire mécaniquement la démarche humaine. Un résumé rapide des fonctions de chaque articulation est donné par le tableau 6.1.

<b>mouvement</b>	<b>conséquences</b>
rotation de la jambe porteuse / sol	déplacement en arcs de cercle du centre de gravité
rotation du fémur / sacrum dans le plan transversal	déplacement sinusoïdal du sacrum dans le plan transversal
rotation du fémur / sacrum dans le plan coronal	déplacements en arcs de cercle du centre de gravité plus réalistes (moins prononcés)
rotation du genou	pendant la phase de vol : passage aisé de la jambe mobile, le bassin ne doit plus s'élever pour permettre le passage de la jambe, au début de la phase de double support : absorber une partie du choc
rotation talon sol et métatarse /sol	lissage de la trajectoire cartésienne du genou qui se répercute sur le bassin
rotation métatarse /sol	augmentation de la longueur fonctionnelle de la jambe pour faciliter le passage de la jambe mobile

TAB. 6.1 – Utilité des articulations dans la démarche humaine.

Dans [Ale90] l'auteur met l'accent sur l'utilité d'un talon souple pour l'évitement des rebonds et la diminution des couples dûs aux chocs. La figure 6.1<sup>1</sup> met en évidence les deux rôles du pied dans la démarche humaine.

---

<sup>1</sup>Figure tirée de [Inm81]

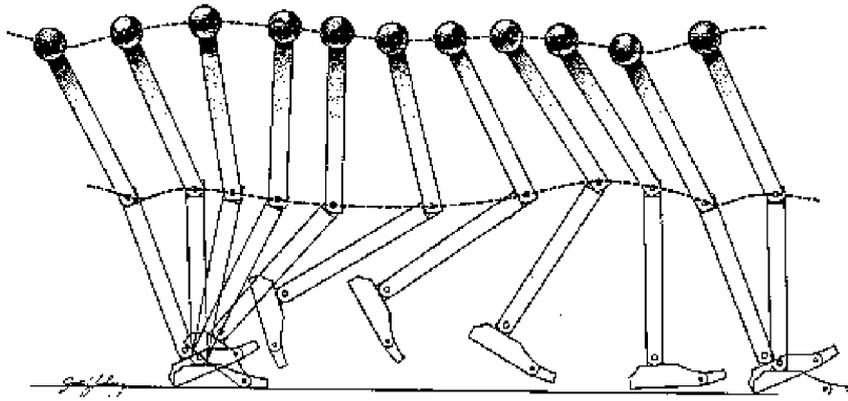


FIG. 6.1 – Rôle du pied dans la démarche humaine.

Du point de vue énergétique, V.T. Inman et al. présentent les courbes de la puissance fournie et absorbée par les 3 articulations de la jambe et montrent plusieurs points intéressants (voir figure 6.2) <sup>2</sup>.

1. Le maximum de puissance est fourni pendant la phase de double support.
2. Le genou est un absorbeur d'énergie. R.McN. Alexander [Ale90] et V.T. Inman et al. laissent supposer que ce phénomène pourrait être lié au transfert d'énergie cinétique d'un membre sur l'autre par l'action des muscles pluri-articulaires puisque les muscles sont irréversibles.
3. La puissance fournie par une jambe ne correspond pas à celle nécessaire au déplacement de cette jambe. Par contre, la puissance délivrée par les deux jambes correspond assez bien à celle nécessaire au déplacement des deux jambes. Il y a donc transfert de puissance d'une jambe sur l'autre, sans doute par le transfert d'énergie vers le tronc [Inm81].

### 6.1.1 Influence du tronc.

Chez l'homme, la masse du tronc n'intervient que très peu dans la consommation d'énergie. L'accroissement de consommation d'énergie lié à une augmentation de la masse du tronc de 5 kg, bien répartis, n'est pas mesurable [Inm81].

De même, le mouvement des bras, s'il est utile dans le cas de la course pour la stabilisation latérale du corps, n'intervient pratiquement pas dans la consommation d'énergie [Inm81].

### 6.1.2 La course.

L'étude de la course, et en particulier l'étude des passages marche vers course, a donné lieu à plusieurs hypothèses [Gim94], [Ale84].

La marche étant essentiellement un transfert contrôlé d'énergie potentielle en énergie cinétique, le rôle des muscles est de maintenir une certaine géométrie, variable au cours du pas, de l'ensemble des articulations.

Dans le cas de la course, les muscles travaillent en ressorts à raideur variable afin de diminuer la quantité d'énergie fournie par eux. Le passage d'une démarche à l'autre serait dû à la mise en œuvre de ces ressorts commandés. La variation de raideur est obtenue en contractant une quantité variable de fibres d'un muscle donné.

Le tableau 6.2 nous donne, dans le cas du cheval, les différentes parties du corps qui jouent le rôle de ressorts en fonction de l'allure.

<sup>2</sup>Figure tirée de [Inm81]

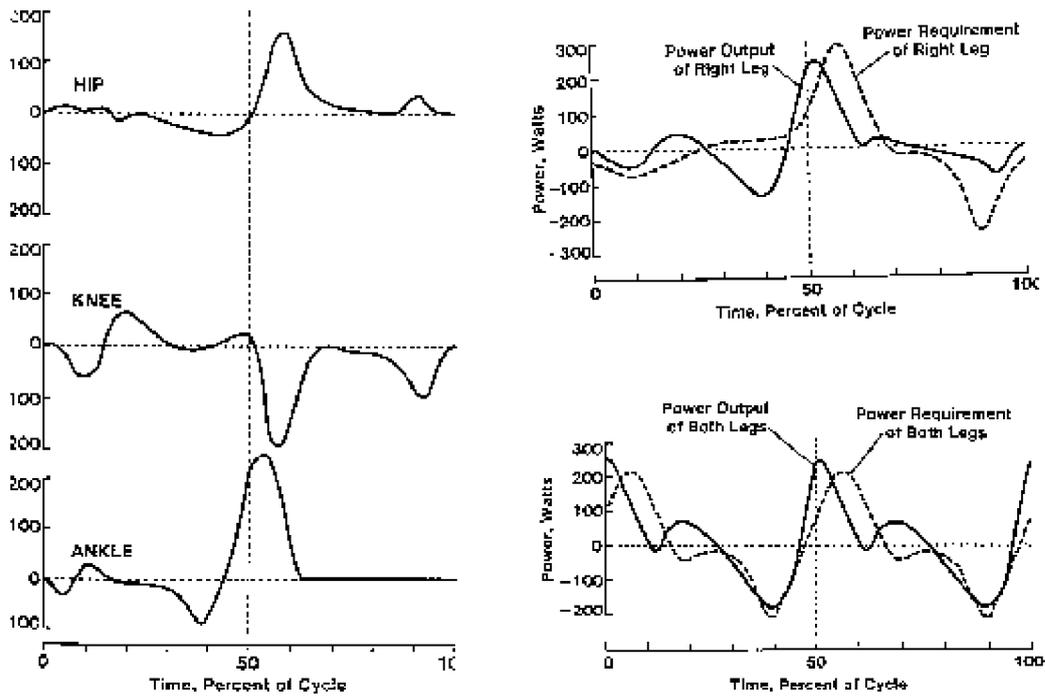


FIG. 6.2 – Puissances fournies et nécessaires pendant un pas.

la marche	pas ou peu de ressorts
le trot	ressorts = muscles et tendons
galop	ressorts = dos

TAB. 6.2 – Allures du cheval et ressorts utilisés.

La conclusion que l'on peut tirer de ce qui précède est qu'une démarche n'est pas en soi optimale. Elle n'est optimale que vis-à-vis d'une structure dans un environnement, et pour une vitesse moyenne.

Aussi nous en déduisons que la détermination de trajectoires doit être faite avec le minimum possible d'hypothèses.



## Chapitre 7

# Conclusions sur les systèmes biologiques.

Du point de vue de la constitution, il nous semble important d'introduire des éléments flexibles dans le robot. Les systèmes biologiques utilisent peu leurs éléments flexibles pour la marche. En fait, les allures des systèmes biologiques n'utilisent les ressorts que dans les plages de grandes vitesses, vitesses que les muscles seuls ne permettraient pas d'atteindre.

Les points de contact avec le sol jouent aussi un rôle important, le pied est en effet l'un des points essentiels de conversion d'énergie cinétique en énergie potentielle. Une géométrie adaptée aux caractéristiques propres du robot est à étudier.

La transposition aux robots des muscles pluri-articulaires semble difficile. Néanmoins l'on peut imaginer une transmission du mouvement d'un lien sur l'autre à l'aide de butées articulaires.

Les animaux et les hommes montrent une capacité à utiliser au mieux leur constitution, éléments flexibles, dos, tronc, à chaque allure. Rappelons que les démarches sont le fruit d'un apprentissage continu puisque l'animal et l'homme évoluent au cours de leur vie. D'autre part la constitution de l'animal et de l'homme évolue elle aussi en fonction des démarches utilisées, par exemple le volume des muscles augmente.

Le dernier point important est l'indissociabilité de la constitution et de la démarche. Le concepteur de robot doit dès lors prendre en compte les démarches lors la conception.



Troisième partie

Etude d'une chaîne de transmission  
électromécanique.



# Chapitre 1

## Introduction

L'une des différences fondamentales entre un robot et un système biologique est la possibilité pour le premier de récupérer l'énergie s'il est pourvu d'une chaîne de conversion entièrement réversible. Dans cette partie, nous allons étudier le transfert de l'énergie de la source (batteries) vers la structure mécanique.

### 1.1 Présentation des éléments intervenant dans la chaîne de conversion de l'énergie.

La figure 1.1 montre les différents éléments intervenant dans la chaîne de conversion de l'énergie d'un axe d'un robot autonome commandé par des moteurs électriques.

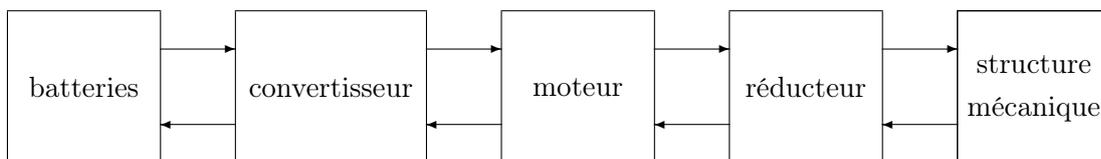


FIG. 1.1 – Éléments de la chaîne de transmission de la puissance.

1. Les batteries convertissent l'énergie chimique en énergie électrique et inversement,
2. les convertisseurs continu - continu commandent le transfert énergétique entre la source d'énergie électrique et les moteurs,
3. les moteurs convertissent la puissance électrique en puissance mécanique,
4. les réducteurs adaptent la charge au moteur,
5. la structure mécanique utilise l'énergie pour accélérer puis la restitue lors des freinages.

### 1.2 Le problème de la récupération d'énergie

Sur un système autonome, l'énergie est trop précieuse pour que l'on puisse se permettre de la perdre dans les chaînes de conversion.

Afin de fixer les idées, prenons l'exemple de la chaîne de transmission représentée figure 1.1 où l'on suppose que chaque élément a un rendement  $\rho = 0,9$  et étudions la puissance effectivement transmise à la structure.

Si la batterie délivre une puissance  $P_{batterie} = 1$  W, la structure reçoit :

$$P_{structure} = \rho^3 P_{batterie} = 0,73 \text{ W}, \quad (1.1)$$

Dans l'autre sens, et en faisant l'hypothèse que tous les éléments sont réversibles et de rendements identiques dans les deux sens de transmission de la puissance, nous obtenons :

$$P_{batterie} = \rho^3 P_{structure} = 0,53 \text{ W} \quad (1.2)$$

Sachant que les trajectoires usuelles d'une chaîne articulée de type robot sont constituées d'une suite d'accélération et de freinages, c'est-à-dire de transmissions d'énergie de la source vers la structure puis de la structure vers la source, nous obtenons un rendement global :

$$\rho_{global} = \rho^6 = 0,53 \quad (1.3)$$

### 1.3 Amélioration du rendement global.

L'amélioration du rendement global passe par l'amélioration des rendements de chaque élément de la chaîne de transmission de la puissance. En effet, en reprenant l'exemple précédent avec  $\rho = 0,95$  nous obtenons :  $\rho_{global} = \rho^6 = 0,73$ . L'amélioration de chaque rendement est donc une voie, elle n'est pas la seule !

#### 1.3.1 Amélioration du rendement de chaque élément.

**Batteries.** Le stockage d'énergie électrique est un problème d'actualité. Les problèmes qui y sont liés dans le cas de la voiture électrique en sont le meilleur exemple. Les progrès dans ce domaine se multiplient chaque année sous l'impulsion des constructeurs automobiles et des enjeux économiques sous-jacents, aussi les valeurs numériques présentées ci-après seront sans doute rapidement améliorées [Kan95].

Le rendement énergétique (à ne pas confondre avec le rendement en électricité), est de l'ordre de 0,45 à 0,80 pour les meilleurs accumulateurs [Jac87]. Ce rendement peut être amélioré par l'utilisation d'une supercapacité, qui n'est autre qu'un gros condensateur qui stocke l'énergie récupérée lors des freinages avec un rendement meilleur ( $\rho_{sc} \simeq 0,9$ ).

**Convertisseurs.** Idéalement les pertes dans les convertisseurs statiques sont nulles. En fait, les pertes sont essentiellement les pertes par effet Joule dans les semiconducteurs (transistors, diodes). Ces pertes se divisent en deux catégories [Dal89] [Ség79] :

- pertes au moment des commutations, que l'on peut réduire par l'utilisation de circuits d'aide à la commutation,
- pertes pendant la conduction, qui sont fonction du courant délivré et de la tension de seuil des composants considérés.

Le grand nombre de structures possibles et la dépendance du rendement vis-à-vis de la puissance délivrée nous empêchent de donner un ordre de grandeur. Néanmoins nous l'évaluerons à 0,9 pour un hacheur quatre quadrants dans la gamme de puissance de 20 à 50 W à une fréquence de hachage de 20 kHz.

**Moteurs à courant continu.** Le rendement des moteurs à courant continu est lui aussi extrêmement variable. Les trois formes de pertes prédominantes sont [All95] :

- les pertes par effet Joule dans les bobinages, que l'on peut réduire par l'utilisation de fils de plus grand diamètre pour les bobinages, mais la diminution de la densité superficielle du courant implique une augmentation de la surface de l'entrefer et donc de la masse du moteur,
- les pertes ferromagnétiques par courant de Foucault, que l'on peut réduire par l'utilisation de tôles feuilletées,
- les pertes mécaniques au niveau des paliers, du collecteur et des frottements fluides.

Les pertes sont antagonistes vis-à-vis de la masse et du volume du moteur réalisé. Si pour les moteurs de forte puissance, les rendements avoisinent 99% à la puissance nominale, le rendement des petits moteurs est imposé par la masse et le volume voulu sous la contrainte de la surchauffe. Il faut noter que le rendement d'un moteur tend vers 0 lorsque la vitesse tend vers 0 puisque la puissance de sortie est nulle.

La documentation constructeur [Esc89] donne un ordre de grandeur du rendement : 0,8 à la puissance nominale.

**Réducteurs.** Le rendement des réducteurs est fonction du principe de réduction utilisé. Les valeurs numériques données sont des valeurs typiques dans la gamme de puissance de 20 à 50 W. Les réducteurs réversibles sont de trois types :

- à denture droite avec un rendement de l'ordre de 0,9 [Hen68] par étage,
- à trains épicycloïdaux avec un rendement de l'ordre de 0,6 [Esc89], mais avec des rapports de réduction nettement plus grands  $N > 100$ ,
- à anneau déformable ("harmonic drive") avec un rendement de l'ordre de 0,65 pour des rapports de réduction  $N > 100$  [Mar96].

Les pertes sont dues aux frottements ainsi qu'à la déformation élastique des dents.

**Autres actionneurs.** Les deux paragraphes précédents montrent l'antagonisme rendement - masse de l'ensemble motoréducteur. C'est pourquoi, certains auteurs s'orientent vers des solutions différentes.

La première voie est constituée par les moteurs piézo-électriques dont les caractéristiques de couples et de vitesses correspondent parfaitement à celles utilisées en robotique. Ces moteurs sont légers, 400 g pour une puissance de 30 W mais avec un rendement de 2% !

Les matériaux à mémoire de forme constituent la deuxième voie. Présentés sous la forme de fils fins (jusqu'à 25 microns) composés de titane et de nickel les matériaux à mémoire de forme ont des caractéristiques très intéressantes [Mon95]. Avec un rapport puissance de sortie sur masse de 4 W/g et un rendement de l'ordre de 5% ([Has85] obtient 10%), ils concurrencent les ensembles motoréducteurs. Gageons que la commande et le rendement de ces matériaux s'amélioreront dans l'avenir.

**Conclusion.** Le rendement global de la chaîne de transmission peut être amélioré par l'amélioration du rendement de chaque constituant mais au détriment de la masse de l'ensemble et ceci grâce à :

- l'adjonction d'une supercapacité,
- un moteur plus volumineux, mais de meilleur rendement,
- un convertisseur surdimensionné,
- des moteurs mieux intégrés au réducteur,
- des moteurs synchrones ou à reluctance variable.

Le rendement global d'une chaîne classique dans le sens direct, batteries vers structure, peut s'évaluer à :

$$\rho_{direct} = \underbrace{0,9}_{\text{supercapacité}} \times \underbrace{0,9}_{\text{convertisseur}} \times \underbrace{0,8}_{\text{moteur}} \times \underbrace{0,6}_{\text{réducteur}} = 0,39 \quad (1.4)$$

et pour un cycle de fonctionnement complet :

$$\rho_{global} = \rho_{direct}^2 = 0,15 \quad (1.5)$$

Un rendement aussi faible demande la recherche d'une autre solution de récupération de l'énergie.

### 1.3.2 Conservation de l'énergie sous forme mécanique au niveau de la structure.

Supposons que l'on puisse récupérer puis restituer de l'énergie sous forme d'énergie potentielle de déformation d'un ressort avec un rendement de 0,9.

Le rendement global devient donc :

$$\rho_{global} = \rho_{direct} \times \rho_{ressort} = 0,35 \quad (1.6)$$

soit un gain de 20%.

### 1.3.3 Conclusion.

Dès lors une étude plus approfondie d'une chaîne de puissance contenant un ressort s'impose. Ceci est fait au paragraphe suivant.

## Chapitre 2

# Actionneur élastique.

### 2.1 Introduction.

Dans l'optique de l'amélioration du rendement moyen de la chaîne de conversion (voir §1.3), nous nous proposons d'étudier un actionneur qui permet le stockage temporaire d'énergie sous forme d'énergie potentielle de déformation d'un ressort [Cab95].

#### 2.1.1 Actionneur étudié.

L'actionneur présenté figure 2.1 est composé d'un motoréducteur à courant continu réversible et d'un ressort de torsion relié à l'arbre de sortie du réducteur et au bâti. Ce ressort, écarté de sa position de repos, exerce un couple de rappel proportionnel à l'écart angulaire sur l'arbre de sortie.

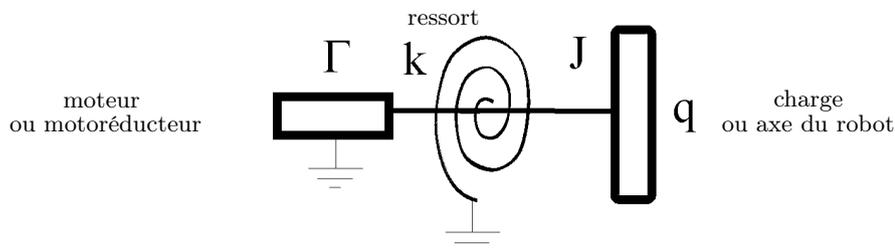


FIG. 2.1 – Représentation du système étudié.

#### 2.1.2 Cycle étudié.

Nous limitons notre étude à un cycle simple, classique en robotique [Abb86]. Ce cycle, représenté figure 2.2, est caractérisé par une position de départ  $q_i$  à vitesse nulle et une position d'arrivée  $q_f$  à vitesse nulle, avec des temps de maintien dans chacune des positions, respectivement  $T_{mi}$  et  $T_{mf}$ .

### 2.2 Etude temporelle.

Le but de cette étude est de comparer le temps minimum pour déplacer la charge d'une position initiale  $q_i$  à une position finale  $q_f$ . Nous ne nous intéresserons donc qu'à des commandes au niveau du moteur de type "Bang-Bang".

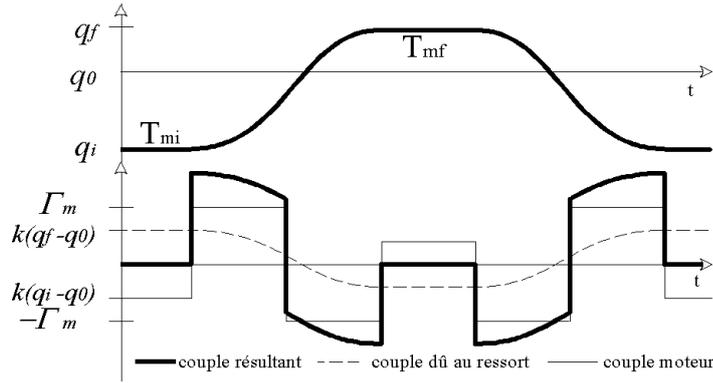


FIG. 2.2 – Cycle étudié.

### 2.2.1 Temps de cycle

L'équation différentielle du mouvement du système représenté figure 2.1 avec l'hypothèse de frottements négligeables est :

$$\Gamma = J\ddot{q} + k(q - q_0), \quad (2.1)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma : \text{couple moteur en sortie du réducteur,} \\ J : \text{inertie de la charge,} \\ k : \text{constante de raideur du ressort,} \\ q_0 : \text{position de repos de l'axe relié au ressort,} \\ q : \text{position de l'arbre moteur.} \end{array} \right.$$

L'hypothèse des frottements négligeables permet le calcul des temps de cycle sous forme littérale. Avec l'hypothèse supplémentaire que seul le couple moteur est limité, nous obtenons par intégration de l'équation différentielle (2.1) avec une commande Bang-Bang (voir figure 2.2) :

– Temps de cycle sans ressort ( $k = 0$ )  $T_{csr}$  :

$$T_{csr} = 4\sqrt{\frac{J(q_f - q_i)}{\Gamma_m}} + T_{mi} + T_{mf}, \quad (2.2)$$

– Temps de cycle avec ressort  $T_{car}$  :

$$T_{car} = 2\sqrt{\frac{J}{k}} \arccos\left(\frac{1}{2} \frac{(\Gamma_{ri} + \Gamma_{rf})^2 - 4\Gamma_m^2}{(\Gamma_{ri} - \Gamma_m)(\Gamma_{rf} + \Gamma_m)} - 1\right) + T_{mi} + T_{mf}, \quad (2.3)$$

où :

$$\begin{cases} \Gamma_m = \text{couple maximum en sortie du réducteur,} \\ \Gamma_{ri} = k(q_i - q_0), \\ \Gamma_{rf} = k(q_f - q_0). \end{cases}$$

Il est important de noter que la présence d'un ressort restreint l'espace atteignable. En effet, l'actionneur ne peut stabiliser la charge dans une position  $q$  à vitesse nulle que si :

$$|q - q_0| \leq \frac{\Gamma_m}{k}. \quad (2.4)$$

Avant de tirer des conclusions de ces résultats, il faut déterminer les valeurs de  $q_0$  et de  $k$  qui minimisent le temps de cycle  $T_{car}$ .

### 2.2.2 Choix de $q_0$ et $k$ optimums

Dans le cas du cycle étudié, la position de repos optimale pour un temps de cycle minimum s'obtient par la résolution de :

$$\frac{\partial T_{car}}{\partial q_0}(q_{0opt}) = 0. \quad (2.5)$$

Dans le cas du cycle étudié la solution de (2.5) est :

$$q_{0opt} = \frac{q_i + q_f}{2}. \quad (2.6)$$

La raideur optimale,  $k_{opt}$ , qui minimise le temps de cycle devrait être en théorie infinie mais est limitée par la contrainte (2.4) d'où :

$$k_{max} = k_{opt} = \frac{\Gamma_m}{\max|q - q_0|}, \quad \forall q \text{ de l'espace atteignable.} \quad (2.7)$$

Si le nombre de positions stables du cycle est supérieur à deux, la relation précédente reste valable. Par contre, la position de repos optimale  $q_{opt}$  n'a pas une expression littérale simple, mais elle s'obtient aisément par la résolution numérique de l'équation (2.5) avec  $k = k_{opt}$  défini par (2.7). [Cab95]

### 2.2.3 Résultats temporels

Afin de comparer les performances en vitesse des systèmes avec et sans ressort, nous avons calculé le rapport des temps  $\alpha = T_{car}/T_{csr}$  pour un espace atteignable donné  $(-q_{max}, q_{max})$ ,  $k = k_{opt}$  et  $q_0 = q_{opt}$  calculés pour un cycle allant de  $q_i = -q_{max} = -\pi/4$  à  $q_f = q_{max} = \pi/4$ , ces valeurs étant inspirées par les trajectoires de pas de notre robot marcheur.

Sur la figure 2.3, chaque trajectoire est représentée par un point de coordonnées (position initiale, position finale). Le gain de temps maximum s'obtient pour les trajectoires allant d'une extrémité à l'autre de l'espace atteignable. Pour une trajectoire allant de  $q_i = -q_{max}$  à  $q_f = +q_{max}$ , nous obtenons un gain de temps de cycle :

$$\alpha = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \simeq 0,74. \quad (2.8)$$

Par contre pour les trajectoires de faible amplitude et de valeur moyenne éloignée de  $q_{0_{opt}}$  le rapport  $\alpha$  tend vers l'infini, ce qui est très défavorable pour l'actionneur élastique. Mais dans ce cas, on constate également que les deux temps de cycle tendent vers zéro.

Pour  $k = k_{opt}$ , environ 68% des trajectoires de l'espace atteignable ont un temps de cycle plus faible que lorsque  $k = 0$ .

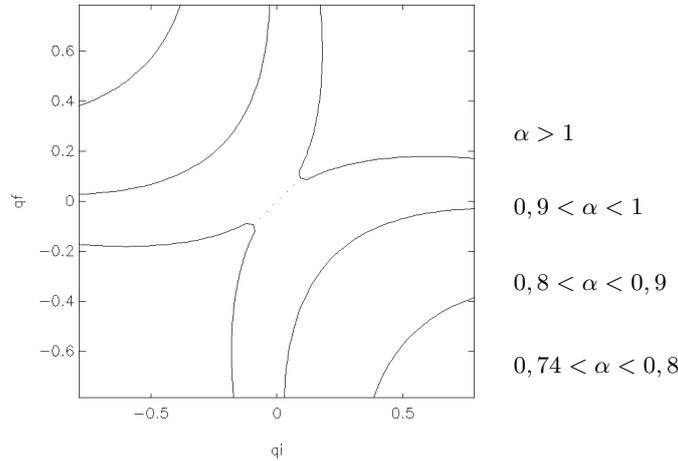


FIG. 2.3 – Rapport des temps  $\alpha = T_{car}/T_{sr}$  en fonction de  $q_i$  et  $q_f$ .

## 2.2.4 Conclusions sur les résultats temporels.

Le gain de temps sur l'ensemble des trajectoires de l'espace atteignable s'explique par la mise en jeu de l'énergie de déformation du ressort lors du mouvement. En fait, le motoréducteur délivre plus de couple dans le cas d'un système avec ressort puisque dans les phases de maintien, le couple moteur doit vaincre le couple de rappel dû au ressort. Par contre, le couple de démarrage et/ou celui de freinage est plus grand dans la majorité des trajectoires possibles.

## 2.3 Etude énergétique.

### 2.3.1 Conditions de l'étude.

Dans cette partie, nous allons étudier les caractéristiques énergétiques de l'actionneur présenté figure 2.1. Les trajectoires du système seront donc calculées pour être optimales vis-à-vis d'un critère énergétique que nous proposons. L'étude sera faite sur un cycle type présenté figure 2.2. Dans un premier temps, nous considérerons que les temps de maintien  $T_{mi}$  et  $T_{mf}$  sont nuls.

La raideur du ressort est toujours soumise à la contrainte (2.7). Les simulations seront faites pour des valeurs de raideurs liées à cette valeur maximale. Dans la suite du développement et sans perte de généralité, nous choisissons la position de repos du ressort  $q_0 = 0$ . Enfin, les applications numériques sont réalisées en utilisant les valeurs expérimentales d'un axe du robot bipède existant au laboratoire [Cha93].

### 2.3.2 Calcul des trajectoires minimales en énergie.

L'équation d'état du système représenté figure 2.1 en tenant compte maintenant des frottements visqueux est :

$$\dot{X} = AX + BU, \quad (2.9)$$

$$\text{avec : } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{J} & \frac{f_v}{J} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} \text{ et } U = \Gamma. \quad (2.10)$$

L'énergie apportée par le moteur électrique sert à déplacer la charge mais aussi à apporter l'énergie nécessaire à la déformation du ressort. Comme les trajectoires recherchées sont cycliques, l'énergie potentielle de déformation du ressort sera la même au début et à la fin du cycle.

Ainsi, le critère énergétique :

$$J_{cycle} = \int_0^{T_{cycle}} V I dt, \quad (2.11)$$

où :

$$\begin{cases} V & : \text{ tension appliquée au moteur,} \\ I & : \text{ courant dans le moteur.} \end{cases}$$

peut s'écrire comme étant la somme des pertes par effet Joule et mécaniques par frottement :

$$J_{cycle} = \int_0^{T_{cycle}} (\beta \Gamma^2(t) + f_v \dot{q}^2(t)) dt, \quad (2.12)$$

où :

$$\begin{cases} T_{cycle} & : \text{ temps d'un cycle complet,} \\ \beta & : \text{ coefficient de pertes par effet Joule,} \\ f_v & : \text{ coefficient de frottement visqueux,} \end{cases}$$

Le cycle étudié peut être décomposé en deux parties qui peuvent être étudiées séparément, les temps de maintien et les temps de transfert de la charge. L'effet des temps de maintien sur le critère sera présenté au paragraphe 2.4. Les transferts de la charge à énergie minimale se réduisent au calcul d'une trajectoire minimale en énergie entre deux états du système.

D'où le critère utilisé :

$$J = \int_0^T (\beta \Gamma^2(t) + f_v \dot{q}^2(t)) dt, \quad (2.13)$$

où :  $T$  est le temps de déplacement de  $q_i$  à  $q_f$  en passant par  $q_f$ .

Le critère quadratique (2.13) peut s'écrire en utilisant une notation matricielle sous la forme :

$$J = \int_0^T (X^T Q X + U^T R U) dt, \quad (2.14)$$

$$\text{avec : } Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & f_v \end{bmatrix} \text{ et } R = \beta.$$

Il s'agit alors de déterminer une trajectoire optimale qui minimise le critère (2.13). Pour cela, nous utilisons une méthode classique qui nécessite le calcul de la fonction de coût modifiée ou Hamiltonien [Sag77].

$$J = \int_0^T \left[ X^T Q X + U^T R U + \psi^T (\dot{X} - AX - BU) \right] dt, \quad (2.15)$$

où  $\psi = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix}$  est appelé multiplicateur de Lagrange.

Le Hamiltonien est défini par :

$$\mathcal{H} = - (X^T Q X + U^T R U) + \psi^T (A X + B U) \quad (2.16)$$

Les équations de Hamilton donnent :

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial X} = -\dot{\psi} = -Q X + A^T \psi \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial U} = 0 = -R U + B^T \psi \quad (2.18)$$

De la relation (2.18), nous déduisons la commande optimale  $U^*$  :

$$U^* = R^{-1} B^T \psi \quad (2.19)$$

En remplaçant  $U^*$  de (2.19) dans (2.9) nous obtenons alors un système de 2 équations différentielles couplées,

$$\begin{cases} \dot{\psi} = Q X - A^T \psi \\ \dot{X} = A X + B R^{-1} B^T \psi \end{cases} \quad (2.20)$$

Si l'état final n'est pas soumis à contrainte nous pouvons appliquer l'équation de Riccati. Mais dans notre cas l'état final est fixé donc la condition de transversalité ne s'applique pas [Sag77]. La résolution des équations différentielles du système (2.20) avec les conditions aux limites  $X(0) = X_i = [q_i \ 0]^T$  et  $X(T) = X_f = [q_f \ 0]^T$  se fait de façon numérique en imposant des conditions initiales quelconques à  $\psi$  et en les modifiant jusqu'à l'obtention de  $X(T) = X_f$ . Une méthode du gradient donne de bons résultats en un faible nombre d'itérations (2 ou 3).

### Résultats.

Les figures 2.4 et 2.5 représentent les résultats obtenus par la méthode précédente pour un trajet de  $X_i = [-\pi/4 \ 0]^T$  à  $X_f = [\pi/4 \ 0]^T$  en 1 seconde. Les pertes engendrées dans ce cas sont de 0,25 Joules

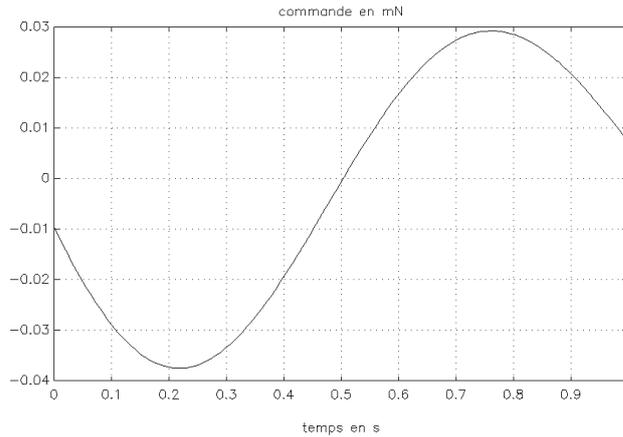
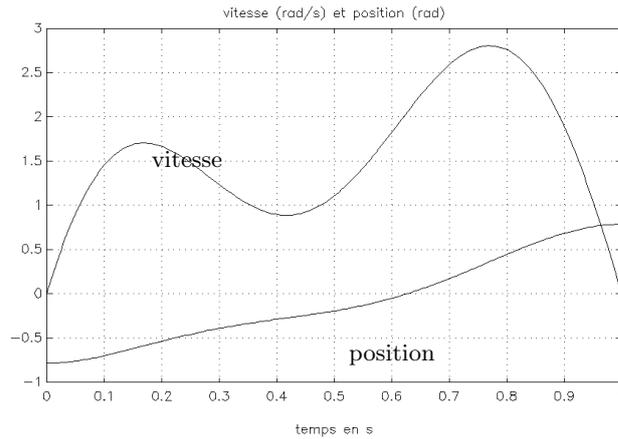
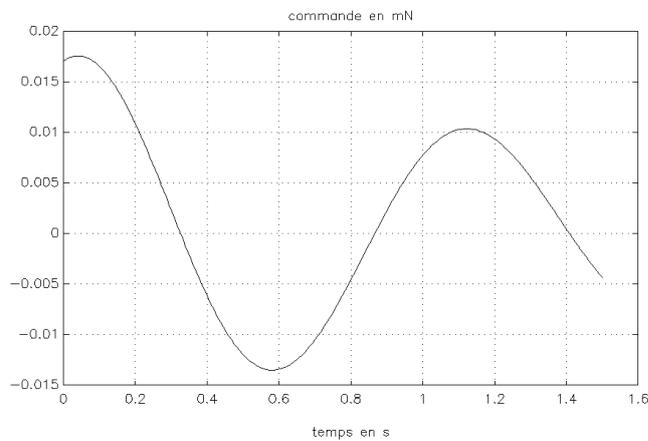
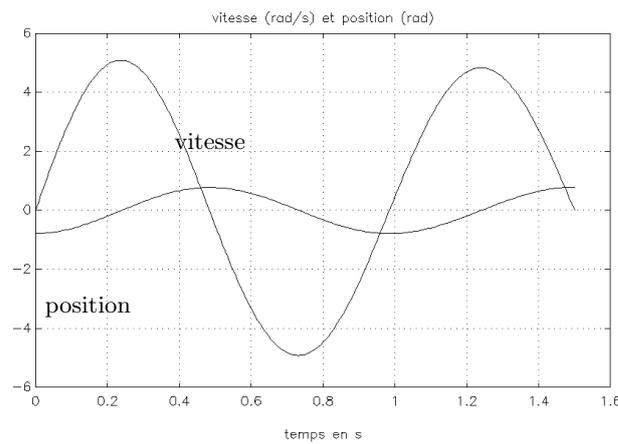


FIG. 2.4 – Commande de l'actionneur avec ressort pour un trajet de  $X_i$  à  $X_f$  en 1 s.

Sur les figures 2.4 et 2.5, nous observons que la position varie de  $q_i$  à  $q_f$  presque linéairement, la vitesse reste positive avec des écarts par rapport à sa valeur moyenne ( $\pi/2 \text{ rad.s}^{-1}$ ) plus faibles que ceux observés sur la figure 2.7 correspondant au même trajet mais pour un temps de trajet de 1,5 secondes. L'augmentation du temps de trajet provoque une commande qui entretient et/ou contraint l'oscillation afin d'atteindre l'état final désiré.

Les figures 2.6 et 2.7 représentent les résultats obtenus avec les mêmes conditions initiale et finale, mais pour un temps de cycle de 1,5 secondes et des pertes engendrées de 1,75 Joules.

FIG. 2.5 – Etat pour un trajet à énergie minimale entre  $X_i$  et  $X_f$  en 1 s.FIG. 2.6 – Commande de l'actionneur avec ressort pour un trajet de  $X_i$  à  $X_f$  en 1,5 s.FIG. 2.7 – Etat pour un trajet à énergie minimale entre  $X_i$  et  $X_f$  en 1,5 s.

## 2.4 Prise en compte des temps de maintien.

Les pertes liées aux temps de maintien sont uniquement dues aux pertes par effet Joule. Leur expression est :

$$J_{\text{maintien}} = T_{mi} \times \beta(k(q_i - q_0))^2 + T_{mf} \times \beta(k(q_f - q_0))^2. \quad (2.21)$$

Il est évident que pour des temps de maintien longs, les pertes ainsi engendrées seront grandes.

### 2.4.1 Résultats énergétiques.

Les figures 2.8 à 2.11 montrent, dans un cas particulier ( $\beta = 3,65.10^3 \text{ WN}^{-2}\text{m}^{-2}$ ,  $f_v = 1,88.10^{-3} \text{ N.m.s/rad}$ ), l'énergie consommée par l'actionneur en fonction du temps de cycle imposé avec pour paramètres la raideur du ressort et la position finale  $q_f$ . La forme générale du critère s'explique par le fait que cet actionneur (moteur et ressort) fonctionne comme un oscillateur.

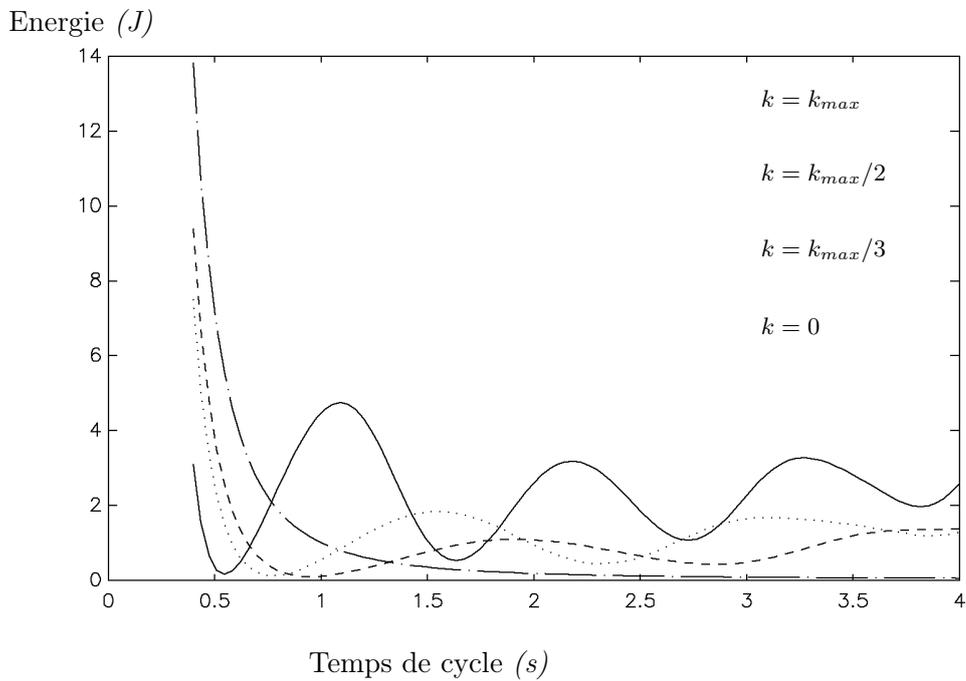


FIG. 2.8 – Energie nécessaire pour un cycle allant de  $q_i = -q_{max}$  à  $q_f = q_{max}$ .

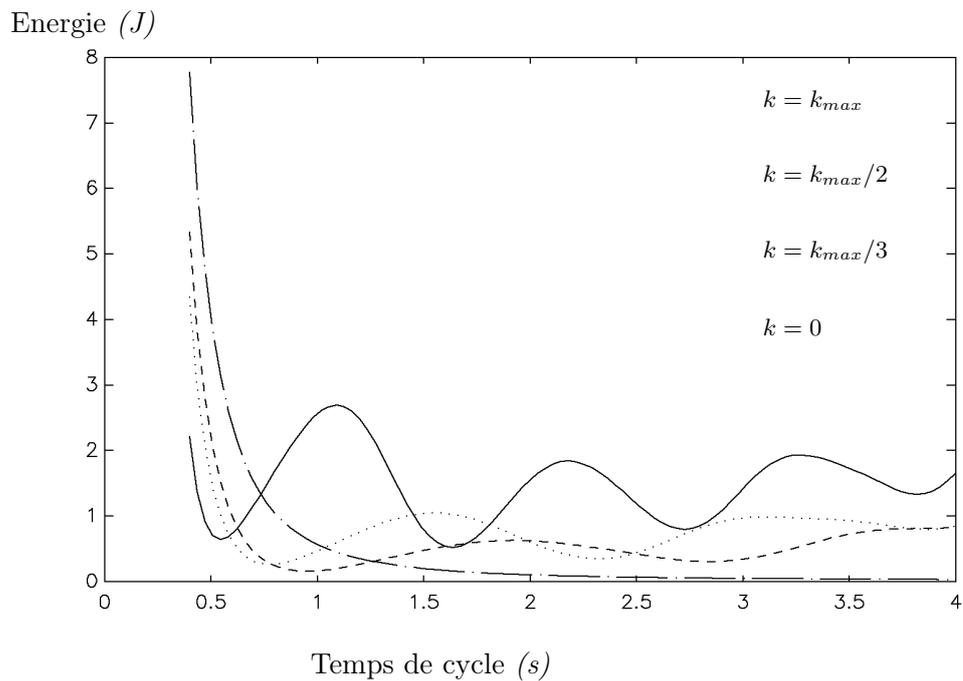


FIG. 2.9 – Energie nécessaire pour un cycle allant de  $q_i = -q_{max}$  à  $q_f = q_{max}/2$ .

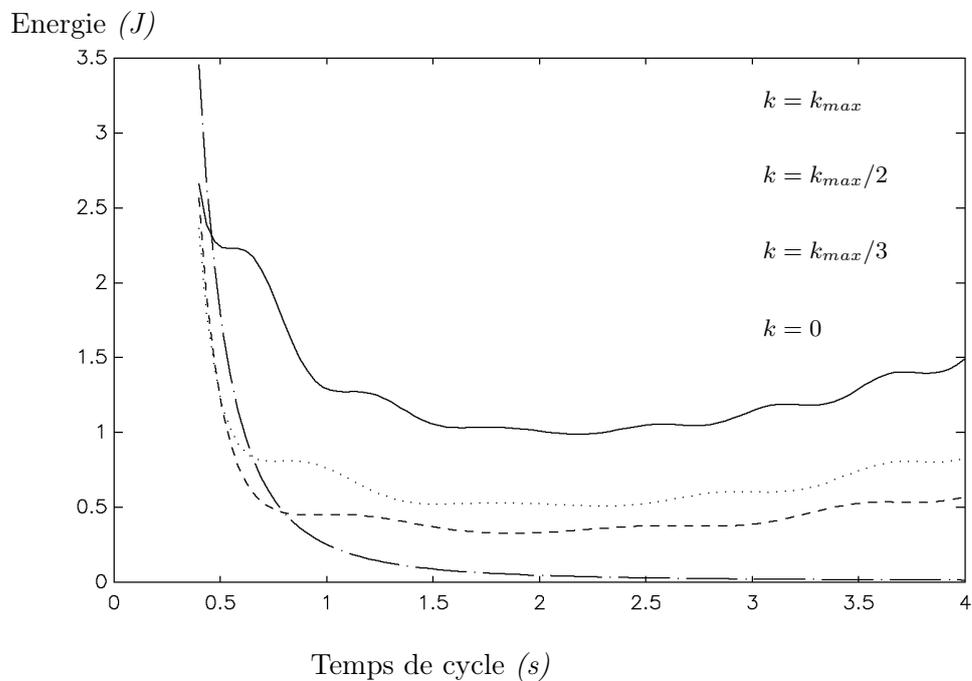


FIG. 2.10 – Energie nécessaire pour un cycle allant de  $q_i = -q_{max}$  à  $q_f = q_0$ .

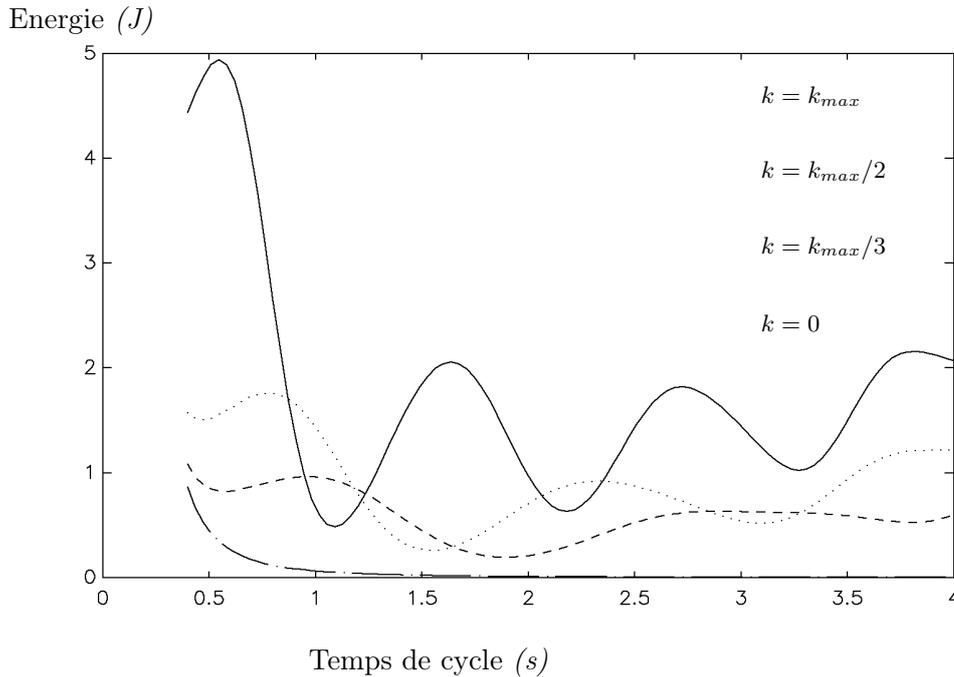


FIG. 2.11 – Énergie nécessaire pour un cycle allant de  $q_i = -q_{max}$  à  $q_f = -q_{max}/2$ .

Sur la figure 2.8, nous pouvons observer que pour les temps de cycle faibles ( $T_{cycle} \leq 1s$ ), le système avec ressort consomme moins d'énergie car le couple à fournir est moindre, le ressort en fournissant une partie. Les variations par rapport à la vitesse moyenne, fixée par le temps de cycle, sont plus faibles, les pertes mécaniques sont donc plus faibles. Nous observons aussi que la variation de la raideur  $k$  déplace le minimum de l'énergie consommée vers un autre temps de cycle. Ceci est dû à la variation de la pseudo-période de l'oscillateur mécanique réalisé. Inversement, cela veut dire qu'il est possible de déterminer une raideur optimale d'un point de vue énergétique pour un déplacement donné et un temps de cycle donné à temps de maintiens nuls.

Si la trajectoire n'est pas centrée sur  $q_0$ , le moteur doit fournir un couple supplémentaire pour compenser le couple de rappel, ce qui augmente les pertes par effet Joule. Ce phénomène est particulièrement visible figure 2.11.

Pour une constante de raideur donnée, le critère passe par plusieurs minima. Ces minima correspondent à des temps de cycle proches d'un multiple de la pseudo-période de la réponse libre du système. La valeur du critère en ces minima croît avec le temps, la commande optimale entretenant l'oscillation et l'énergie perdue par frottement augmentant avec le nombre d'oscillations.

#### 2.4.2 Conclusions sur les résultats énergétiques.

Il existe donc des trajectoires où la présence d'un ressort diminue la consommation d'énergie par la diminution de chacun des termes du critère. La présence du ressort diminue les pertes par effet Joule, puisque le moteur fournit moins de couple pour réaliser la trajectoire en un temps donné. Les pertes par frottements visqueux diminuent du fait de la diminution des écarts de vitesse par rapport à la vitesse moyenne imposée par le temps de cycle. Il faut d'ailleurs noter que la prise en compte de frottements secs conduirait à des résultats encore meilleurs pour les systèmes avec  $k \neq 0$  pour des temps de cycle faibles puisque les pertes par frottements secs sont aussi fonction de la vitesse.

Les trajectoires où la présence d'un ressort réduit les pertes énergétiques ont comme point commun d'être plus ou moins centrées sur la position de repos du ressort et d'avoir un temps d'exécution proche de la pseudo-période de l'oscillateur mécanique ainsi réalisé. Un autre point important est le fait qu'il n'y ait pas de temps de maintien hors de la position de repos du ressort, ces temps de maintien auraient pour effet d'augmenter considérablement les pertes par effet Joule et donc de détériorer les caractéristiques énergétiques de l'ensemble.

## 2.5 Masse et volume du ressort

Les caractéristiques d'un ressort de torsion en acier, à spires serrées, sont données par [Mul91] :

$$M \simeq 6,37 \cdot 10^{-3} |q_{max} - q_0| \cdot \Gamma_m, \quad (2.22)$$

$$D \simeq 15,3 \cdot 10^{-3} \sqrt[3]{\Gamma_m}, \quad (2.23)$$

$$L \simeq 9,9 \cdot 10^{-3} |q_{max} - q_0|, \quad (2.24)$$

$$V_{ext} = L \times D, \quad (2.25)$$

où :

$$\left\{ \begin{array}{ll} M & : \text{masse en } kg, \\ V_{ext} & : \text{volume extérieur du ressort en } m^3, \\ L & : \text{longueur du ressort en } m, \\ D & : \text{diamètre extérieur du ressort en } m, \\ \Gamma_m & : \text{couple maximum en } N.m, \\ q_{max} \text{ et } q_0 & : \text{positions en } rad. \end{array} \right.$$

Les relations (2.22) à (2.23) ne donnent qu'un ordre de grandeur de la masse et de l'encombrement du ressort nécessaire.

Cette masse correspond approximativement à 5% de celle d'un motoréducteur fournissant le couple  $\Gamma_m$ . Le volume représente environ 10% de celui d'un motoréducteur.

## 2.6 Perspectives d'utilisation

L'utilisation d'un tel actionneur sur des robots utilisant un grand nombre de trajectoires différentes n'apporte pas d'avantage. Les ressorts ne le rendraient pas beaucoup plus rapide mais augmenteraient considérablement les pertes par effet Joule. Dans le cas des robots manipulateurs, la présence de ressorts est habituellement destinée à la compensation de la gravité [Coi86].

Dans le cas de bras manipulateurs utilisant un faible nombre de trajectoires variant peu dans le temps (en cas de changement de tâches on peut imaginer un réglage manuel de la raideur et de la position de repos), il peut y avoir un gain de temps de cycle et d'énergie consommée à condition que les temps de maintien soient faibles ou que la position maintenue soit  $q_0$ . Dans ces cas, un tel système pourrait offrir une alternative, plus facile à commander que les bras flexibles.

Les robots à pattes offrent un cadre idéal d'utilisation de l'actionneur flexible (moteur+ressort), les trajectoires étant peu nombreuses et les temps de maintien nuls. La marche, en particulier la marche bipède, est essentiellement un transfert contrôlé d'énergie cinétique en énergie potentielle et vice-versa [Inm81]. La présence d'un ressort permet le transfert de l'énergie cinétique en énergie mécanique de déformation du ressort, ce qui évite son transfert vers l'alimentation électrique et les pertes énergétiques ainsi engendrées [Cha93].

D'autre part, un robot à pattes est une chaîne cinématique fermée pendant une partie de sa trajectoire de marche [Sur90]. Dans ces conditions, il existe une autre possibilité intéressante d'utilisation de l'actionneur flexible (moteur + ressort), la déformation du ressort est alors obtenue non pas par le couple moteur mais par le couple dû au contact du robot avec le sol au cours de son déplacement [Ale90]. Le moteur n'est alors qu'un élément de réglage et d'ajustement du couple exercé.

## 2.7 Conclusions

L'ajout d'un ressort de torsion à un moteur à courant continu permet, dans le cas de trajectoires cycliques répétitives et pour des temps de maintien faibles, un gain de temps de cycle et d'énergie consommée appréciable, en particulier pour des trajectoires symétriques par rapport à la position de repos du ressort.

Ses caractéristiques énergétiques, notamment ses pertes par effet Joule pour maintenir une position stable et son dépassement de la position finale en commande optimale en énergie, lui confèrent peu d'applications dans le cadre des robots manipulateurs.

Par contre, dans le cadre des robots à pattes, l'ajout de ressorts de torsion peut permettre une réduction significative de l'énergie consommée et/ou de la masse de chaque patte. Une partie de l'énergie du déplacement étant alternativement sous forme d'énergie cinétique puis sous forme d'énergie de déformation des ressorts, les moteurs ne fournissent que l'énergie nécessaire à la compensation des pertes, aux phases de démarrage, et au contrôle en position ou en effort.

## Chapitre 3

# Choix des matériaux de construction.

### 3.1 Introduction.

L'allègement des structures est un domaine très actif en robotique, en particulier dans le domaine de la robotique industrielle. En effet, la vitesse de déplacement est un facteur prépondérant dans le choix d'un robot, et à couple délivré par les moteurs égal, c'est l'inertie de la structure mécanique qui impose l'accélération maximale et les temps de cycle.

Pour améliorer ces caractéristiques, deux approches cohabitent. La première consiste à alléger la structure tout en conservant suffisamment de rigidité pour pouvoir formuler les hypothèses classiques de la robotique (pas de déformation de la structure) [Coi86]. La deuxième abandonne ces hypothèses, on parle alors de robots souples.

Dans le cas de robots marcheurs, c'est la première approche qui s'impose. La majorité des concepteurs de robots mobiles à pattes optent pour une structure rigide et légère. La rigidité permet un contrôle plus aisé des variables d'état. La légèreté diminue l'énergie cinétique interne, l'énergie cinétique des pattes, permettant parfois de la négliger [Kaj92][Kaj96].

### 3.2 Identification et modélisation des efforts

L'allègement de la structure passe d'abord par une connaissance des efforts appliqués sur celle-ci. Il ne s'agit pas de déterminer une structure optimale mais plus modestement de déterminer les matériaux à utiliser pour la fabrication des liens entre les axes des jambes.

Nous travaillerons, dans ce chapitre, sur un modèle de robot bipède simplifié. Ce robot est constitué de deux jambes et d'un torse, l'une des jambes est supposée fixe, l'autre mobile animée d'un mouvement pendulaire. Nous étudierons donc les efforts sur la jambe fixe liés au mouvement de la jambe mobile et du torse.

#### 3.2.1 Modèle du robot

Le robot étudié est une simplification du robot bipède que nous possédons au laboratoire. La liaison pied sol est supposée être un encastrement rigide, les moteurs des genoux sont actifs et maintiennent les cuisses dans le prolongement des tibias. Si chaque jambe est composée de deux liens, nous supposons que l'articulation du genou est rigide. Les masses des pieds sont supposées négligeables vis-à-vis du reste de la jambe. L'ensemble de ces hypothèses donne le modèle simplifié représenté figure 3.1.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R}_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0), \\ \mathcal{R}_1 = (O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1), \\ \mathcal{R}_2 = (O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2), \\ q_2 = \widehat{(\vec{y}_1, \vec{y}_2)}. \end{array} \right.$$

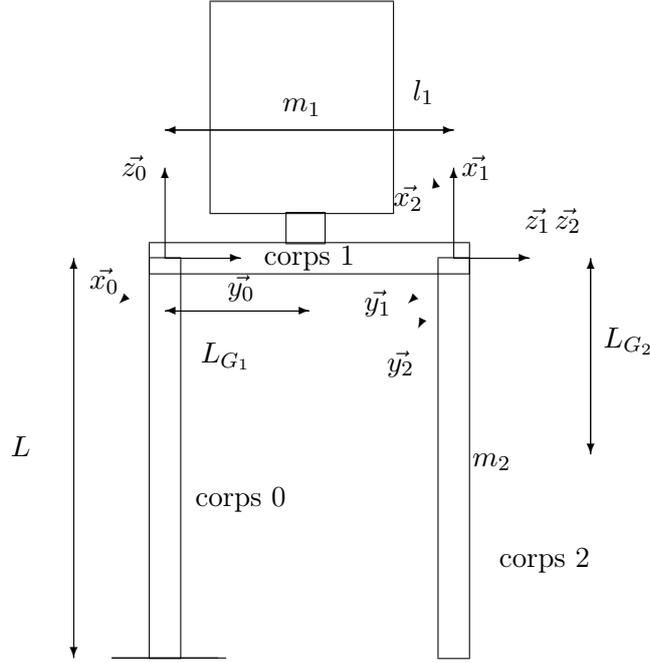


FIG. 3.1 – Modèle du robot simplifié.

### 3.2.2 Efforts sur la jambe fixe.

Afin de déterminer les efforts sur la jambe fixe, nous calculons le torseur d'interaction au niveau de  $\mathcal{R}_0$  (voir figure 3.1). Ce calcul est réalisé à l'aide du logiciel de calcul symbolique Maple V.

Les résultats donnés par le torseur d'interaction sont :

Couple autour  $\vec{x}_0$  :

$$\Gamma_x = m_2 \sin(q_2) l_1 L_{G_2} \ddot{q}_2 + m_2 \cos(q_2) l_1 \dot{q}_2^2 - g m_1 L_{G_1} - g m_2 l_1 \quad (3.1)$$

Couple autour  $\vec{y}_0$  :

$$\Gamma_y = m_2 L_{G_2} \ddot{q}_2 + J_2 \ddot{q}_2 + g m_2 \sin(q_2) L_{G_2} \quad (3.2)$$

Couple autour  $\vec{z}_0$  :

$$\Gamma_z = -m_2 L_{G_2} \cos(q_2) l_1 \ddot{q}_2 + m_2 L_{G_2} \sin(q_2) l_1 \dot{q}_2^2 \quad (3.3)$$

Force suivant  $\vec{x}_0$  :

$$F_x = -m_2 L_{G_2} \cos(q_2) \ddot{q}_2 - m_2 L_{G_2} \sin(q_2) \dot{q}_2^2 \quad (3.4)$$

Force suivant  $\vec{y}_0$  :

$$F_y = 0 \quad (3.5)$$

Force suivant  $\vec{z}_0$  :

$$F_z = m_2 \sin(q_2) L_{G_2} \ddot{q}_2 + m_2 \cos(q_2) \dot{q}_2^2 - g m_1 - g m_2 \quad (3.6)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 : \text{masse du corps 1, tronc et lien entre les deux jambes,} \\ m_2 : \text{masse du corps 2, la jambe mobile,} \\ q_2 : \text{position du corps 2,} \\ L_{G_2} : \text{position du centre de gravité du corps 2,} \\ g : \text{accélération de la pesanteur,} \\ l_1 : \text{distance entre les deux jambes,} \\ J_2 : \text{inertie de la jambe mobile par rapport à l'axe } \vec{z}_2. \end{array} \right.$$

### 3.2.3 Hypothèses.

Ce modèle, quoique très simple, présente un nombre important de paramètres différents (masses, longueurs). Nous allons relier entre eux ces différents paramètres par des relations plausibles afin de diminuer le nombre total de paramètres inconnus à optimiser.

#### Hypothèses géométriques.

Les jambes sont supposées identiques et constituées d'un tube cylindrique de rayon extérieur  $R$  et de rayon intérieur  $\lambda R$ . L'interface entre le cylindre et le moteur est un cylindre plein du même matériau de 10 cm de hauteur. Enfin la masse du moteur est égale à 1 kg, elle représente la masse moyenne des motoréducteurs de la gamme 20 à 100 W. La masse totale de la jambe est la somme des masses du cylindre, de l'interface et du moteur. La longueur de la jambe est fixée à 1 m.

L'écartement entre les deux jambes  $l_1$  est pris égal à 20 cm plus 2 fois le diamètre d'une jambe.

La masse  $m_1$  du torse représente la charge utile à transporter et la masse des batteries, nous l'avons supposée égale à 15 kg. La charge  $m_1$  est supposée centrée.

En résumé les hypothèses sont :

$$m_0 = m_2 = \underbrace{\pi R^2(1 - \lambda^2)Ld}_{\text{cylindre}} + \underbrace{L_i \pi R^2 d}_{\text{interface}} + \underbrace{m_m}_{\text{moteur}} \quad (3.7)$$

$$l_1 = l_{1_0} + 4R \quad (3.8)$$

$$L_{G_1} = l_1/2 \quad (3.9)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} m_0 : \text{masse du corps 0, la jambe fixe,} \\ R : \text{rayon extérieur du cylindre,} \\ \lambda : \text{rapport des rayons du cylindre, } \lambda = \frac{R_{int}}{R_{ext}} \\ L : \text{longueur de la jambe} = 1 \text{ m,} \\ d : \text{densité du matériau,} \\ L_i : \text{longueur du cylindre plein de l'interface} = 0,1 \text{ m,} \\ m_m : \text{masse du moteur} = 1 \text{ kg,} \\ l_{1_0} : \text{distance minimale entre les deux jambes} = 0,2 \text{ m,} \\ m_2 : \text{masse de la jambe mobile.} \end{array} \right.$$

#### Hypothèses sur le mouvement.

Nous supposons un mouvement pendulaire de la jambe mobile à sa fréquence propre.

$$q_2(t) = \frac{\pi}{4} \cos \left( \sqrt{\frac{g}{L_{G_2}}} t \right) \quad (3.10)$$

L'ensemble des hypothèses précédentes nous donne alors un torseur d'interaction uniquement fonction du matériau utilisé et des rayons des cylindres utilisés pour la réalisation des liens.

### 3.3 Rappels sur la résistance des matériaux.

Le but étant de calculer une structure légère mais rigide, nous calculons les déformations de la jambe fixe. Ces déformations devant être faibles, nous supposons que l'on travaille loin des limites de résistance des matériaux.

Toujours en utilisant l'hypothèse que les déformations sont faibles et que le comportement est élastique linéaire, le théorème de superposition s'applique (problème linéaire), c'est-à-dire que la déformation totale est la somme vectorielle des déformations dues aux différents efforts.

#### 3.3.1 Matériaux isotropes.

La théorie de l'élasticité des matériaux permet d'établir les déformations d'un solide plan infinitésimal soumis à des contraintes. Les relations déformations - contraintes pour un corps isotrope sont données sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

où :

- $\epsilon_x$  : dilatation linéaire suivant x,
- $\epsilon_y$  : dilatation linéaire suivant y,
- $\gamma_{xy}$  : rotation de la section,
- $\sigma_x$  : contrainte suivant x,
- $\sigma_y$  : contrainte suivant y,
- $\tau_{xy}$  : contraintes de cisaillement,
- $E$  : module d'Young,
- $G$  : module de glissement,
- $\nu$  : coefficient de Poisson.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.12)$$

#### 3.3.2 Composite unidirectionnel - Loi des mélanges

Les relations précédentes deviennent lorsque le matériau est anisotrope :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{yx}}{E_y} & 0 \\ \frac{-\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

avec :

$$\frac{\nu_{xy}}{E_x} = \frac{\nu_{yx}}{E_y} \quad (3.14)$$

Les coefficients de la matrice de compliance sont établis par un calcul théorique sur un élément simple, une fibre cylindrique entourée d'une matrice cylindrique. Ces valeurs théoriques se transposent facilement à un ensemble de fibres parallèles noyées dans une matrice en prenant en compte le volume de chaque constituant.

Pour un matériau composite unidirectionnel on définit :

Module d'Young longitudinal  $E_L$  :

$$E_x = E_L = E_f V_f + E_m(1 - V_f), \quad (3.15)$$

Coefficient de Poisson longitudinal  $\nu_{LT}$  :

$$\nu_{xy} = \nu_{LT} = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f), \quad (3.16)$$

où :

$V_f$  : fraction volumique des fibres =  $Vol_{fibres}/Vol_{total}$ ,

$E_f$  : Module d'Young des fibres,

$E_m$  : Module d'Young de la matrice,

$\nu_f$  : Coefficient de Poisson des fibres,

$\nu_m$  : Coefficient de Poisson de la matrice.

On définit aussi le coefficient d'élasticité transversal :

$$E_y = E_T = E_m \left( \frac{1}{(1 - V_f) + \frac{E_m}{E_{ft}} V_f} \right), \quad (3.17)$$

le module de glissement :

$$G_{xy} = G_{LT} = G_m \left( \frac{1}{(1 - V_f) + \frac{G_m}{G_{ft}} V_f} \right). \quad (3.18)$$

### 3.3.3 Composite à fibres tissées à 90 degrés.

Les renforts tissés des matériaux composites peuvent être adaptés à la direction des efforts appliqués sur la pièce réalisée. En pratique, les renforts sont tissés avec des directions à  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  ou  $90^\circ$  pour une facilité de tissage.

Pour les renforts tissés à  $0^\circ$  et  $90^\circ$ , [Gay91] donne les formules suivantes pour une détermination rapide des différents modules utiles aux calculs d'élasticité.

$$E_x = kE_L + (1 - k)E_T, \quad (3.19)$$

$$E_y = (1 - k)E_L + kE_T, \quad (3.20)$$

$$G_{xy} = G_{LT}, \quad (3.21)$$

$$\nu_{xy} = \frac{\nu_{LT}}{k + (1 - k)\frac{E_L}{E_T}} \quad (3.22)$$

où  $E_L$ ,  $E_T$ ,  $G_{LT}$  et  $\nu_{LT}$  sont calculés pour un composite unidirectionnel (équations (3.15) à (3.18)) et  $k$  représente le rapport du volume de fibres orientées à  $0^\circ$  sur le volume de fibres orientées à  $90^\circ$ .

Le lecteur intéressé par une détermination des caractéristiques des matériaux composites à fibres tissées suivant une orientation quelconque pourra consulter [Ber92].

### 3.3.4 Torsion

La torsion de la jambe fixe est due au couple  $\Gamma_z$ . L'angle de déformation  $\theta$  pour un cylindre creux en matériau isotrope est donné par l'équation (3.23) [Cou87],

$$\theta = -L \frac{2\Gamma_z}{G\pi(R^4(1 - \lambda^4))} \quad (3.23)$$

Le couple maximum n'est en général pas lié à la rupture du lien mais au flambage par torsion [Gay91]. Ce couple maximum est donné par l'équation 3.24 donnée pour le cas des matériaux orthotropes.

$$\Gamma_z < \frac{\pi^2}{12} \left[ \frac{(R - \lambda R)^9}{R^3 L^2} \right]^{\frac{1}{4}} \times \left[ \frac{E_x^3 \times E_y^5}{(1 - \nu_{xy}\nu_{xy})^5} \right]^{\frac{1}{8}} \quad (3.24)$$

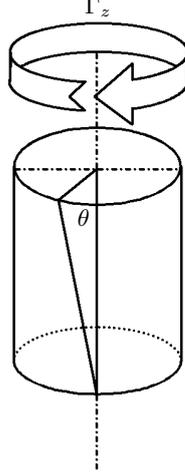


FIG. 3.2 – Déformation par torsion.

### 3.3.5 Flexion

La flèche  $f$  provoquée par une force  $F$  est donnée par l'équation 3.25 [Cou87].

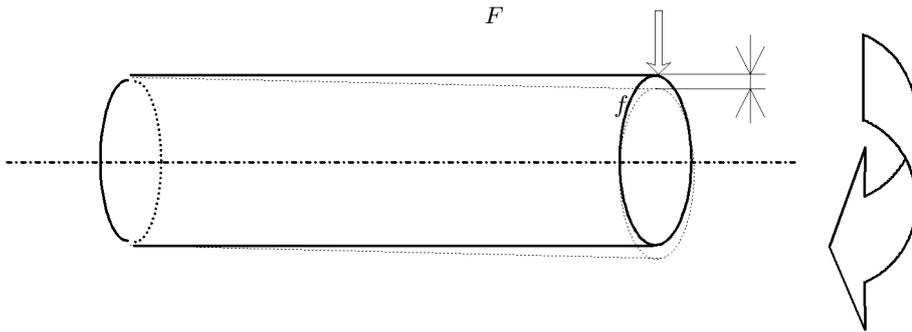


FIG. 3.3 – Déformation par flexion.

$$f = \frac{FL \times L^2}{3EI} \quad (3.25)$$

où  $I$  représente le module d'inertie par rapport à l'axe des efforts du corps considéré.

Dans le cas de la flexion, il faut veiller à ce que l'épaisseur du tube soit suffisamment grande afin d'éviter le flambage dû à l'ovalisation du tube, phénomène appelé "effet Brazier" [Gay91].

Le moment de flexion critique est :

$$FL < \frac{2\sqrt{2}}{9}\pi R(R - \lambda R)^2 \left[ \frac{E_x \times E_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.26)$$

Deux forces et deux couples participent à la flexion de la jambe fixe :  $\Gamma_x, \Gamma_y, F_x$  et  $F_y$ . La flèche totale s'écrit en vertu de l'hypothèse de petites déformations :

$$f_{tot} = \sqrt{\left( \frac{F_x L^3}{3EI} + \frac{\Gamma_y L^2}{3EI} \right)^2 + \left( \frac{F_y L^3}{3EI} + \frac{\Gamma_x L^2}{3EI} \right)^2} \quad (3.27)$$

### 3.3.6 Compression

Dans le cadre des hypothèses formulées, la compression est négligeable car la jambe fixe est liée au sol par un véritable encastrement [Mul91]. D'après [Cou87] la meilleure prise en compte de la compression est de lier ce phénomène à la flexion. Mais dans notre cas, la déformation liée à la flexion est si faible que la déformation supplémentaire liée à la compression est négligeable.

## 3.4 Exemple d'application.

Cet exemple donne la déformation de torsion de la jambe fixe due au mouvement de la jambe mobile, les deux jambes étant identiques. Les caractéristiques du matériau sont celles d'un matériau très utilisé en robotique, l'aluminium ou plus exactement le duralumin.

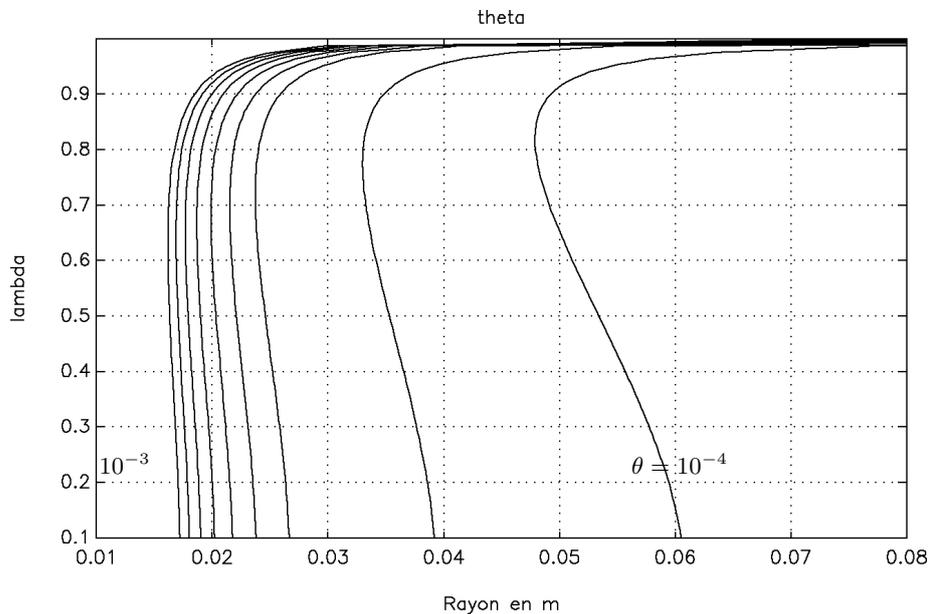


FIG. 3.4 – Courbes iso-déformation paramétrées en  $\theta$ .

La figure 3.4 représente les courbes de déformation constante  $10^{-4}$  à  $10^{-3}$  radians en fonction du rayon  $R$  et du rapport des rayons  $\lambda$ . Une constatation s'impose, ce ne sont pas les cylindres pleins qui présentent la plus faible déformation. Ce phénomène est dû au fait que la masse de la jambe mobile augmente lorsque  $\lambda$  diminue et donc le couple de torsion  $\Gamma_z$  augmente et ceci plus rapidement que le moment d'inertie.

Le deuxième point visible est l'existence d'un rayon minimal pour une déformation donnée.

Enfin, nous pouvons constater que lorsque le rayon tend vers l'infini, pour une déformation donnée,  $\lambda$  tend vers 1 donc l'épaisseur du cylindre tend vers 0 et ne sera limitée que par le flambage par ovalisation dans notre cas ou des considérations technologiques.

## 3.5 Matériaux

Dans un premier temps, le plus intéressant est de comparer les différents matériaux utilisables pour la construction robotique.

### 3.5.1 Métaux

Leur grande résistance mécanique ainsi que leur facilité d'usinage en font les matériaux les plus utilisés en mécanique. Le tableau 3.1 présente les caractéristiques des métaux ayant les plus grands rapports module d'Young sur densité ( $E/\rho$ ).

Matériau	$E$ en Mpa	$G$ en Mpa	$\rho$ en kg/m <sup>3</sup>	$E/\rho$
acier	205 500	79 000	7 800	26,34
duralumin	120 000	40 120	2 900	41,37
aluminium	75 000	29 000	2 800	26,78
titane	105 000	40 300	4 450	23,70

TAB. 3.1 – Caractéristiques des métaux.

### 3.5.2 Matières plastiques

Bien que présentant des caractéristiques mécaniques nettement plus faibles, leur résistance au vieillissement dû en particulier à leur résistance à la corrosion en font des matériaux de plus en plus utilisés.

Matériau	$E$ en Mpa	$\rho$ en kg/m <sup>3</sup>	$E/\rho$
polyamide	1 800	1 150	1,56
PVC	2 500	1 400	1,8
polyester saturé	6 000	1 300	4,6

TAB. 3.2 – Caractéristiques des matières plastiques.

Les matières plastiques sont adaptées pour la création des pieds qui doivent présenter une "grande" surface au sol afin de diminuer l'instabilité mais ils doivent aussi être légers pour limiter les variations d'énergie cinétique interne. Ils doivent en outre être compliants afin de diminuer la force d'impact que subissent les articulations du système [Inm81].

R.McN. Alexander dans [Ale90] donne la raideur optimale du pied d'un robot simplifié en fonction de quelques paramètres. Cette raideur empêche les rebonds du pied et diminue les couples engendrés sur les autres axes par le choc du début de la phase de double support.

### 3.5.3 Composites

Matériau	$E_L$ en Mpa	$E_T$ en Mpa	$G_T$ en Mpa	$\rho$ en kg/m <sup>3</sup>	$E/\rho$
verre E/Epoxy	46 000	10 000	4 600	2 040	22,54
verre R/Epoxy	52 000	13 600	4 700	2 010	25,87
carbone HM/Epoxy	230 000	14 400	4 900	1 650	139,40
carbone HR/Epoxy	159 000	14 300	4 800	1 550	102,58
Kevlar/Epoxy	84 000	5 600	2 100	1 370	61,31

TAB. 3.3 – Caractéristiques des matériaux composites pour  $V_f = 0,6$ .

Un matériau composite est par définition composé d'au moins deux matériaux différents. Les composites d'usage courant sont constitués de fibres d'un matériau résistant, appelé le renfort, noyées dans un matériau de plus faible résistance mécanique, la matrice.

La matrice, en général de faible densité, permet de lier les fibres entre elles, de les protéger de l'environnement et de leur transférer les contraintes mécaniques.

Les caractéristiques du matériau composite sont liées à :

1. la nature du renfort,
2. la disposition du renfort,
3. la nature de la matrice,
4. la qualité de l'interface entre la matrice et le renfort.

Si les trois premiers points sont bien connus et facilement mesurables, la mécanique de l'interface fibre - matrice est un sujet de recherche d'actualité. La conception d'une pièce mécanique composite et le choix de ses constituants s'effectuent le plus souvent à l'aide de formules empiriques issues de l'expérience et/ou à l'aide de logiciels d'éléments finis permettant d'appliquer les lois de l'élasticité à des matériaux anisotropes.

Néanmoins, lorsque la géométrie de la pièce est simple et les fibres unidirectionnelles, il est possible de donner les caractéristiques mécaniques du matériau composite. Ces caractéristiques permettent d'appliquer les résultats classiques de la Résistance Des Matériaux aux matériaux composites. Les résultats obtenus ne seront qu'indicatifs mais permettent une comparaison avec d'autres matériaux [Ber92].

### 3.6 Comparaison des différents matériaux

Les figures 3.5 et 3.6 représentent les masses nécessaires à la réalisation du robot proposé en tolérant deux déformations différentes en flexion. La masse lue en ordonnée est celle d'une jambe complète (avec le moteur de l'articulation du genou de 1kg), le rapport des rayons  $\lambda$  est calculé pour obtenir la déformation voulue. La flèche est calculée par l'équation (3.27).

Si l'on cherche à minimiser la masse, nous obtenons les matériaux suivants, classés dans le tableau 3.4.

matériau	classement par masse $\theta = 10^{-3}$	classement par $R$ min. $\theta = 10^{-3}$	classement par masse $\theta = 10^{-4}$	classement par $R$ min. $\theta = 10^{-4}$	classement par $E/\rho$
carbone HM/Epoxy	1	1	1	1	1
Kevlar/Epoxy	2	2	2	2	2
duralumin	3	3	3	3	3
verre R/Epoxy	4	7	4	6	6
aluminium	5	6	5	5	4
titane	6	5	6	7	7
acier	7	4	7	4	5

TAB. 3.4 – Classement des matériaux en fonction de la déformation.

Si les trois premiers matériaux sont bien ceux ayant, dans l'ordre, les meilleurs rapports  $E/\rho$ , l'ordre n'est plus respecté pour les matériaux suivants. Ce phénomène est dû au fait que la densité intervient aussi dans les forces exercées sur la jambe fixe.

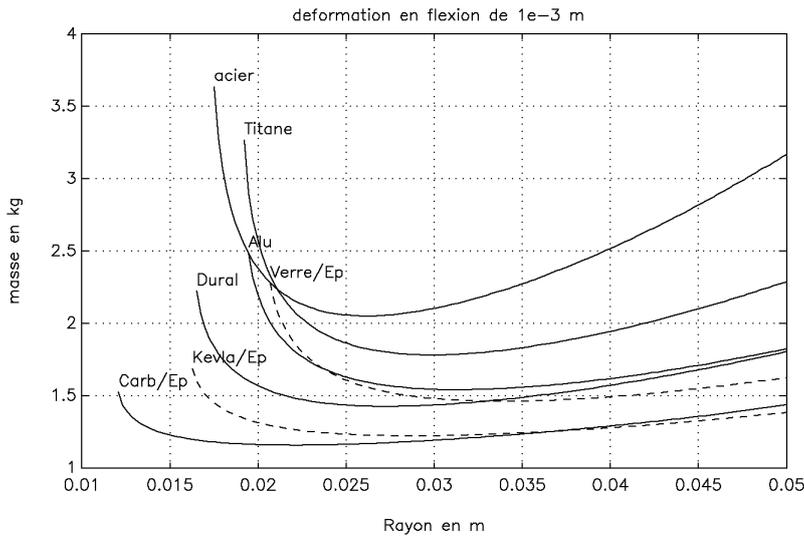
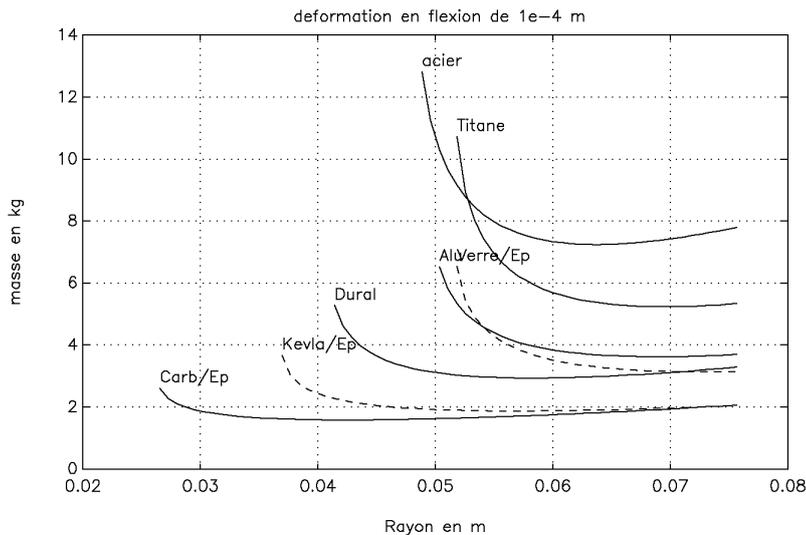


FIG. 3.5 – Masses des différents matériaux pour une flèche de 1 mm.



put(1.5 ,0)

FIG. 3.6 – Masses des différents matériaux pour une flèche de 0,1 mm.

La figure 3.7 présente la masse des différents matériaux pour un angle de déformation en torsion donné.

Les métaux présentent cette fois une masse plus faible que les matériaux composites. Pour les matériaux composites les calculs ont été conduits avec des matériaux composites unidirectionnels, les fibres étant orientées dans le sens de la hauteur de la jambe. Pour ces composites unidirectionnels le module de glissement est pratiquement imposé par le module de glissement de la matrice. Un moyen d'améliorer ces caractéristiques consiste à utiliser une orientation à  $\pm 45^\circ$ .

Les figures 3.8 et 3.9 montrent la comparaison entre les composites carbone/Epoxy et Kevlar/Epoxy suivant un tissage unidirectionnel et un tissage orthogonal.

Ainsi en jouant sur le tissage, il est possible de l'adapter aux contraintes subies.

En résumé, il est possible de déterminer entièrement la géométrie du cylindre, à condition

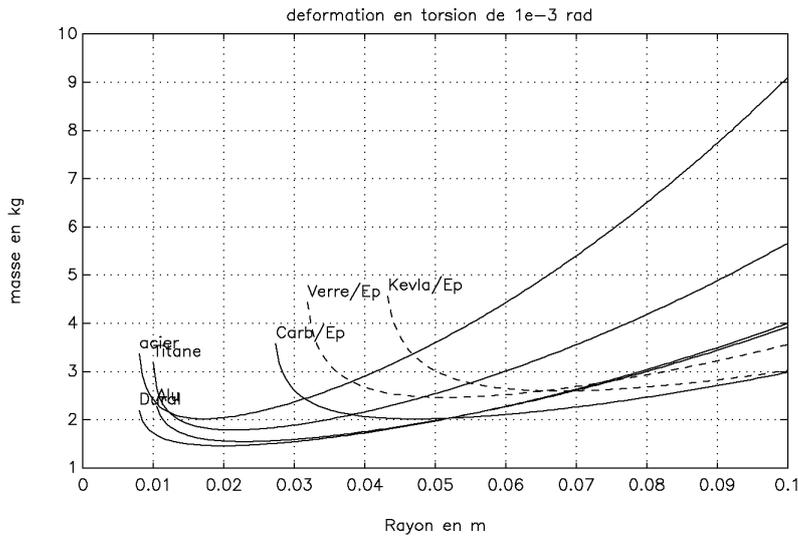


FIG. 3.7 – Masses des différents matériaux pour un angle de déformation de  $10^{-3}$  radians.

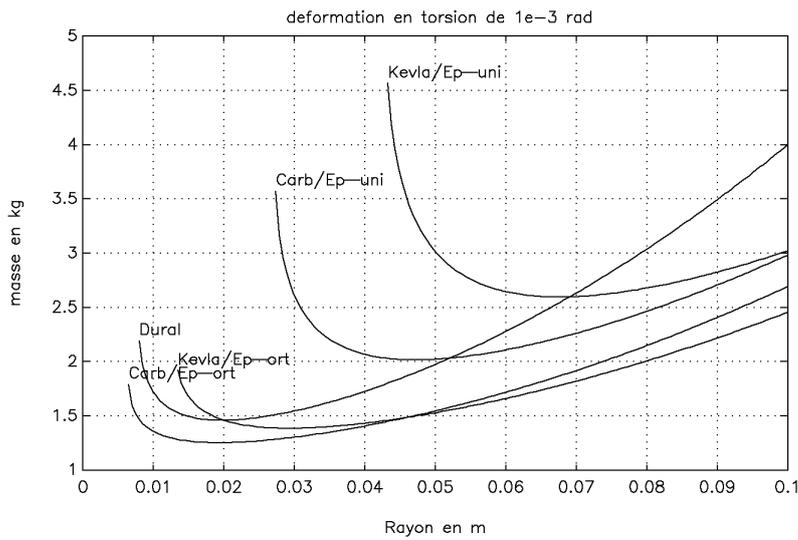


FIG. 3.8 – Masses des différents matériaux pour une déformation  $10^{-3}$  radians.

d'imposer :

1. le matériau utilisé,
2. la flèche maximale  $f_{max}$ ,
3. l'angle de déformation maximal  $\theta_{max}$ ,
4. un compromis masse - encombrement.

Ce dernier point tiendra compte de l'éventuelle utilisation de l'espace intérieur du cylindre.

### 3.7 Phénomènes non pris en compte

Un lien robotique est essentiellement soumis à des échelons de couple. Ces échelons ont pour propriété d'avoir un spectre large et continu, donc susceptible d'exciter les fréquences

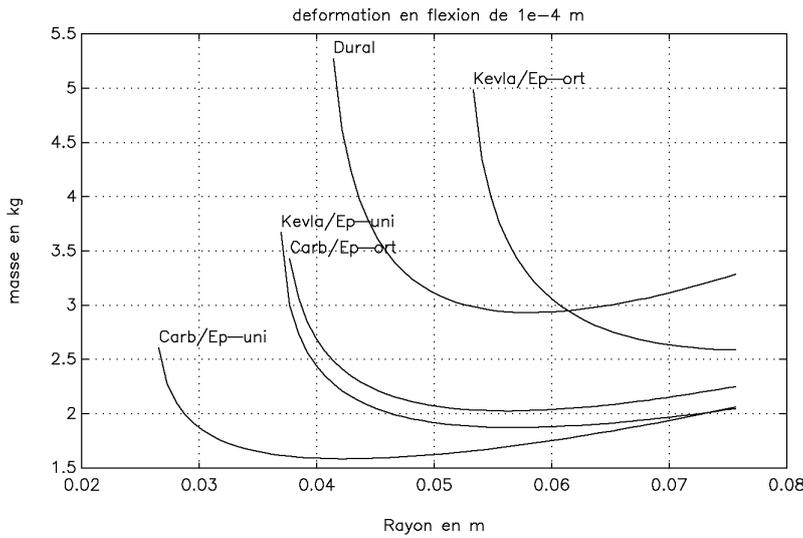


FIG. 3.9 – Masses des différents matériaux pour une flexion de 0,1 mm.

propres d'un lien.

D'autre part, parmi les phénomènes dont la prise en compte est difficile et dépasse le cadre de cette étude, il y a la résistance à la fatigue. D'après [Gay91], les composites sont de loin les meilleurs en matière de résistance à la fatigue due à des contraintes cycliques. Ce phénomène est important sur les robots marcheurs car les contraintes imposées sont cycliques.

### 3.8 Conclusions

La première conclusion qui s'impose est que le choix d'un matériau de construction basé sur l'unique critère  $E/\rho$  maximum est un mauvais choix.

S'il ne fait pas de doute que l'utilisation de matériaux composites permettent une diminution de la masse du système complet, L'évaluation de cette diminution ne peut se faire qu'après avoir effectué une étude orientée matériaux composites.

La mise en œuvre d'un modèle de robot simple montre que le choix d'un matériau dépend fortement des caractéristiques globales du système fini (vitesses, déformations tolérées, motorisation).

Une extension de ce travail passe donc par une meilleure modélisation de certains points tels que :

- masse des matériaux composites en fonction des efforts appliqués,
- limites technologiques,
- masse des moteurs fonction de la masse de la structure,
- masse du tronc fonction des moteurs et de l'autonomie désirée,
- masse des interfaces moteur - lien,
- trajectoires de pas.

Dès lors un critère de type déformation maximale ne suffit plus. Il faut définir un critère plus global pour l'ensemble de la structure de type : autonomie désirée pour une charge utile donnée.

Quatrième partie

Optimisation des trajectoires avec  
contraintes.



# Chapitre 1

## Introduction.

L'étude des trajectoires optimales des systèmes est une direction de recherche actuelle très active, en particulier dans le domaine des systèmes non linéaires.

La méthode sans doute la plus utilisée dans le cas de systèmes simples est le principe du maximum de Pontryagin [Sag77] (voir § 2.3.2). L'application de ce principe demande la simplification du système étudié afin de réduire le nombre d'équations différentielles couplées obtenues [Cho71] [Sur90].

Mais les hypothèses formulées sont parfois loin de la réalité. Ainsi S. Kajita et al. dans [Kaj96] négligent les masses des jambes, ce qui permet de négliger l'énergie cinétique interne, dans [Kaj92] ils supposent que le torse décrit un mouvement horizontal uniforme.

Une autre voie prometteuse est constituée par les "sections de Poincaré" aussi appelée "méthode du petit paramètre" ou "méthode des perturbations" [Gil88]. Cette méthode consiste à chercher la solution d'équations différentielles non linéaires sous la forme de séries de puissances croissantes d'un "petit" paramètre.

En utilisant cette méthode, [Vak91] détermine un mouvement stable pour un robot sauteur simplifié. [Clo93] et [Fra94] l'appliquent sur le même robot, mais prennent en compte le mouvement vertical et latéral. [Gol93] utilise les sections de Poincaré pour déterminer les mouvements stables et périodiques d'un robot possédant  $n$  pattes, chacune étant constituée par deux liens. [Gos96] met l'accent sur la différence entre la stabilité de la démarche et la stabilité pendant le pas et détermine des impulsions de couple afin que la démarche d'un robot de type "compas" soit stable.

Quelle que soit la méthode utilisée, les trajectoires obtenues seront minimales en énergie pour une structure donnée, mais la structure elle-même n'est pas pour autant optimisée. Pour notre part, nous voulons déterminer des trajectoires minimales en énergie pour la structure bipède disponible au laboratoire. Nous avons choisi une approche qui nous permet d'utiliser le modèle précédemment obtenu par [Cha93] qui présente certes des discontinuités importantes, mais est plus précis que le modèle dynamique classique habituellement utilisé dans la littérature. De ce fait, nous éviterons, si possible, l'utilisation de méthodes d'optimisation qui nécessitent le calcul du gradient ou la détermination du modèle dynamique inverse. Par conséquent, nous orientons nos recherches vers des méthodes d'optimisation paramétrique, les trajectoires articulaires étant développées en séries.

Tous les développements effectués dans la suite de ce chapitre se fondent sur l'optimisation de la démarche du robot bipède disponible au laboratoire.

### 1.1 Critère.

Le principal critère d'optimisation proposé est un critère énergétique.

L'énergie électrique  $\lambda$  absorbée au cours d'un pas par les cinq axes du robot bipède s'écrit :

$$\lambda = \sum_{i=1}^{i=5} \int_0^T U_i I_i dt, \quad (1.1)$$

avec :

$$\begin{cases} U_i & : \text{ tension appliquée au moteur de l'axe } i, \\ I_i & : \text{ courant dans le moteur de l'axe } i, \\ T & : \text{ durée d'un pas.} \end{cases}$$

Afin de s'éviter le calcul des grandeurs électriques du système, essayons d'exprimer ces grandeurs en fonction des grandeurs mécaniques apparaissant dans le modèle dynamique de la structure (3.6).

La puissance électrique  $P = U_i I_i$  est transformée en :

– puissance mécanique pour déplacer la structure ( $P_m$ ),

$$P_{m_i} = \Gamma_{M_i} \dot{q}_i, \quad (1.2)$$

– puissance perdue par effet Joule ( $P_j$ ).

$$P_{j_i} = R I_i^2 = \beta \Gamma_{M_i}^2, \quad (1.3)$$

où :

$$\begin{cases} \Gamma_{M_i} & : \text{ couple moteur sur l'axe } i, \\ \beta = \frac{R}{k_e^2} & : \text{ coefficient de pertes par effet Joules.} \\ R & : \text{ résistance d'induit des moteurs,} \\ k_e & : \text{ constante de couple des moteurs.} \end{cases}$$

Nous pouvons exprimer le critère en n'utilisant que des grandeurs mécaniques. Le critère  $\lambda$  devient :

$$\lambda = \sum_{i=1}^{i=5} \int_0^T [\Gamma_{M_i} \dot{q}_i + \beta \Gamma_{M_i}^2] dt, \quad (1.4)$$

La puissance mécanique fournie à la structure est convertie en :

- variation d'énergie cinétique,
- variation d'énergie potentielle,
- pertes mécaniques dues aux frottements.

Le pas à optimiser est inclus dans une démarche cyclique, la variation d'énergie cinétique est nulle. De même, la variation d'énergie potentielle ne dépend que de la déclinaison du sol. Dans le cas d'un sol plat, elle est nulle, pour un sol incliné, elle ne dépend que de l'inclinaison, les positions de début et de fin du pas du robot étant choisies identiques.

Afin d'obtenir une valeur de critère la plus indépendante possible de la forme du sol, nous choisissons d'exclure l'énergie potentielle du critère. Le critère  $\lambda$  exprime donc la somme des pertes énergétiques au cours d'un pas.

Finalement le critère s'écrit :

$$\lambda = \sum_{i=1}^{i=5} \int_0^T [\Gamma_{F_i} \dot{q}_i + \beta \Gamma_{M_i}^2] dt, \quad (1.5)$$

où :  $\Gamma_{F_i}$  est le couple moteur compensant les frottements sur l'axe  $i$ .

## 1.2 Décomposition paramétrique des trajectoires

### 1.2.1 Introduction

Le problème posé est la détermination d'une méthode de décomposition des trajectoires. Du choix de la décomposition va dépendre en grande partie la facilité de mise en œuvre et la vitesse de convergence de l'algorithme d'optimisation.

Le choix des variables à décomposer n'est pas unique. Nous restreindrons cette étude à des variables physiques. La figure 1.1 montre les différentes variables possibles et les modèles à utiliser pour passer de l'une à l'autre. La connaissance de ces variables donne de façon unique l'ensemble des variables du robot. La première étape du travail est dès lors de déterminer l'ensemble des variables nécessaires à l'optimisation.

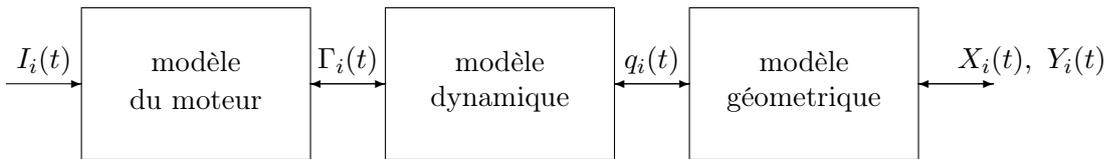


FIG. 1.1 – Variables physiques du robot.

### 1.2.2 Quelles variables ?

Puisque nous voulons minimiser l'énergie consommée au cours d'un pas, nous devons connaître la position cartésienne de chaque axe afin d'imposer ou de contrôler le pas. En particulier, il faut imposer ou vérifier que le pied mobile est toujours au-dessus du sol. Par ailleurs, le critère étant énergétique, l'une de ses composantes sera l'énergie consommée dans les moteurs par effet Joule. Nous devons donc connaître les courants dans les moteurs.

Le problème d'optimisation nécessite donc de calculer des modèles directs ou inverses, afin de déterminer soit le critère soit les équations de contrainte.

**Largeur du spectre.** Parmi les variables citées précédemment, il faut noter que le courant et le couple moteur sont des variables qui peuvent présenter des variations très "rapides" et donc un spectre large. Quelle que soit la méthode de décomposition utilisée, il est évident que ces variables nécessiteront plus de paramètres que les variables à variations "lentes".

Le choix s'oriente donc vers les variables articulaires ou les variables cartésiennes.

Dans le cas des variables cartésiennes :

- il faut définir deux fonctions représentant la position YZ des axes 2 à 5 dans le plan du robot (plan sagittal) au cours du temps (l'axe 1 est considéré fixe) ainsi que la position du bout du pied, soit 10 fonctions à représenter. En outre, ces trajectoires sont liées par des équations de contraintes dues au modèle géométrique,
- il faut déterminer un modèle géométrique inverse.

Dans le cas des variables articulaires :

- il faut définir les positions articulaires en fonction du temps,
- il faut calculer le modèle géométrique direct.

### 1.2.3 Récapitulatif

Le tableau 1.1 récapitule les arguments mis en avant dans les paragraphes précédents. Afin de limiter le nombre de paramètres du développement en séries, nous choisissons une variable présentant des variations lentes.

variable	spectre	fonctions nécessaires	observations
courant	large	$I_i(t)$ pour $i = 1$ à $5$	
couple	large	$\Gamma_i(t)$ pour $i = 1$ à $5$	
position articulaire	étroit	$q_i(t)$ pour $i = 1$ à $5$	
position cartésienne	étroit	$X_i(t), Y_i(t)$ pour $i = 2$ à $5$ $X_6(t), Y_6(t)$ pour le bout du pied	calcul du modèle géométrique inverse

TAB. 1.1 – Récapitulatif des variables.

Le modèle géométrique inverse est non résoluble, donc il n’y a pas de bijection entre le vecteur de paramètres des trajectoires cartésiennes et les couples. Nous choisissons de paramétrer les variables articulaires qui permettent d’établir cette bijection.

### 1.2.4 Quelle décomposition ?

Il s’agit de trouver la ”meilleure” décomposition possible des trajectoires articulaires. Afin de diminuer le temps de calcul des optimisations, la décomposition choisie devra répondre aux caractéristiques suivantes :

- faible nombre de paramètres,
- possibilité d’intégration de certaines contraintes dès la décomposition,
- rapidité de calcul des trajectoires explicites,
- facilité d’ajout de nouveaux paramètres.

La décomposition idéale ne peut être déterminée que vis-à-vis des fonctions que l’on souhaite paramétrer. Ces fonctions sont pour l’instant inconnues, mais nous possédons quelques éléments sur leurs caractéristiques principales. Les trajectoires articulaires sont :

- des fonctions ”douces” (en anglais : smooth), si elles sont minimales en énergie [Des85],
- des fonctions périodiques, si l’on se place dans le cadre d’une démarche constante (composée de pas identiques).

Nous trouvons dans la littérature quelques arguments à prendre en compte pour le choix de la décomposition. G.A. Cavagna dans [Cav63] utilise une décomposition en séries de Fourier afin de traiter mathématiquement des forces de contact en fonction du temps qui sont le fruit de mesures sur des trajectoires humaines. Avec seulement 3 harmoniques il décrit avec une bonne précision les trajectoires réelles.

M.L. Nagurka dans [Nag88] et [Nag89] utilise une décomposition en séries de Fourier afin de paramétrer les trajectoires de systèmes quelconques linéaires et de déterminer les trajectoires optimales vis-à-vis d’un critère quadratique. Dans [Nag91], il applique aux systèmes linéaires sensiblement la même méthode mais avec une décomposition en polynômes de Tchebychev. L’application à la détermination de trajectoires optimales pour un système quelconque et vis-à-vis d’un critère quelconque est faite dans [Nag90] où la décomposition utilisée est là encore une décomposition en séries de Fourier.

L’ensemble de ces travaux nous a conduit à choisir les séries de Fourier comme étant plus aptes à paramétrer les trajectoires du robot avec un nombre limité d’harmoniques.

## 1.3 Séries de Fourier.

La forme générale des séries de Fourier à coefficients réels est donnée par l’équation 1.6.

$$q_n(t) = a_{0_n} + \sum_{i=1}^{i \rightarrow \infty} a_{i_n} \cos(i\omega t) + \sum_{i=1}^{i \rightarrow \infty} b_{i_n} \sin(i\omega t), \quad n = 1..5, \quad (1.6)$$

avec :

$$\begin{cases} q_n(t) & = \text{position articulaire de l'axe } n, \\ \omega & = 2\pi/2T : \text{pulsation de la démarche,} \\ T & = \text{durée d'un pas.} \end{cases}$$

Note : les trajectoires articulaires de chaque axe sont périodiques de période  $2T$ ,  $T$  étant la durée d'un pas.

Le vecteur de paramètres est :

$$x = \{a_{0_1}, \dots, a_{0_5}, a_{1_1}, \dots, a_{1_5}, b_{1_1}, \dots, b_{1_5}, a_{2_1}, \dots, a_{2_5}, \dots\}, \text{ et } \dim(x) = \infty.$$

Ainsi toute fonction périodique de période  $T$  est entièrement définie par le vecteur de paramètres  $x$ .

### 1.3.1 Réduction du nombre de paramètres.

La réduction du nombre de paramètres permet l'application d'un traitement numérique au vecteur  $x$ . La première opération à effectuer est de tronquer le vecteur afin que sa dimension soit finie.

#### Troncature.

Nous savons que l'amplitude des harmoniques de la décomposition en séries de Fourier d'un signal à énergie finie tend vers 0 lorsque la pulsation tend vers l'infini. Plus précisément, l'amplitude du spectre d'un signal périodique présentant un nombre fini de discontinuités est bornée par une fonction en  $A/i$ ,  $i$  étant le rang des harmoniques [Cou84].

Dans notre cas, la décomposition représente la position articulaire des axes du robot, or celle-ci est continue. Seule l'accélération peut éventuellement présenter des discontinuités, nous pouvons donc en déduire que le spectre en amplitude de la position est bornée par la fonction  $A/i^3$ .

**Calcul de l'erreur due à la troncature.** Afin d'évaluer le nombre d'harmoniques nécessaires à l'obtention d'une bonne précision sur le critère final, nous évaluerons l'impact de la troncature sur la précision du critère. Pour cela, des hypothèses préalables s'imposent :

1. Le critère est proportionnel à l'intégrale de l'accélération. Nous négligeons donc les erreurs sur la vitesse qui sont forcément plus faibles que celles sur l'accélération.
2. Nous nous plaçons dans le cas extrême où l'accélération présente une discontinuité.

Nous pouvons écrire la décomposition en séries de Fourier de  $\ddot{q}(t)$  :

$$\ddot{q}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i \cos(i\omega t + \phi_i) + X_0 \quad (1.7)$$

En utilisant le théorème de Parseval, nous pouvons écrire que :

$$\lambda = \int_0^T \alpha \ddot{q}(t)^2 dt = \alpha \sum_{i=0}^{\infty} |X_i|^2 \quad (1.8)$$

où  $\alpha$  représente le coefficient de pertes par effet Joule. En tronquant à l'ordre  $N$ , nous avons une erreur sur  $\lambda$ ,  $\epsilon(N)$  telle que :

$$\epsilon(N) = \lambda - \alpha \sum_{i=0}^N |X_i|^2 = \alpha \sum_{i=N+1}^{\infty} |X_i|^2 \quad (1.9)$$

La fonction  $\ddot{q}(t)$  est a priori inconnue, mais nous savons que les coefficients  $X_i$  sont maximisés par  $A/i$ . Ainsi, en supposant pour  $\ddot{q}(t)$  un spectre d'amplitude égal à  $A/i$ , et de valeur moyenne nulle, nous obtenons :

$$\lambda = \alpha \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A^2}{i^2} = \alpha \frac{1}{6} A^2 \pi^2 \quad (1.10)$$

L'erreur de puissance sur le critère  $\lambda$  devient :

$$\epsilon(N) = \alpha \sum_{i=N+1}^{\infty} \frac{A^2}{i^2} = \alpha A^2 \Psi(N+1) \quad (1.11)$$

avec

$$\Psi(N+1) = \frac{d}{dN} \ln(\Gamma(N+1)) \quad (1.12)$$

où la fonction  $\Gamma(N+1)$  est la fonction Gamma [Bro91].

Nous définissons une erreur relative  $\epsilon_r$  telle que

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon(N)}{\lambda} \quad (1.13)$$

Ainsi, nous pouvons calculer  $N$  pour une erreur relative donnée :

$$\epsilon_r < 0,05 \quad \implies \quad N > 12, \quad (1.14)$$

$$\epsilon_r < 0,01 \quad \implies \quad N > 61, \quad (1.15)$$

$$\epsilon_r < 0,001 \quad \implies \quad N > 608. \quad (1.16)$$

Les valeurs de  $N$  ainsi déterminées constituent un maximum puisque nous nous sommes placés dans un cas très défavorable. Nous pouvons obtenir un ordre de grandeur de  $N$  plus réaliste en supposant que l'accélération est un carré symétrique. Ainsi :

$$\lambda = \alpha \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4 A \sin^2(\frac{n\pi}{2})}{n^2 \pi^2} = \alpha \sum_{i=0}^{\infty} \frac{4 A^2}{(2i+1)^2} = \alpha \frac{1}{2} A^2 \pi^2 \quad (1.17)$$

L'erreur de puissance sur le critère  $\lambda$  devient :

$$\epsilon(N) = \alpha \frac{A^2 \Psi(N+3/2)}{4} \quad (1.18)$$

Les nouvelles valeurs de  $N$  pour une erreur relative donnée deviennent :

$$\epsilon_r < 0,05 \quad \implies \quad N > 4, \quad (1.19)$$

$$\epsilon_r < 0,01 \quad \implies \quad N > 20, \quad (1.20)$$

$$\epsilon_r < 0,001 \quad \implies \quad N > 202. \quad (1.21)$$

Ces nouvelles valeurs de  $N$  trouvées ne sont valables que pour une accélération de type carré symétrique. Cette accélération est proche de celle calculée pour une commande en temps minimal. On peut donc s'attendre à ce que, pour une commande à énergie minimale, la décroissance de l'amplitude des harmoniques de l'accélération soit meilleure que celle d'un carré symétrique et donc que l'erreur commise sur le critère sera plus faible que  $\epsilon(N)$  donné par l'équation (1.18).

Aussi, nous pouvons tronquer le vecteur  $x$ , tout en conservant une bonne précision sur le critère, à condition de choisir  $N$  suffisamment grand, d'où :

$$q_n(t) = a_{0n} + \sum_{i=1}^{i=N} a_{i_n} \cos(i\omega t) + \sum_{i=1}^{i=N} b_{i_n} \sin(i\omega t), \quad n = 1..5, \quad (1.22)$$

$$x = \{a_{0_1}, \dots, a_{0_5}, a_{1_1}, \dots, a_{1_5}, b_{1_1}, \dots, b_{1_5}, a_{2_1}, \dots, b_{N_4}, b_{N_5}\},$$

$$\dim(x) = 10N + 5.$$

Notons que le calcul des vitesses et des accélérations articulaires n'est pas entaché d'erreurs liées à la dérivation numérique [Bro91]. Ces deux grandeurs sont directement obtenues à partir de l'équation 1.6 par les séries suivantes :

Vitesse.

$$\dot{q}_n(t) = \sum_{i=1}^{i=N} -a_{i_n} i \omega \sin(i\omega t) + \sum_{i=1}^{i=N} b_{i_n} i \omega \cos(i\omega t), \quad n = 1..5, \quad (1.23)$$

Accélération.

$$\ddot{q}_n(t) = \sum_{i=1}^{i=N} -a_{i_n} i^2 \omega^2 \cos(i\omega t) + \sum_{i=1}^{i=N} b_{i_n} i^2 \omega^2 \sin(i\omega t), \quad n = 1..5. \quad (1.24)$$

Il faut noter que l'utilisation de ces équations pour l'obtention des vitesses et accélérations articulaires limitent les démarches à l'ensemble des démarches à vitesses continues donc sans impact du pied mobile avec le sol.

### Symétrie.

En supposant une démarche constante, les trajectoires articulaires sont périodiques de période  $2T$ ,  $T$  étant la durée d'un pas.

La figure 1.2 montre la séquence complète correspondant à 2 pas.

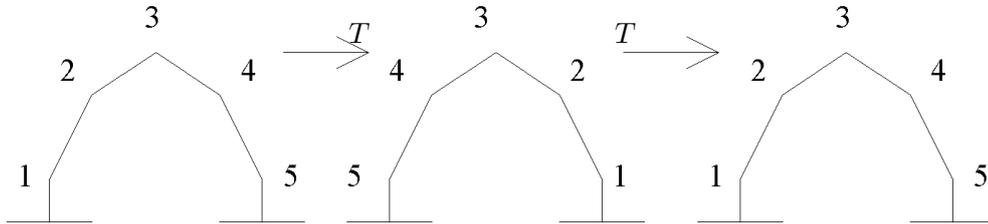


FIG. 1.2 – Position des axes au cours de deux pas.

D'autre part, nous supposons une parfaite symétrie des modèles géométriques et dynamiques. Ainsi chaque pas est identique et les pertes énergétiques associées sont identiques. Ces hypothèses nous donnent les relations suivantes :

$$q_1(t) = q_1(2T + t) = -q_5(T + t), \quad (1.25)$$

$$q_2(t) = q_2(2T + t) = -q_4(T + t), \quad (1.26)$$

$$q_3(t) = q_3(2T + t) = -q_3(T + t), \quad (1.27)$$

En utilisant (1.26) et (1.27), nous déduisons  $q_4(t)$  et  $q_5(t)$  de la connaissance de  $q_1(t)$  et  $q_2(t)$  sur deux pas. De même, la relation 1.27 qui montre que  $q_3(t)$  est une fonction symétrique par rapport à la demi-période, nous permet de diminuer le nombre de coefficients de son développement en séries.

En choisissant le nombre d'harmoniques  $N$  pair, le développement de  $q_3(t)$  devient :

$$q_3(t) = \sum_{k=0}^{k=N/2-1} a_{2k+1_3} \cos((2k+1)\omega t) + \sum_{k=0}^{k=N/2-1} b_{2k+1_3} \sin((2k+1)\omega t). \quad (1.28)$$

L'utilisation des symétries de la démarche nous permet donc de réduire le nombre de paramètres du vecteur  $x$  à :

$$x = \{a_{0_1}, a_{0_2}, a_{1_1}, a_{1_2}, a_{1_3}, b_{1_1}, b_{1_2}, b_{1_3}, a_{2_1}, a_{2_2}, \dots, b_{N_1}, b_{N_2}\},$$

$$\dim(x) = 5N + 2.$$

### Intégration des contraintes d'état initial.

Il peut être intéressant d'imposer à la démarche un certain nombre de contraintes d'état. Par exemple, on peut vouloir imposer une vitesse articulaire nulle au départ du pas afin de déterminer une trajectoire optimale pour un pas unique. Il est aussi possible d'imposer une position de départ, auquel cas l'optimisation ne se fera que pour cette position de départ, restreignant donc l'espace des trajectoires possibles, mais assurant une meilleure convergence des algorithmes par l'élimination de trajectoires irréalistes dues à une position de départ improbable ou non atteignable.

Définissons l'état initial de chaque axe par :

$$q_n(0) = q_{n_{start}}, \quad (1.29)$$

$$\dot{q}_n(0) = \dot{q}_{n_{start}}, \quad (1.30)$$

$$\ddot{q}_n(0) = \ddot{q}_{n_{start}}. \quad (1.31)$$

En utilisant l'équation (1.22) et en y introduisant les relations de symétrie (1.26) à (1.27), nous obtenons par identification les termes de plus basse fréquence :

$$a_{0_n} = \frac{(q_{n_{start}} - q_{6-n_{start}})}{2} - \sum_{k=1}^{k=N/2} a_{2k_n}, \quad n = 1..2, \quad (1.32)$$

$$a_{1_n} = \frac{(q_{n_{start}} + q_{6-n_{start}})}{2} - \sum_{k=1}^{k=N/2-1} a_{2k+1_n}, \quad n = 1..3, \quad (1.33)$$

Nous réduisons ainsi le vecteur  $x$  inconnu à :

$$x = \{b_{1_1}, b_{1_2}, b_{1_3}, a_{2_1}, a_{2_2}, b_{2_1}, b_{2_2}, a_{3_1}, a_{3_2}, a_{3_3}, \dots, b_{N_1}, b_{N_2}\},$$

$$\dim(x) = 5N - 3.$$

De même, nous pouvons identifier les deux termes de plus basse fréquence en imposant la vitesse initiale des axes :

$$b_{1_n} = \frac{(\dot{q}_{n_{start}} + \dot{q}_{6-n_{start}})}{2\omega} - \sum_{k=1}^{k=N/2} (2k+1)b_{2k+1_n}, \quad n = 1..3, \quad (1.34)$$

$$b_{2_n} = \frac{(\dot{q}_{n_{start}} - \dot{q}_{6-n_{start}})}{4\omega} - \sum_{k=2}^{k=N/2-1} (k)b_{2k_n}, \quad n = 1..2. \quad (1.35)$$

$$x = \{a_{2_1}, a_{2_2}, a_{3_1}, a_{3_2}, a_{3_3}, \dots, b_{N_1}, b_{N_2}\},$$

$$\dim(x) = 5N - 8.$$

### 1.3.2 Conclusion.

La décomposition en séries de Fourier permet de paramétrer les trajectoires articulaires du robot pour un pas avec seulement  $5N + 2$  paramètres ( $5N - 3$  si la position initiale est imposée),  $N$  étant a priori inférieur à 20. Ces trajectoires intègrent de fait la périodicité de la démarche et la position initiale du robot à chaque début de pas.

D'autre part, cette approche permet de connaître de manière explicite les vitesses et les accélérations articulaires et de ce fait élimine de nombreuses sources d'erreurs dans les calculs des modèles du robot.

En termes d'objectif robotique, la trajectoire est décrite de manière très simple par les positions articulaires (éventuellement les vitesses) initiales et finales et par la durée  $T$  d'un pas.

L'optimisation de la trajectoire vis-à-vis du critère énergétique revient donc à rechercher un vecteur d'une centaine de paramètres. Les méthodes d'optimisation paramétriques connues dans la littérature permettent d'envisager la résolution d'un tel problème.



## Chapitre 2

# Algorithmes d'optimisation paramétrique.

### 2.1 Présentation générale.

Ce chapitre est consacré au choix d'une méthode d'optimisation des paramètres. Une étude bibliographique succincte [Cic93], [Fox95], [Ren95], [She95] [Sri94] montre que le domaine de l'optimisation paramétrique est en pleine évolution notamment dans le cadre des méthodes stochastiques.

Nous présenterons les méthodes les plus connues afin d'en extraire les principes d'optimisation les plus aptes à résoudre notre problème.

Les méthodes présentées sont en fait celles qui reviennent le plus souvent dans la littérature. Parfois anciennes, ces méthodes, en raison de leur capacité à optimiser des fonctions très différentes, sont encore souvent utilisées aujourd'hui. Par ailleurs, ces méthodes sont souvent à la base de nouvelles méthodes d'optimisation.

Le domaine d'utilisation de chaque méthode est un point délicat à aborder. Une façon simple de déterminer ce domaine serait de le limiter au domaine de convergence garantie, en général les fonctions convexes. Mais cette approche est quelque peu réductrice et ne tient pas compte de la robustesse de la méthode, c'est pourquoi les spécialistes de l'optimisation paramétrique préfèrent se référer à des tests sur des fonctions connues et présentant des caractéristiques des plus diverses [Whi95].

L'idée générale de l'optimisation paramétrique consiste à déterminer un ensemble de paramètres qui optimise un critère soumis à des contraintes. Dans la suite de ce mémoire, nous parlerons exclusivement de minimisation, la maximisation étant la minimisation de l'opposé de la fonction.

$$\begin{array}{l} \text{minimiser } \lambda(x), \\ \text{avec } x = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}, \\ \text{soumis à } C_k(x) \geq 0 \quad k = 1 \text{ à } m, \\ \text{et } C_k(x) = 0 \quad k = m \text{ à } p. \end{array} \quad (2.1)$$

Dans la première partie de ce chapitre, nous nous consacrerons à la détermination de trajectoires optimales *sans* contrainte. Ce cas, bien qu'inapplicable dans le cas des robots marcheurs, peut très bien l'être pour des robots manipulateurs.

### 2.2 Revue bibliographique succincte.

Les principales méthodes d'optimisation peuvent être classées en trois catégories principales [Sha96], [Rib94], [Ren95] :

1. Les méthodes analytiques, qui déterminent le point de calcul suivant en fonction des caractéristiques de la fonction au point considéré.
2. Les méthodes stochastiques, qui intègrent une part de hasard dans le choix du point de calcul suivant.
3. L'énumération, qui consiste à discrétiser l'espace engendré par le vecteur à optimiser et à calculer l'ensemble des possibilités.

La figure 2.1 présente les différents groupes d'algorithmes d'optimisation paramétrique et leur classification.

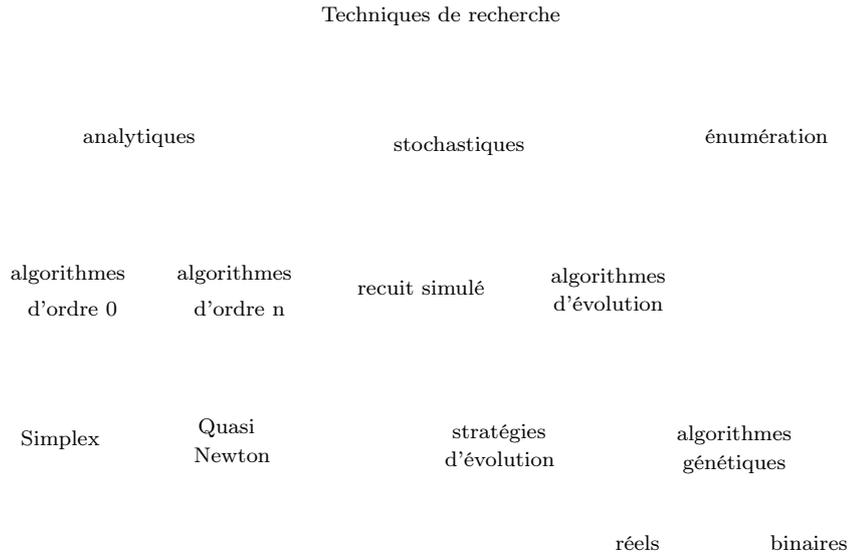


FIG. 2.1 – Classes d'algorithmes d'optimisation paramétrique

**L'énumération :** elle consiste à prendre un nombre fini de valeurs pour chaque paramètre et à calculer le critère associé pour l'ensemble des possibilités. Dans notre cas elle est inutilisable compte tenu du nombre de paramètres. En utilisant 50 valeurs par paramètre et 13 paramètres par axe, il faut examiner  $50^{13 \times 5}$  possibilités !

**Les algorithmes d'ordre n :** fondés sur une décomposition à l'ordre n en séries de Taylor de la fonction à minimiser, ces algorithmes utilisent la dérivée d'ordre n pour la détermination du point de calcul suivant. Ils sont très rapides lorsque la fonction est continue, dérivable et convexe. Par contre, ils sont peu robustes si la fonction présente des minima locaux [Cic93], [Fle90], [Pre92], [Mat94].

**Les algorithmes d'ordre 0 :** n'utilisant que la valeur de la fonction en certains points, ces algorithmes sont lents mais robustes en cas de discontinuités de la fonction [She95], [Pre92], [Del87].

**Les algorithmes génétiques :** transposition à l'informatique de la sélection naturelle selon Charles Darwin, ils utilisent plusieurs vecteurs de paramètres (une population) qui évoluent vers le minimum par la mise en œuvre de trois opérations stochastiques, la sélection, le croisement et la mutation [Gol89], [Dav90], [Ren95].

**Les algorithmes de "recuit simulé" :** algorithmes stochastiques par excellence, ils sont statistiquement capables de déterminer le minimum global d'une fonction quelles que soient ses caractéristiques. Par contre, le temps de calcul nécessaire à l'obtention du minimum est long [Ing92], [Pre92], [Haj88].

**Les stratégies d'évolution :** fondées sur une évaluation itérative de la fonction, le déplacement est aléatoire mais il s'adapte en fonction de la topologie locale de la fonction à minimiser. La différence fondamentale entre stratégies d'évolution et le "recuit simulé" est que la première méthode explore la fonction de façon locale alors que la deuxième explore l'ensemble de l'espace [Ing92].

## 2.3 Eléments de comparaison des différentes méthodes.

### 2.3.1 Critères.

La robustesse est l'aptitude de la méthode à converger vers un minimum global sans être perturbée par des minima locaux. Cette notion couvre les notions de robustesse à la rugosité de la fonction et la notion d'aptitude à trouver le minimum global d'une fonction. [Ren95] définit la rugosité comme étant le rapport entre la profondeur d'un minimum local et celle du minimum global.

La vitesse est mesurée en nombre d'itérations sur la fonction de coût, le temps de calcul nécessaire pour l'algorithme de la méthode elle-même est considéré comme négligeable.

La globalité du minimum est donnée pour une minimisation d'une fonction multimodale sans aucune connaissance a priori de la position du minimum global, donc d'une initialisation aléatoire.

### 2.3.2 Comparaisons.

Nous reprendrons ici quelques comparaisons trouvées dans la littérature afin d'établir un "classement" des différentes méthodes par rapport aux trois critères définis précédemment, à savoir : la robustesse, la vitesse et la globalité du minimum.

Les algorithmes d'ordre  $n$  sont très rapides, d'autant plus rapides que les fonctions optimisées répondent aux hypothèses formulées, par contre ils sont peu robustes en cas de discontinuités [Cic93], [Pre92]. Dans le cas de discontinuités, parmi les méthodes analytiques, ce sont les algorithmes d'ordre 0 qui sont les meilleurs [Mat94], [Pre92]. La comparaison des algorithmes génétiques et d'une méthode du gradient est faite dans [Mar96] avec une plus grande robustesse des algorithmes génétiques au détriment de la vitesse de calcul, nettement plus faible. L. Ingber et B. Rosen comparent dans [Ing92] les algorithmes génétiques et une méthode fondée sur le "recuit simulé". Ils concluent que les deux méthodes déterminent le minimum global avec un avantage pour le "recuit simulé" du point de vue de la vitesse de convergence. Dans [Rab95], F.M. Rabinowitz rappelle que si la méthode du Simplex ne résout que 15 des 17 problèmes proposés par Corona et al. [Cor87], alors que le "recuit simulé" résout les 17, par contre les temps de convergence présentent un rapport 1000 en faveur de la méthode du Simplex.

### 2.3.3 Récapitulatif.

Le tableau 2.1 est une synthèse des données recueillies dans la littérature. Les notations sous forme de + et - permettent seulement une comparaison qualitative entre les méthodes sans augurer de la qualité intrinsèque d'une méthode.

La figure 2.2 donne le domaine d'utilisation de chaque méthode en fonction de l'épistasie [Dav90]. Cette notion directement tirée du vocabulaire de la génétique indique la propension

Principe	robustesse	vitesse	minimum
ordre 1 : Gradient	- - -	++	local
ordre 2 : Quasi Newton	- -	+++	local
ordre 0 : Simplex	-	+	local
Algorithmes d'évolution	+	- -	global -
Algorithmes génétiques	+	- - -	global ++
Recuit simulé	++	- - -	global ++

TAB. 2.1 – Comparaison des méthodes d'optimisation.

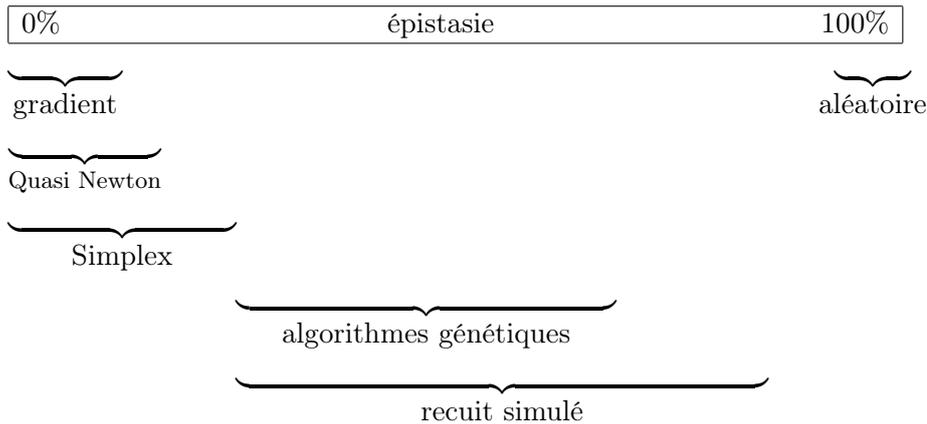


FIG. 2.2 – Récapitulatif des différentes méthodes en fonction de l'épistasie.

d'un gène à inhiber ou augmenter l'effet d'un autre gène sur la valeur de la fonction. Ainsi une fonction non linéaire, multimodale présente une forte épistasie, par contre près d'un minimum local de cette fonction, l'épistasie est minimale voire nulle.

Afin de fixer les idées, voici trois exemples de fonctions :

$$f_1(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2, \quad \text{épistasie nulle} \quad (2.2)$$

$$f_2(x) = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_3)^2, \quad \text{épistasie moyenne} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} f_3(x) &= (x_2^2 - x_3)^2 \text{ si } \sin(x_1) > 0 \\ &= (x_1^2 - x_2)^2 \text{ si } \sin(x_1) < 0, \quad \text{épistasie forte} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ainsi  $f_1(x)$  présente une épistasie nulle puisque la valeur d'un gène ne change pas l'influence d'un autre gène sur le critère. Dans  $f_2(x)$  l'influence existe entre  $x_1$  et  $x_2$ . Dans  $f_3(x)$  l'influence est forte puisque la valeur de  $x_1$  décide de quels gènes interviennent dans le critère.

### 2.3.4 Synthèse

La meilleure méthode serait une méthode qui évolue en fonction de la connaissance de la fonction à optimiser. Ainsi la recherche dans ce domaine s'oriente vers le couplage de plusieurs méthodes d'optimisation [Sha96], [Ren95]. Le problème d'optimisation revient alors à effectuer successivement :

1. Définition du problème et en particulier des limites de l'espace à étudier notamment par la prise en compte de limites sur la valeur des différents paramètres à optimiser.

2. Génération aléatoire d'une population respectant les limites précédentes et évaluation de chaque individu vis-à-vis du critère.
3. Optimisation "lente" permettant :
  - une exploration de l'espace total,
  - la détermination de sous-espaces convexes présentant un minimum local.
4. Optimisation rapide dans les sous-espaces convexes.

Le passage d'une méthode à l'autre peut être fondé sur la détermination de l'épistasie [Dav90].

### 2.3.5 Choix d'une méthode.

Le fort couplage entre les axes du robot bipède indique que la fonction de coût présentera de fortes non linéarités. La fonction de coût est sans aucun doute multimodale puisque l'étude de la démarche humaine montre que les différentes démarches (marche, course) recouvrent des plages de vitesse communes.

En résumé, notre fonction de coût est :

- non linéaire, discontinue,
- non convexe, multimodale,
- présentant une forte épistasie.

Nous en déduisons donc que les méthodes nécessitant le calcul d'un gradient ou d'un Hessien ont peu de chances de converger à cause des fortes non linéarités de la fonction de coût.

A l'opposé, les méthodes stochastiques ont de fortes chances de trouver un minimum global mais au bout d'un temps de calcul excessif. Le nombre élevé de paramètres impose un très grand nombre d'essais pour que l'ensemble testé soit significatif par rapport à l'espace total possible.

Le choix se résume donc à trois grandes familles :

- Les algorithmes d'ordre 0 : méthode de Nelder & Mead [Nel65],
- Les algorithmes génétiques,
- Les méthodes de "recuit simulé".

Nous essayerons donc ces trois méthodes et nous comparerons les résultats trouvés.



# Chapitre 3

## Algorithmes utilisés.

### 3.1 Simplex de Nelder & Mead.

Parmi les algorithmes d'ordre 0, la méthode d'optimisation "Simplex" de Nelder & Mead [Nel65], est l'une des plus anciennes connues et est encore aujourd'hui souvent utilisée [Mat94], [Pre92]. La démonstration de la convergence de cet algorithme dans le cas de fonctions convexes, n'a été réalisée qu'en 1995 par [She95].

Un Simplex est un tableau de  $n + 1$  vecteurs ( $x$ ) de  $n$  paramètres ( $\alpha_i$ ). La méthode procède à une série de :

- réflexions (le volume du Simplex reste constant)  
pour déplacer le barycentre du Simplex en direction du point de critère le plus faible,
- expansions (le volume augmente)  
qui étendent le Simplex en direction du point de critère le plus faible,
- contractions (le volume diminue)  
qui lui permettent de passer dans des "goulets".

#### Algorithme

L'algorithme est présenté par l'ordinogramme de la figure 3.5 Le vecteur donnant le critère le plus grand à la  $k^{\text{ème}}$  itération ( $x_{k_{max}}$ ) est projeté à travers le barycentre des autres vecteurs du Simplex ( $\bar{x}_k$ ).

$$x_r = (1 + \alpha)\bar{x}_k - \alpha x_{k_{max}}, \quad \text{avec } \alpha = 1, \quad \text{réflexion}, \quad (3.1)$$

La figure 3.1 représente la position des vecteurs du Simplex dans l'espace des paramètres (ici représenté dans un espace de dimension 3).

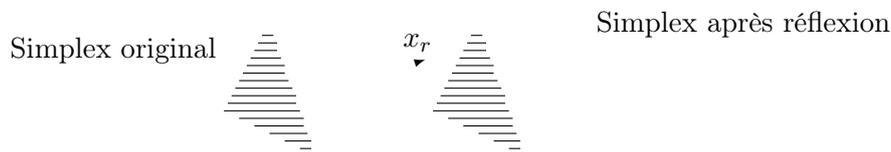


FIG. 3.1 – Image d'un Simplex de 4 vecteurs avant et après réflexion.

Si la valeur du critère  $f(x_r)$ , associée au vecteur  $x_r$  est la plus faible obtenue jusqu'à présent, on tente une expansion du Simplex dans la direction de la projection. Sinon on conserve  $x_r$  et on recommence une nouvelle itération. La procédure d'expansion (voir figure 3.2 est donnée par :

$$x_e = \gamma x_r + (1 - \gamma)\bar{x}_k, \quad \text{avec } \gamma = 2, \quad \text{expansion}, \quad (3.2)$$

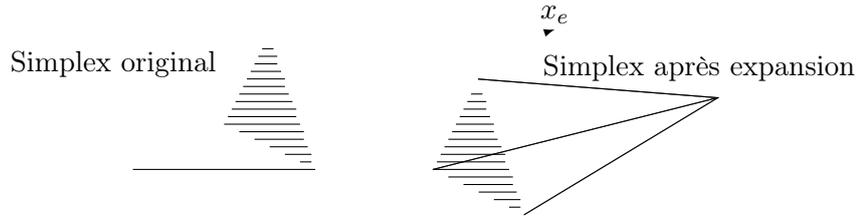


FIG. 3.2 – Image d’un Simplex de 4 vecteurs avant et après expansion.

Si la valeur du critère  $f(x_e)$  est plus faible que celle associée aux autres vecteurs du Simplex on la conserve, sinon on conserve  $x_r$  et l’on passe à l’itération suivante.

Si  $f(x_r)$  est plus grande que la valeur maximale des vecteurs du Simplex, on tente une compression (voir figure 3.3) suivant la direction de la projection.

$$x_c = \beta x_{max} + (1 + \beta)\bar{x}_k, \quad \text{avec } \beta = 1/2, \quad \text{compression}, \quad (3.3)$$



FIG. 3.3 – Image d’un Simplex de 4 vecteurs avant et après compression.

Si  $f(x_c)$  est plus grande que la plus grande valeur associée des autres vecteurs du Simplex, on procède alors à une contraction (voir figure 3.4) de tous les vecteurs du Simplex en direction du vecteur donnant le critère le plus faible ( $x_{k_{min}}$ ).

$${}^i x_{k+1} = \frac{{}^i x_k + x_{k_{min}}}{2}, \quad \text{contraction}. \quad (3.4)$$



FIG. 3.4 – Image d’un Simplex de 4 vecteurs avant et après contraction.

**Initialisation.** L’initialisation du Simplex peut être quelconque à condition que les vecteurs soient linéairement indépendants. L’initialisation classique est de la forme :

$$x_i = x_0 + \delta u_i, i = 1..n, \quad (3.5)$$

où :

$$\begin{cases} x_0 = & : \text{vecteur initial quelconque,} \\ x_i = & : \text{vecteurs du Simplex,} \\ \delta = & : \text{paramètre réel,} \\ u_i = & : \text{vecteurs linéairement indépendants (en général normés).} \end{cases}$$

Les vecteurs  $u_i$  forment donc une base de l’espace des paramètres.

**Critère d'arrêt .** Le critère d'arrêt de l'optimisation est :

$$s = \frac{\lambda_{max} - \lambda_{min}}{\lambda_{max} + \lambda_{min}} < \epsilon \quad (3.6)$$

$\epsilon$  étant une valeur réelle positive choisie au départ.

Le choix de  $\epsilon$  est limité par [Pre92] :

- La borne supérieure est liée à la valeur approximative du critère optimal. L'application de 3.6 pour une précision relative voulue de 1% sur un critère optimal environ égal à 10 conduit au choix de  $\epsilon = 5 \times 10^{-3}$ .
- La borne inférieure est liée à la précision du calculateur. [Pre92] montre que  $\epsilon$  doit être choisi comme égal à la racine carrée du plus petit nombre qui peut être représenté, ce qui donne, pour des calculs effectués en virgule flottante et en double précision, une limite inférieure de  $\epsilon = \sqrt{1,7 \times 10^{-308}} = 1,3 \times 10^{-154}$ .

Nos simulations ont montré que le choix d'un  $\epsilon$  trop grand ( $\epsilon > 10^{-5}$ ) ne permet pas à l'algorithme de sortir de "vallées" presque planes ou lorsque à la suite de nombreuses compressions le Simplex est très petit. A l'inverse, le choix d'un  $\epsilon$  trop faible ( $\epsilon < 10^{-10}$ ) empêche l'algorithme de converger car celui-ci s'engage souvent dans un processus d'instabilité numérique due à la précision des calculs du modèle et des intégrations.

En conclusion, nous avons choisi  $\epsilon = 10^{-7}$  qui paraît être un bon compromis entre les deux.

### 3.1.1 Extensions - Améliorations.

Les améliorations sont souvent liées à la vitesse de convergence de l'algorithme. Notons parmi les plus connues :

- La méthode du barycentre pondéré (Weighted Centroid) [Del87] :  
Le point réfléchi est calculé par réflexion non pas par rapport à l'isobarycentre mais par rapport au barycentre pondéré par l'inverse de la valeur du critère. Ainsi le point réfléchi tend à se rapprocher des points ayant le plus faible critère.
- La méthode du Simplex super modifiée (Super Modified Simplex) : [Del87], [Cic93] :  
Après calcul du critère au point réfléchi et du critère du barycentre, nous faisons passer une équation du second degré par les trois points (original, le barycentre et le point réfléchi) dont on détermine l'optimum. C'est ce dernier point qui sera choisi comme point réfléchi.

L'introduction d'une variable aléatoire dans la recherche de nouveaux points [Pre92] rend l'optimisation plus globale. Cette amélioration sort déjà du cadre des méthodes d'ordre 0 pour entrer dans le cadre des Algorithmes Génétiques (voir §3.2) ou des méthodes du "recuit simulé" (voir §3.5).

### Conclusions.

Cette méthode est la plus robuste des méthodes de type analytique [Pre92]. Les capacités d'adaptation du volume du Simplex ainsi que l'absence de calcul du gradient en font une méthode rapide, peu sensible aux discontinuités de la fonction de coût et facile à mettre en œuvre.

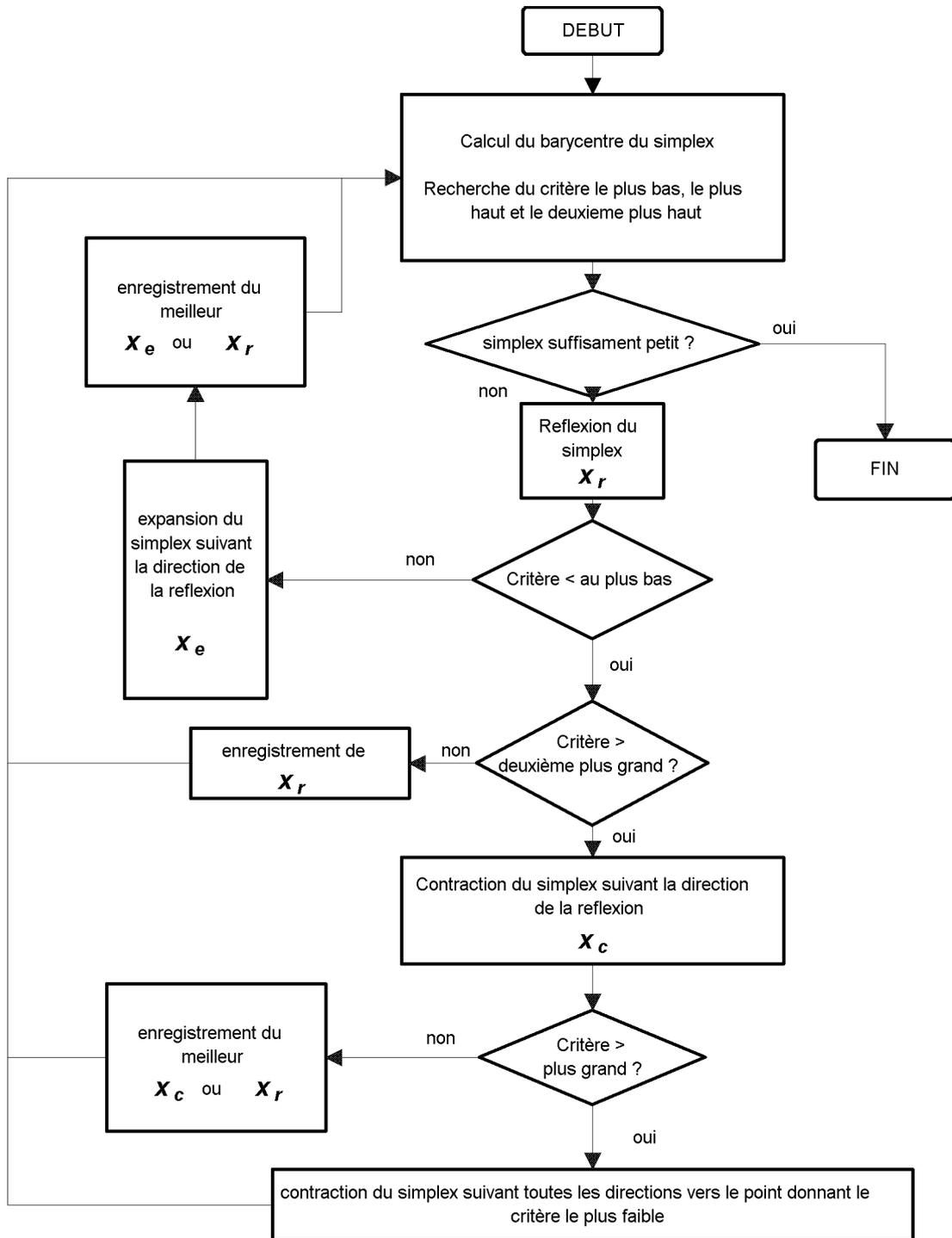


FIG. 3.5 – Ordinoگرامme de l’algorithme du Simplexe de Nelder et Mead.

## 3.2 Algorithmes génétiques.

### 3.2.1 Introduction.

Développés par Holland en 1970, ces algorithmes sont la transposition algorithmique de la théorie de Ch. Darwin sur la "survivance du plus fort" ou la "sélection naturelle des espèces". Selon Ch. Darwin, les individus les plus faibles disparaissent, seuls les individus les plus forts se reproduisent et parfois ceux-ci mutent.

### 3.2.2 Principe des algorithmes génétiques binaires.

Les algorithmes génétiques binaires travaillent sur une entité fondamentale appelée chromosome qui est en fait une chaîne de bits, l'unité d'information la plus simple. L'utilisation de cette structure fondamentale liée au calculateur et non pas au processus à optimiser permet une grande adaptabilité aux différents problèmes (combinatoires, optimisation de critères fonction de variables réelles). Ainsi le vecteur de paramètres initial est transformé en une chaîne de bits.

$$x = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n) \longrightarrow x = (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, \dots, b_m) \quad (3.7)$$

où :

$$x : \text{ est un individu ou chromosome,} \quad (3.8)$$

$$b_i : \text{ sont les gènes.} \quad (3.9)$$

Le passage de l'un à l'autre fera l'objet du codage.

L'algorithme travaille sur une population de taille constante (30 à 300 individus typiquement) qui évolue à chaque itération, pour créer une nouvelle génération. La figure 3.6 illustre le déroulement des opérations.

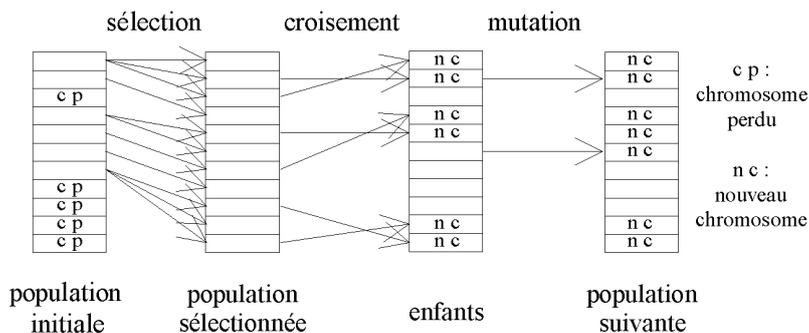


FIG. 3.6 – Principe des algorithmes génétiques.

**Initialisation.** La population initiale est créée aléatoirement.

**Sélection.** La sélection des individus qui vont se reproduire est aléatoire mais fonction de la valeur de leur critère associé. L'individu  $j$  est sélectionné suivant une probabilité  $p_{s_j}$

$$p_{s_j} = \frac{f(jx)}{\sum_{i=1}^n f(ix)}. \quad (3.10)$$

Il existe une autre possibilité : la sélection des parents à croiser suivant leur rang (après classement de l'ensemble de la population suivant la valeur de leur critère associé) et non la valeur de leur critère associé. Cette deuxième méthode présente l'avantage d'empêcher une convergence trop rapide vers un individu nettement meilleur que les autres [Ren95].

**Croisement.** Le croisement est l'étape principale de l'optimisation. Cette opération consiste à engendrer 2 enfants ayant un chromosome composé de parties des chromosomes des 2 parents.

Exemple avec 2 points de croisement (||) :

$$\left. \begin{array}{l} \text{parent1} = 001||00110010||1011 \\ \qquad \qquad \qquad \uparrow \downarrow \\ \text{parent2} = 101||10011100||1101 \end{array} \right\} \longrightarrow \begin{array}{l} \text{enfant1} = 001||10011000||1011 \\ \text{enfant2} = 101||00110110||1101 \end{array} \quad (3.11)$$

Si la position des points de croisement était constante, combiné à la sélection, le croisement aurait pour effet d'optimiser chaque partie de la chaîne. Mais la position des points de croisement est aléatoire, ce qui participe à l'exploration de l'espace total. La probabilité de croisement, c'est-à-dire la probabilité que deux individus sélectionnés pour le croisement subissent effectivement le croisement est en général de  $p_c = 0,5$  à  $0,7$  [Gol89], [Sri94].

**Mutation.** La mutation d'un individu permet de réaliser l'aristogénèse et sert ainsi à empêcher la perte de diversité. En effet si au cours de l'optimisation un gène de rang donné avait la même valeur pour toute une génération, tous les descendants conserveraient ce gène. La probabilité de mutation est en général de  $p_m = 0,01$  à  $0,05$ .

$$\text{individu} = 001100||1||10001011 \longrightarrow \text{individu} = 001100||0||10001011 \quad (3.12)$$

**Codage.** Les fonctions que l'on veut minimiser étant dans la grande majorité des cas des fonctions de variables réelles, un codage des chaînes binaires est nécessaire. Le codage le plus utilisé est le codage binaire à virgule fixe, par exemple :

$$1001,1010 \longrightarrow 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 0 \times 2^{-4} = 9,625 \quad (3.13)$$

La longueur de la chaîne dépend donc de la précision souhaitée sur les valeurs réelles. Certains auteurs préfèrent le code de Gray qui présente l'avantage d'avoir des codes consécutifs toujours distants de 1 [Sri94], Mais ce codage diminue l'aptitude à l'exploration de l'espace total par le croisement [Gol89]. Ces méthodes de codage donnent une grande facilité pour imposer des contraintes sur les valeurs d'un paramètre.

### 3.2.3 Extensions - Améliorations.

Les algorithmes génétiques sont actuellement en pleine expansion. Le principal problème actuel des algorithmes génétiques étant la faible propension à l'exploration de l'espace complet, les recherches portent en particulier sur ce point.

- Longueur de la chaîne de gènes dynamique [Gol89], [Dav90].

- Notion de niche écologique [Gol89], [Ren95].
- Sur les croisements :
  - croisement multipoint (3,4,..) au lieu de 2 comme décrit précédemment [Gol89],
  - croisement uniforme qui est un croisement bit à bit avec une probabilité d'échanger les bits qui dépend du nombre d'échanges déjà effectués. Le croisement uniforme augmente la capacité d'exploration de l'espace total, il est surtout utilisé dans le cas de populations faibles (dans le cas de fortes populations, le nombre élevé d'individus assure déjà une bonne exploration de l'espace total [Sri94]).
- Conservation d'une génération sur l'autre du ou des meilleurs individus [Ren95].

### 3.2.4 Application des algorithmes génétiques.

Dans notre cas, nous aurions pu optimiser la variable de commande du courant dans les moteurs qui peut être considérée comme une chaîne de bits. La période d'échantillonnage étant de 7 ms et chaque commande ayant 12 bits, un pas de 2 secondes implique une séquence de 286 commandes soit 3432 bits. Afin de fixer les idées rappelons que cela représente l'équivalent de 54 nombres réels codés au format "double précision".

L'inconvénient de cette application est sa dépendance vis-à-vis de la période d'échantillonnage et de la précision des convertisseurs numériques - analogiques. Ainsi, en prenant 1 ms et 16 bits, cela représente 32 000 bits à optimiser soit l'équivalent de 500 nombres réels ! Cette voie n'a donc pas été explorée à cause de sa dépendance vis-à-vis des caractéristiques de la commande.

### 3.2.5 Conclusion.

Cette méthode est bien adaptée à la minimisation dans le cas de fonctions fortement non linéaires. La mutation est surtout utile dans le cas d'un critère à forte épistasie, le croisement étant plutôt utile dans la phase de détermination des minima locaux. Les algorithmes génétiques sont une bonne méthode intermédiaire entre les méthodes analytiques et les méthodes stochastiques.

## 3.3 Algorithmes génétiques codés réels.

Afin de résoudre le problème du codage et de la précision des paramètres dans les algorithmes génétiques, certains auteurs ont transposé les idées des algorithmes génétiques à des gènes de type réel.

### 3.3.1 Principe.

La séquence des opérations reste identique à celle des algorithmes génétiques binaires (voir figure 3.6), seules les opérations et le codage diffèrent.

Un chromosome est composé d'un ensemble de gènes réels de la forme :

$$\text{chromosome} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \dots, \alpha_n), \text{gènes} = \alpha_i, \quad i = 1..n. \quad (3.14)$$

**Croisement.** Le croisement, qui consiste à engendrer des descendants par échange de gènes, devient :

$$\left. \begin{array}{l} \text{parent1} = (\alpha_1, \|\alpha_2, \alpha_3, \|\alpha_4, \alpha_5) \\ \quad \quad \quad \uparrow \downarrow \\ \text{parent2} = (\beta_1, \|\beta_2, \beta_3, \|\beta_4, \beta_5) \end{array} \right\} \longrightarrow \begin{array}{l} \text{enfant1} = (\alpha_1, \|\beta_2, \beta_3, \|\alpha_4, \alpha_5) \\ \text{enfant2} = (\beta_1, \|\alpha_2, \alpha_3, \|\beta_4, \beta_5) \end{array} \quad (3.15)$$

ou

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{parent1} = (\alpha_1, \|\alpha_2, \alpha_3, \|\alpha_4, \alpha_5) \\
 \quad \quad \quad \uparrow \downarrow \\
 \text{parent2} = (\beta_1, \|\beta_2, \beta_3, \|\beta_4, \beta_5)
 \end{array} \right\} \longrightarrow \begin{array}{l}
 \text{enfant1} = (\alpha_1, \|\frac{\alpha_2+\beta_2}{2}, \frac{\alpha_3+\beta_3}{2}, \|\alpha_4, \alpha_5) \\
 \text{enfant2} = (\beta_1, \|\frac{\alpha_2+\beta_2}{2}, \frac{\alpha_3+\beta_3}{2}, \|\beta_4, \beta_5)
 \end{array} \quad (3.16)$$

**Mutation.** Là encore, la mutation consiste à empêcher la perte de matériel génétique. Transposé au codage réel, cela revient à ajouter un bruit sur un ou plusieurs chromosomes choisis aléatoirement.

$$\alpha'_i = \alpha_i \pm p \times \alpha_i. \quad (3.17)$$

où  $p$  est un nombre aléatoire de moyenne nulle.

[Ren95] propose une mutation dont l'amplitude décroît avec le temps, de la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 \alpha'_i &= \alpha_i + (\alpha_{i_{max}} - \alpha_i) \left(1 - r^{\left(1 - \frac{k}{k_0}\right)^5}\right) \text{ si } b = 1, \\
 \alpha'_i &= \alpha_i + (\alpha_{i_{min}} - \alpha_i) \left(1 - r^{\left(1 - \frac{k}{k_0}\right)^5}\right) \text{ si } b = 0,
 \end{aligned} \quad (3.18)$$

où :

- $\alpha_{i_{max}}$  : valeur maximum du paramètre  $\alpha_i$ ,
- $\alpha_{i_{min}}$  : valeur minimum du paramètre  $\alpha_i$ ,
- $r$  : nombre réel aléatoire donnant l'amplitude de la mutation,
- $k$  : indice de la génération courante,
- $k_0$  : indice de la dernière génération subissant une mutation,
- $b$  : nombre binaire aléatoire donnant le sens de la mutation.

Par analogie avec les algorithmes de type "recuit simulé" (voir §3.5), l'amplitude des mutations décroît au fur et à mesure que l'algorithme converge .

**Améliorations.** Afin d'améliorer la vitesse de convergence, [Ren95] propose la combinaison de plusieurs méthodes d'optimisation : algorithmes génétiques et méthodes analytiques. L'algorithme génétique recherche les minima locaux et la méthode analytique détermine rapidement la valeur du minimum de la fonction dans chaque minimum local.

### 3.3.2 Conclusion.

Les algorithmes génétiques réels présentent l'avantage de ne pas être limités par le codage des variables réelles et la forme générale de l'algorithme permet un passage aisé des algorithmes génétiques vers des méthodes de type Simplex.

## 3.4 Mise en œuvre des algorithmes génétiques.

La mise en œuvre des optimisations paramétriques a été faite en utilisant le "PGAPack Parallel Genetic Algorithm Library" [Lev96] fourni par l'Argonne National Laboratory. Cette bibliothèque permet de créer facilement et rapidement une optimisation de fonction utilisant des algorithmes génétiques codés binaires ou réels.

Cette bibliothèque très complète permet une utilisation à plusieurs niveaux :

1. Le premier niveau demande la définition de quelques paramètres fondamentaux (codage utilisé, nombre de gènes). Tous les autres paramètres sont définis par défaut.

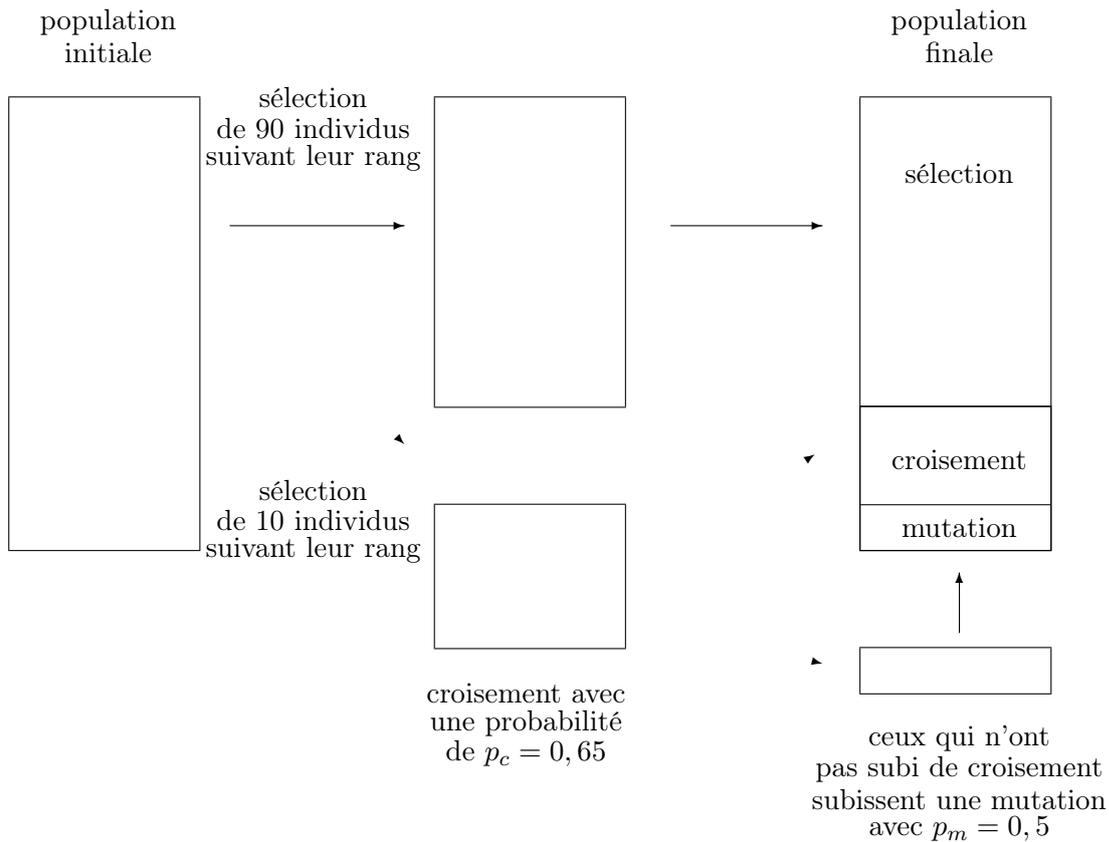


FIG. 3.7 – Principe général de l’algorithme génétique mis en œuvre.

2. Le deuxième niveau permet de changer tous les paramètres du système (ex : taille de la population, probabilité de mutation ...), mais aussi la définition de certaines fonctions (sélection, croisement ou mutation) à choisir parmi une dizaine de fonctions les plus souvent reprises dans la littérature.
3. Le troisième permet d’intégrer ses propres fonctions de sélection, de croisement, de mutation ou de créer des algorithmes hybrides.

### 3.4.1 Algorithme génétique mis en œuvre.

La figure 3.7 résume l’ensemble des choix effectués pour la mise en œuvre des algorithmes génétiques.

**Codage.** Nous avons choisi un codage réel car ce type de codage est plus adapté aux problèmes continus [Ren95].

**Taille de la population.** Dans [Sri94], l’auteur propose deux valeurs typiques de taille de population : 30 et 100. Par contre dans [Rib94] et [Ren95] les auteurs, tout en restant dans les bornes précédentes, adaptent la taille de la population à environ deux fois le nombre de gènes.

Pour notre application, nous avons utilisé plusieurs tailles de populations, de 100 à 10 000 individus. Les résultats obtenus sont équivalents tant du point de vue du nombre d’itérations nécessaires que des résultats obtenus. C’est pourquoi, les dernières optimisations

ont été faites avec une taille de population intermédiaire de 200 individus, ce qui limite un peu le temps de calcul dû à l'algorithme lui-même et, d'après [Sri94], préserve la probabilité de déterminer le minimum global.

**Taux de renouvellement.** Le taux de renouvellement est représentatif du nombre de nouveaux individus créés à chaque génération. Ce taux n'a pas de valeur empirique stable et trois méthodes coexistent :

1. le renouvellement complet de la population à chaque génération par croisement et mutation (l'idée originale des Algorithmes génétiques) [Gol89],
2. la conservation du meilleur individu de la génération précédente et renouvellement du reste de la population, méthode préconisée par [Ren95],
3. le remplacement d'une petite partie de la population initiale, le reste de la population finale étant la recopie des meilleurs individus de la précédente ou une sélection aléatoire parmi les individus de la génération précédente [Lev96].

Nous avons choisi la troisième solution avec la recopie des meilleurs, ainsi nous évitons la duplication d'individus due à la sélection aléatoire. Le taux choisi est de 10%, valeur préconisée par [Lev96].

**Sélection.** La sélection utilisée est une sélection liée au rang de l'individu et non pas à la valeur du critère qui lui est associé. Cette méthode permet d'éviter une convergence trop rapide vers un individu qui présente un critère nettement plus faible que les autres, diminuant ainsi l'exploration de l'espace total. Ce cas se produit surtout lors des optimisations avec contraintes.

**Croisement.** Le croisement choisi est un croisement à deux points. La probabilité de croisement choisie est 0,65, valeur préconisée par [Ren95] et [Sri94].

**Mutation.** La mutation est réalisée suivant l'équation (3.17) La probabilité de mutation proposée par D. Levine dans sa bibliothèque [Lev96] est :

$$p_m = 1/L, \quad (3.19)$$

où  $L$  est le nombre de gènes de chaque chromosome.

Nous pouvons calculer la probabilité que  $n$  gènes mutent :

$$P(n) = \frac{L!}{(L-n)!n!} p_m^n (1-p_m)^{(L-n)} \quad (3.20)$$

En utilisant (3.19) dans (3.20) avec  $n = 0$ , nous obtenons une probabilité de 0,36 pour  $L = 73$ , ce qui revient à dire que seulement 64% des chromosomes soumis à la mutation ont au moins un gène qui mute. Si l'on choisit la probabilité de mutation nulle, on observe sur la figure 3.8 que l'algorithme stagne dans la recherche du minimum en quelques générations. Ainsi la mutation sert à renouveler le patrimoine génétique de la population. Nous avons donc choisi :

- Une probabilité de mutation forte afin de transformer beaucoup de gènes à chaque mutation.
- Une mutation de faible amplitude afin que le nouvel individu ait un critère proche de celui qu'il avait avant de subir la mutation (donc un bon critère par rapport au reste de la population, et une forte probabilité d'être sélectionné à la prochaine génération).

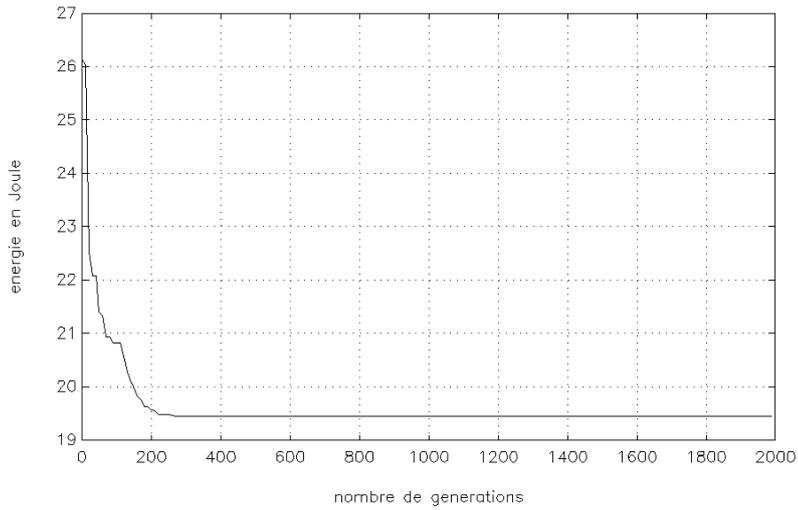


FIG. 3.8 – Optimisation sans mutation.

Nous avons choisi  $p_m$  telle que  $P(n)$  soit maximale pour  $n = L/2$ . Ainsi, statistiquement, la moitié des gènes subira une mutation.

$$\frac{\partial P(n)}{\partial p_m} = 0 \text{ pour } n = L/2. \quad (3.21)$$

L'équation (3.21) conduit à  $p_m = 0,5$ .

## 3.5 Méthode du "Recuit simulé"

### 3.5.1 Introduction

La méthode du "recuit simulé" (*Simulated Annealing*) repose sur un principe de la thermodynamique : la loi de refroidissement des métaux. Un atome donné est animé par un mouvement brownien dont l'amplitude dépend de la température. Lorsque la température décroît ce mouvement s'estompe et l'atome tend à se positionner dans un état d'énergie minimale.

### 3.5.2 Principe.

Le problème posé est la détermination d'un vecteur  $x$  qui minimise le critère  $\lambda(x)$ . La méthode du "recuit simulé" la plus simple résout le problème par un processus itératif et stochastique comme suit.

Après une initialisation aléatoire du premier point de calcul  $x_0$ , l'algorithme génère, à chaque itération, un pas aléatoire  $\delta x$  suivant une loi de probabilité de type gaussienne  $g(\delta x)$ .

$$g(\delta x) = \frac{1}{(2\pi T(k))^{-n/2}} e^{-\frac{(\delta x)^2}{2T(k)}} \quad (3.22)$$

Le nouveau point de calcul est :

$$x_{k+1} = x_k + \delta x. \quad (3.23)$$

Deux cas peuvent se présenter :

1. Le nouveau point est meilleur :  $\lambda(x_{k+1}) < \lambda(x_k)$ ,  
le point est accepté et le processus recommence.
2. Le nouveau point est plus mauvais :  $\lambda(x_{k+1}) > \lambda(x_k)$ ,  
le nouveau point peut être accepté suivant une probabilité :

$$p_k = \exp \left[ -\frac{\lambda(x_{k+1}) - \lambda(x_k)}{T(k)} \right] \quad (3.24)$$

A chaque itération la "température"  $T(k)$  diminue suivant la loi :

$$T(k) = \frac{T_0}{\ln(1+k)}. \quad (3.25)$$

Une valeur minimale de  $T_0$  est proposée par [Haj88] qui assure une convergence statistique vers un minimum global.

Ainsi lorsque la température est grande, l'algorithme peut quitter un minimum local, soit par un saut direct, soit par un point intermédiaire de critère plus grand. Au fur et à mesure que la température décroît, la longueur du pas diminue et la probabilité d'accepter un pas  $\delta x$  qui fait augmenter le critère décroît. L'algorithme finit par générer des pas de faible amplitude et n'accepter pratiquement plus de pas qui font augmenter le critère, les pas qui le font diminuer étant toujours acceptés. Cette méthode permet statistiquement de trouver un minimum global mais demande un très grand nombre d'itérations.

### 3.5.3 Extensions - Améliorations.

Par extension, de nombreuses méthodes se rapportent à celle-ci du moment que la probabilité d'acceptation du pas est de la forme de celle présentée par l'équation (3.24).

Parmi les améliorations proposées dans la littérature, notons celle due à [Ing92] : "Fast Annealing" où  $g(\delta x)$  et  $T(k)$  sont choisis tels que :

$$g(\delta x) = \frac{T(k)}{((\delta x)^2 + T(k)^2)^{(n+1)/2}} \quad (3.26)$$

et

$$T(k) = \frac{T_0}{k} \quad (3.27)$$

L'auteur propose donc une loi de décroissance plus rapide, tout en conservant la mobilité du point de calcul.

D'autre part, notons aussi la modification de [Pre92] qui introduisent dans la méthode du Simplex une probabilité d'acceptation du pas. Cet algorithme présente l'avantage de converger vers l'algorithme classique du Simplex (voir [Pre92]) lorsque la température décroît.

### 3.5.4 Mise en œuvre du "recuit simulé".

Pour la mise en œuvre de la méthode du "recuit simulé", nous avons choisi l'algorithme proposé par [Pre92].

L'algorithme présente trois phases distinctes mais imbriquées :

1. lorsque la température est grande vis-à-vis du critère, pratiquement tous les déplacements sont acceptés, le Simplex s'agrandit et explore l'espace,
2. lorsque la température est du même ordre de grandeur que le critère, le Simplex converge vers les grandes "vallées" tout en acceptant des déplacements qui augmentent le critère, ce qui lui permet de sortir des rugosités de celui-ci,
3. lorsque la température est faible vis-à-vis du critère, l'algorithme détermine le minimum local qui, selon toute probabilité, est le minimum global.

**Choix de la température.** Il est nécessaire de choisir une température initiale  $T_0$  et une loi de décroissance au cours du temps. B. Hajcek a démontré dans [Haj88] qu'une décroissance de la forme :

$$T(k) = \frac{T_0}{\ln(1+k)} \quad (3.28)$$

associée à une probabilité d'acceptation du pas de la forme :

$$p_k = \exp \left[ -\frac{\lambda(x_{k+1}) - \lambda(x_k)}{T(k)} \right] \quad (3.29)$$

assure statistiquement la détermination d'un minimum global à condition de choisir  $T_0$  supérieur au maximum de profondeur de tous les minima locaux, minimum global exclu.

Le maximum de profondeur de tous les minima locaux est impossible à déterminer, c'est pourquoi certains auteurs [Pre92] [Ing92] préconisent l'emploi d'une valeur largement supérieure à une approximation de ce second membre.

Nous avons borné cette profondeur maximale par :

$$T_0 = 10 \times \text{la valeur maximale du critère à l'initialisation}, \quad (3.30)$$

la valeur minimale du critère étant minimisée par 0.



# Chapitre 4

## Prise en compte des contraintes.

### 4.1 Forme de la contrainte.

Dans le chapitre précédent, nous avons élaboré différentes méthodes pour l'optimisation des paramètres décrivant un pas du robot. Les pas obtenus ne sont pas réalisables physiquement sur un sol plat, le pied mobile passant *sous* le sol. L'obtention de pas réalistes passe donc par une optimisation paramétrique avec une contrainte : "Le pied mobile doit passer au-dessus du sol". La prise en compte de cette contrainte ( $Z > 0$ ) implique le calcul du modèle géométrique présenté au paragraphe 3.1.

Nous avons généralisé cette contrainte en introduisant un obstacle au milieu du pas. Cet obstacle a été modélisé par deux modèles mathématiques différents. Le premier modèle limite l'espace atteignable par : d'une part le sol (zone 1) et d'autre part une surface rectangulaire (zone 2), ces deux zones étant interdites au pied mobile. Le deuxième modèle interdit également l'accès à un demi-plan limité par le sol et un triangle (zone3) tel que représenté sur la figure 4.1

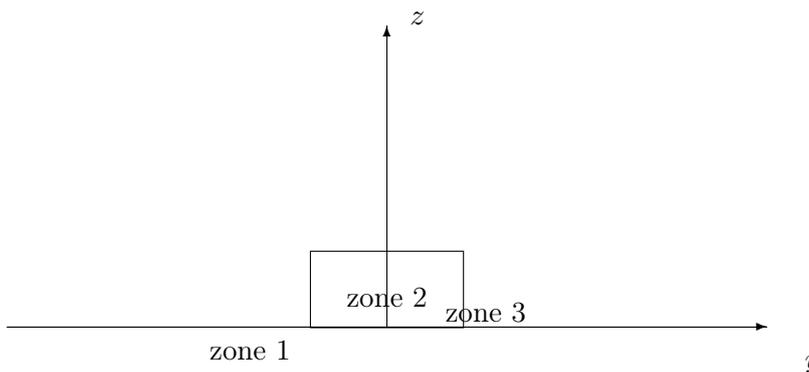


FIG. 4.1 – Contraintes géométriques sur un pas.

Les contraintes représentées figure 4.1 sont celles appliquées au centre du pied mobile. Les extrémités du pied mobile sont soumises à la même forme de contrainte, mais translatée d'une demi-longueur du pied.

Cette contrainte géométrique du sol et de l'obstacle sera la seule prise en compte, en effet les contraintes sur les couples et les vitesses des axes sont a priori inutiles car les couples et vitesses obtenus pour les démarches à énergie minimale sans contrainte sont dans notre cas nettement inférieurs aux limites physiques du système.

## 4.2 Prise en compte des contraintes

La prise en compte dans l'algorithme des contraintes est le plus souvent faite par l'intermédiaire de l'augmentation du critère en fonction du non respect des contraintes par une fonction de pénalité : (*en anglais : penalty function*) [Fle90].

$$\lambda'_a(x, r) = \lambda(x) + r \sum_i C_i(x)^T C_i(x). \quad (4.1)$$

Une autre forme est aussi souvent utilisée, les fonctions barrières (*en anglais : barrier function*) [Fle90]. Par exemple :

$$\lambda'_b(x, r) = \lambda(x) + r \sum_i [C_i(x)]^{-1}. \quad (4.2)$$

Ces fonctions sont le plus souvent utilisées avec des méthodes d'optimisation sous contraintes qui garantissent que chaque point testé respecte les contraintes "interior method".

Le paramètre  $r$  sert à régler le dépassement des contraintes qui est toléré. Si  $r$  est faible l'optimisation donnera un point qui dépasse les contraintes. Par contre si  $r$  devient grand, le calcul de la fonction  $\lambda'(x, r)$  et de ses dérivées sera entaché d'erreurs de calcul. Dans tous les cas, cette méthode de prise en compte des contraintes rend la fonction  $\lambda'(x, r)$  non convexe et multi-modale.

Les méthodes d'optimisation stochastiques convergent même si la fonction est non convexe et/ou multi-modale. Les auteurs qui abordent le sujet [Rab95] [Hom94] proposent des fonctions d'augmentation de types paliers.

Ces fonctions ont été testées sans succès, les trois algorithmes utilisés ne convergent que rarement vers un pas réaliste et souvent vers des pas irréalistes. Ces fonctions introduisent de larges "vallées" et augmentent la "rugosité" du critère à cause de la non linéarité de la contrainte.

## 4.3 Modèle de contrainte classique.

L'analyse des résultats de l'optimisation sans contraintes montre que le pied mobile passe sous le sol mais le dépassement de la contrainte, (quelques millimètres à quelques centimètres), est faible. Par contre, l'introduction de la contrainte par le biais de l'augmentation artificielle du critère conduit à des pas irréalistes.

La fonction de pénalité doit alors :

- présenter une discontinuité, pour éviter un compromis contrainte - critère,
- ne pas perturber la convergence due au critère seul lorsque la contrainte est largement dépassée.

La prise en compte des deux arguments précédents nous conduit à une fonction de pénalité de la forme :

$$\begin{aligned} C(\max(\Delta_Z(t))) &= \gamma \exp(-\alpha \max(\Delta_Z(t))) && \text{si } \max(\Delta_Z(t)) > 0, \\ &= 0 && \text{si } \max(\Delta_Z(t)) \leq 0, \\ \lambda'(x, \Delta_Z) &= \lambda(x) + C(\max(\Delta_Z(t))). \end{aligned} \quad (4.3)$$

où :

- $\Delta_Z(t)$  : dépassement de la contrainte,
- $\lambda'(x, \Delta_Z)$  : critère augmenté de la fonction de pénalité,
- $\alpha$  et  $\gamma$  : réels positifs.

La fonction de pénalité  $C$  est représentée figure 4.2. La forme utilisée permet un réglage indépendant de la valeur de la discontinuité à l'origine,  $\gamma$ , et de la décroissance de la fonction de pénalité par la variation de  $\alpha$ .  $\gamma$  et  $\alpha$  sont calculés en utilisant les valeurs du critère  $\lambda$  et du

dépassement de la contrainte  $\max(\Delta_Z(t))$  obtenues pour une optimisation sans contrainte :  $\lambda_{\bar{C}}, \max(\Delta_{Z_{\bar{C}}})$ .

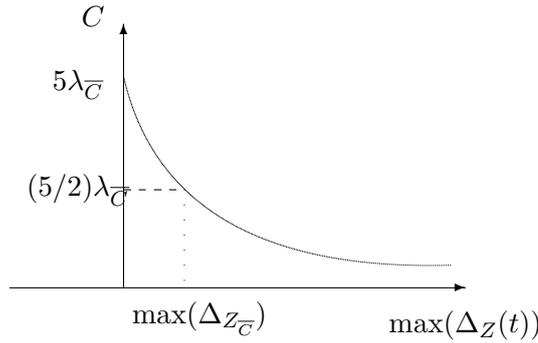


FIG. 4.2 – Forme de la contrainte "mathématique".

$$\begin{cases} \gamma &= 5 \times \lambda_{\bar{C}} \\ \alpha &= \frac{\log(1/2)}{\max(\Delta_{Z_{\bar{C}}})} \end{cases}$$

Les coefficients 5 et 1/2 sont le fruit de l'expérience.

Ce critère modifié sera utilisé par la suite pour l'optimisation et les résultats sont donnés au chapitre 1.2

### 4.4 Modèle de contrainte élastique.

Nous avons préalablement constaté que les algorithmes d'optimisation convergent bien tant que le critère est calculé à partir d'éléments physiques. Par contre, dès que la contrainte est mise en œuvre via le modèle mathématique, la convergence est plus incertaine. On pense alors à l'approche, largement utilisée dans la littérature, des champs de potentiel répulsifs [Vol90], [Kro84].

La contrainte est introduite par un modèle simplifié du contact du pied mobile avec le sol. Ce modèle est fondé sur l'hypothèse d'un sol élastique. Sa déformation crée une force verticale de type ressort de compression et une force horizontale de type frottement visqueux.

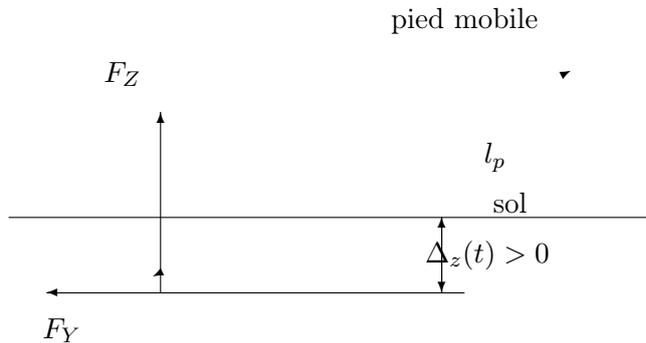


FIG. 4.3 – Forces dues au contact avec le sol élastique.

$$\begin{aligned} F_Z(t) &= e^{R \times \Delta_Z(t)} - 1, & \text{si } \Delta_Z(t) > 0 \\ &= 0, & \text{si } \Delta_Z(t) \leq 0 \\ F_Y(t) &= f_{v_{sol}} \dot{y}(t), & \text{si } \Delta_Z(t) > 0 \\ &= 0, & \text{si } \Delta_Z(t) \leq 0. \end{aligned} \tag{4.4}$$

où :

$$\begin{cases} R & : \text{ raideur,} \\ f_{v_{sol}} & : \text{ coefficient de frottement visqueux.} \end{cases}$$

En outre, les valeurs numériques de la raideur et du coefficient de frottement visqueux ont été choisies afin d'améliorer la rapidité de convergence des algorithmes et non à partir de la nature du matériau constituant le sol.

Le modèle dynamique utilisé est toujours celui présenté au paragraphe 3.3. Le pied fixe est toujours considéré comme une base fixe. Cette modélisation du sol peut être interprétée comme une modélisation de la raideur de la semelle du pied, à condition de supposer que la diminution d'épaisseur de cette semelle, soumise au poids de l'ensemble de la structure et aux efforts dûs au mouvement, soit négligeable.

#### 4.4.1 Prise en compte de la contrainte dans la méthode du Simplex.

Malgré sa robustesse, la méthode du Simplex converge mal lorsque la contrainte du sol est modélisée par les fonctions de pénalité proposées aux paragraphes 4.3 et 4.4. Nous avons donc essayé de transformer cette méthode en une méthode s'approchant des méthodes "intérieures" (en anglais : interior methods) [Cab95].

Pour cela nous proposons trois changements de l'algorithme initial (voir figure 3.5) :

1. Si moins des 2/3 des vecteurs ne respectent plus la contrainte alors l'algorithme est l'algorithme classique, où la contraction est remplacée par :

$$x_i^{k+1} = \frac{x_i^k + x_{l_c}^k}{2}, \quad \forall x_i^k / C(x_i^k) > 0, \quad \text{contraction.} \quad (4.5)$$

où  $x_{l_c}^k$  est le vecteur donnant le critère le plus faible et respectant la contrainte.

2. Si plus de 1/3 des vecteurs ne respectent pas les contraintes, alors, si après une *réflexion* le vecteur réfléchi ne respecte pas la contrainte, nous provoquons une contraction (4.5).

3. Dès que la contrainte n'est plus respectée par plus des 2/3 des vecteurs nous procédons à un *repliement* du Simplex autour de la contrainte en appliquant la relation :

$$x_i^{k+1} = -\delta x_i^k + (1 + \delta) x_{l_c}^k, \quad \forall x_i^k / C(x_i^k) > 0, \quad \text{avec } \delta = 1/2, \quad \text{repliement,} \quad (4.6)$$

Si la contrainte est perpendiculaire à la direction du minimum, le *repliement* participe à la contraction.

En résumé, les modifications de l'algorithme pour la prise en compte de la contrainte sont :

- Si plus de 2/3 des vecteurs respectent la contrainte, pas de changement par rapport à l'algorithme initial.
- Si plus de 1/3 des vecteurs du Simplex ne respectent pas la contrainte, le Simplex "glisse sur" la contrainte.
- Dès que 2/3 des vecteurs ne respectent pas la contrainte, le Simplex "glisse autour" de la contrainte (équation. 4.6).

Les valeurs 1/3 et 2/3 ont été déterminées empiriquement.

## 4.5 Application sur les algorithmes génétiques

Il est intéressant de constater que toutes les méthodes d'optimisation paramétrique sous contraintes consistent à intégrer les contraintes dans le critère 4.2. Cela implique qu'à chaque évaluation d'un individu l'algorithme procède au calcul de toutes les contraintes et à celui du critère pour en déduire un critère modifié incluant les contraintes.

Cette façon de procéder présente deux inconvénients :

- le temps de calcul est long,
- la valeur du critère doit être "réaliste" en présence de paramètres ostensiblement mauvais.

Ce deuxième point a d'ailleurs donné lieu à des résultats aberrants lors de premières tentatives d'optimisation. Les frottements étaient modélisés par des polynômes du troisième degré, qui représentaient bien la réalité dans le cas de vitesses correctes ( $\dot{q}_i < 10rad.s^{-1}$ ), mais qui soumis à des vitesses excessives ( $\dot{q}_i > 100rad.s^{-1}$ ) donnaient des pertes mécaniques par frottement négatives ! L'algorithme d'optimisation a donc rapidement convergé vers des critères négatifs.

Cette constatation amène à considérer un principe d'optimisation fondé sur les contraintes plutôt que sur le critère. L'idée consiste à effectuer une sélection progressive des individus qui respectent les contraintes. Les contraintes sont classées par leur temps de calcul, celles demandant un temps de calcul faible en tête. Chaque individu est alors évalué vis-à-vis des contraintes et reçoit une note :

$$N = (i||C_i), \quad (4.7)$$

avec

$$\begin{cases} N & : \text{Note de l'individu,} \\ i & : \text{Numéro de la première contrainte non satisfaite,} \\ C_i & : \text{Critère associé à la contrainte } i \end{cases}$$

Tous les individus sont ainsi notés puis classés selon :

1. le numéro de la dernière contrainte satisfaite,
2. la valeur du critère associé.

Dès qu'une contrainte n'est pas satisfaite, le calcul s'arrête, épargnant le calcul des contraintes suivantes.

Le principe de classement et de sélection suivant leur rang des individus permet ainsi de réduire progressivement l'espace de recherche total.

Les contraintes sur notre robot sont multiples :

- Contraintes géométriques,
- Contraintes de vitesse,
- Contraintes de couples.

On peut aussi ajouter des contraintes supplémentaires qui relèvent du "bon sens" telles que :

- le pied mobile ne doit pas passer au dessus des hanches,
- aucun axe ne doit faire un tour complet.

Ces contraintes sont classées par le volume de calculs nécessaires :

type de contraintes		calculs nécessaires
vitesse articulaire	$\ \dot{q}_i\  < q_{max}$	calcul des trajectoires articulaires
position articulaire	$\ q_i\  < q_{max}$	calcul des trajectoires articulaires
géométriques	axe $i$ au dessus du sol	calcul du modèle géométrique
	pied au-dessus du sol	
couples	$\ \dot{q}_i\  < q_{max}$	calcul du modèle dynamique

La mise en œuvre de cette méthode montre un gain net en temps de calcul sur les premières générations. Mais après quelques générations presque tous les individus respectent les

premières contraintes. Aussi la convergence est normale mais le gain de temps sur l'ensemble de l'optimisation est faible.

En fait cet essai d'implantation de l'optimisation sous contraintes est surtout intéressant du point de vue de l'optimisation paramétrique sur un modèle et ses limites. L'implantation de ces limites nous garantit la convergence vers un point où les différents modèles utilisés fournissent des valeurs correctes. Par la même occasion, nous évitons par ce biais la convergence vers des zones mal modélisées.

## Cinquième partie

# Résultats sur les démarches à énergie minimale.



# Chapitre 1

## Résultats de l'optimisation énergétique.

Dans cette partie nous présentons le fruit des optimisations faites en utilisant les trois algorithmes choisis au paragraphe 2.3.5. Les optimisations sont faites pour des temps de pas variant de 0,5 seconde à 3 secondes. Les courbes présentées représentent l'énergie consommée sur un pas. Les pas optimisés sont des pas uniques.

Le modèle de robot utilisé est celui présenté au chapitre I. A l'aide de ce modèle nous créons deux autres structures différentes :

1. Une structure possédant des ressorts de torsion situés sur les axes des réducteurs comme présenté au chapitre 2. La raideur des ressorts sera optimisée par la méthode utilisée.
2. Une structure identique au robot bipède réel, mais de masse  $m_3 = 13$  kg.

L'utilisation de ces trois modèles différents, nous permettra de conclure quant à la robustesse de la méthode et ses capacités à optimiser des paramètres physiques.

### 1.1 Résultats sans contrainte.

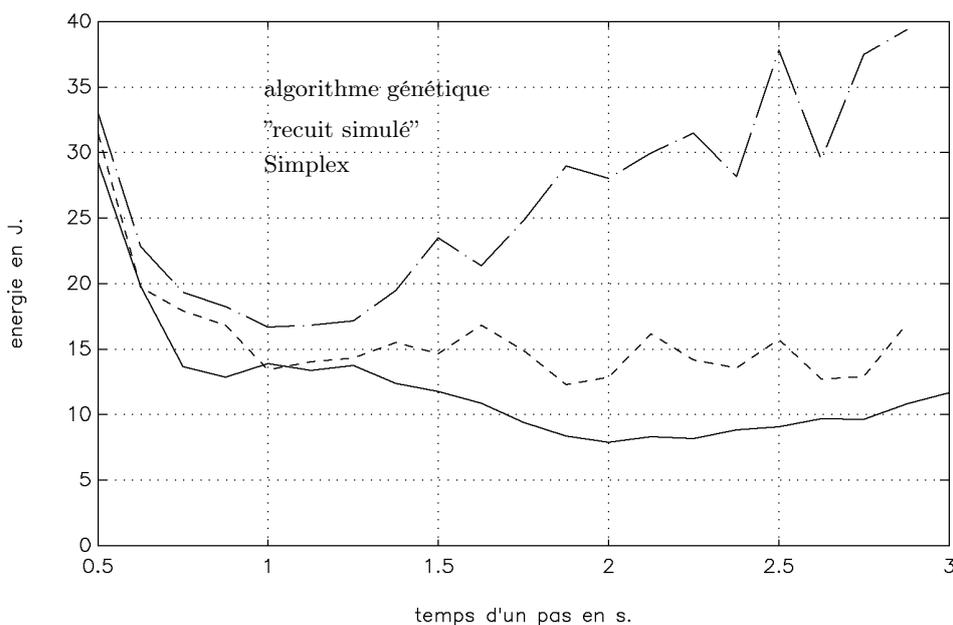


FIG. 1.1 – Consommation énergétique en fonction du temps d'un pas sans contrainte.

La figure 1.1 montre la consommation énergétique en fonction du temps du pas, pour un pas unique. Chaque point représenté est le meilleur de deux points calculés pour chaque méthode et pour chaque temps.

Nous pouvons observer que les algorithmes génétiques déterminent un meilleur point que les autres algorithmes. Dans la première partie de la courbe ( $t < 1,5s$ ), les résultats sont équivalents pour les trois algorithmes. Quelques relances des algorithmes "recuit simulé" et Simplex détermineraient sans doute le minimum global. Par contre dans la deuxième partie de la courbe ( $t > 1,5s$ ), les algorithmes génétiques déterminent des points nettement meilleurs.

Ceci est dû à l'aptitude des algorithmes génétiques à explorer simultanément deux ou plusieurs minima locaux. En effet dans cette partie de la courbe, et pour cette optimisation en particulier, les pas peuvent comporter zéro ou une oscillation (voir les tracés des pas 2.1 et 2.2). La méthode du Simplex converge trop rapidement dans l'une des vallées, la méthode du "recuit simulé" a des difficultés à explorer plusieurs minima locaux de valeurs proches et la vallée contenant le pas optimal sans oscillation est trop large pour permettre un saut vers un autre minimum.

## 1.2 Résultats avec la contrainte "mathématique".

Dans cette partie, nous présentons des résultats obtenus avec la prise en compte de la contrainte du sol par le modèle mathématique défini au paragraphe 4.3 que nous appellerons contrainte "mathématique". Les optimisations se font toujours sur les trois structures présentées au paragraphe 2.

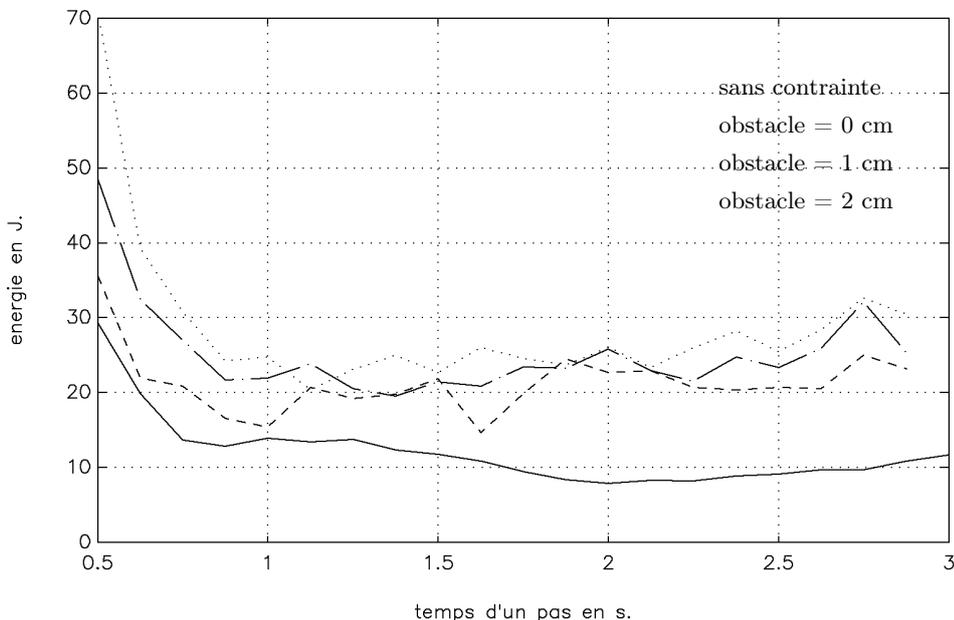


FIG. 1.2 – Consommation énergétique pour 3 hauteurs de l'obstacle avec la contrainte "mathématique".

Cette contrainte est fortement non linéaire vis-à-vis des paramètres, aussi la convergence des algorithmes est particulièrement lente. Nous avons, dans cette partie, simplifié le problème en imposant que le pied mobile soit toujours horizontal.

Cette hypothèse étant faite, la convergence est nettement plus rapide et donne de bons

résultats. Les pas obtenus, s'ils ne représentent pas toujours le minimum global, respectent toujours la contrainte.

La figure 1.2 montre la consommation énergétique pour un pas unique ( $\dot{q}_i(0) = 0$ ). Les courbes de la consommation énergétique avec ou sans ressorts tendent vers une valeur constante d'environ 20 Joules avec des variations. Ces variations s'expliquent par le fait que tous les points ne sont pas le minimum global recherché. Néanmoins, la position moyenne de chaque courbe (figure 1.3) indique que l'évitement de l'obstacle consomme de l'énergie, cette surconsommation étant liée comme on pouvait s'y attendre à l'altitude de l'obstacle.

Pour les temps de pas courts ( $t < 1,5s$ ) la consommation diffère peu, par contre pour les temps de pas longs ( $t > 2s$ ), la consommation double sous l'effet de la contrainte due à l'obstacle. En fait, pour ces temps de pas, l'optimum sans contrainte conduit à un pas présentant une oscillation (voir figure 2.2). La présence de la contrainte empêche cette oscillation, puisqu'elle devrait se faire avec le genou de la jambe mobile plié. Le mouvement du genou consomme de l'énergie par effet Joule dû au couple fourni pour compenser le couple de gravité.

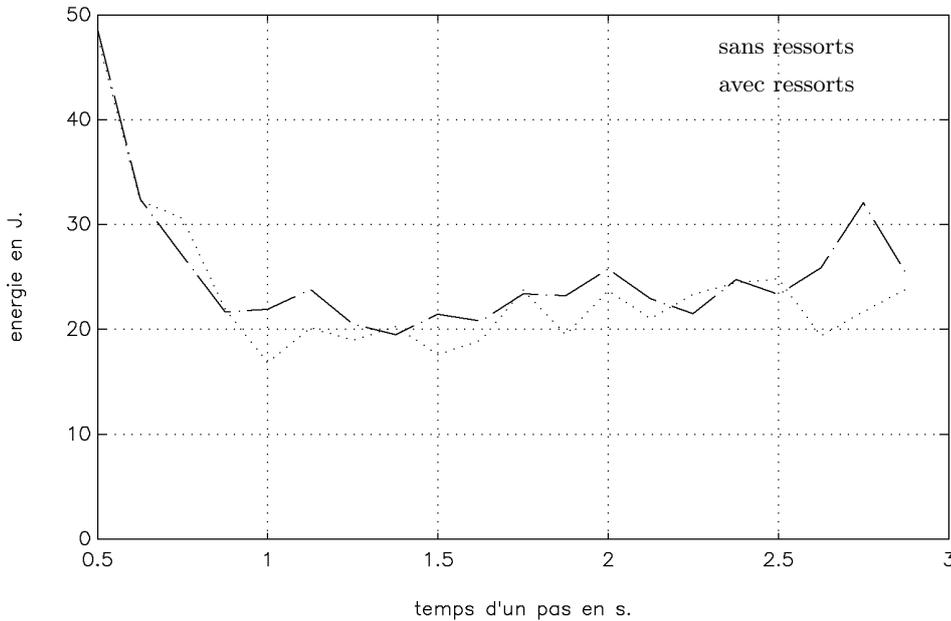


FIG. 1.3 – Consommation énergétique avec et sans ressorts (contrainte "mathématique" de 1 cm).

La figure 1.3 compare la consommation avec et sans ressorts sur les axes du robot. La valeur de la raideur des ressorts est optimisée par l'algorithme de la même façon que les coefficients des séries de Fourier.

Ainsi, pour ce calcul le vecteur de paramètres contient trois coefficients supplémentaires. Des considérations de symétrie nous amènent à choisir la position de repos des ressorts nulle, ainsi dans la position de repos (robot vertical) le couple de rappel des ressorts est nul.

Les raideurs des ressorts déterminées pour un temps de pas de deux secondes sont :

- axes 1 et 5 :  $k = 0,017$  Nm/rad,
- axes 2 et 4 :  $k = 0$  Nm/rad,
- axe 3 :  $k = 1,84$  Nm/rad.

Les valeurs numériques précédentes montrent que, sur notre structure, seul l'axe 3 se comporte comme un oscillateur pendant le déplacement.

On remarque que la consommation avec ressorts est légèrement plus faible que sans ressorts. Pour des temps de cycle courts, ( $T < 0,8$  s), la différence n'est pas significative. Les optimisations effectuées sont trop peu nombreuses pour pouvoir en conclure que notre robot bipède se comporte différemment des systèmes biologiques. et n'utilise des ressorts que pour les temps de cycle longs.

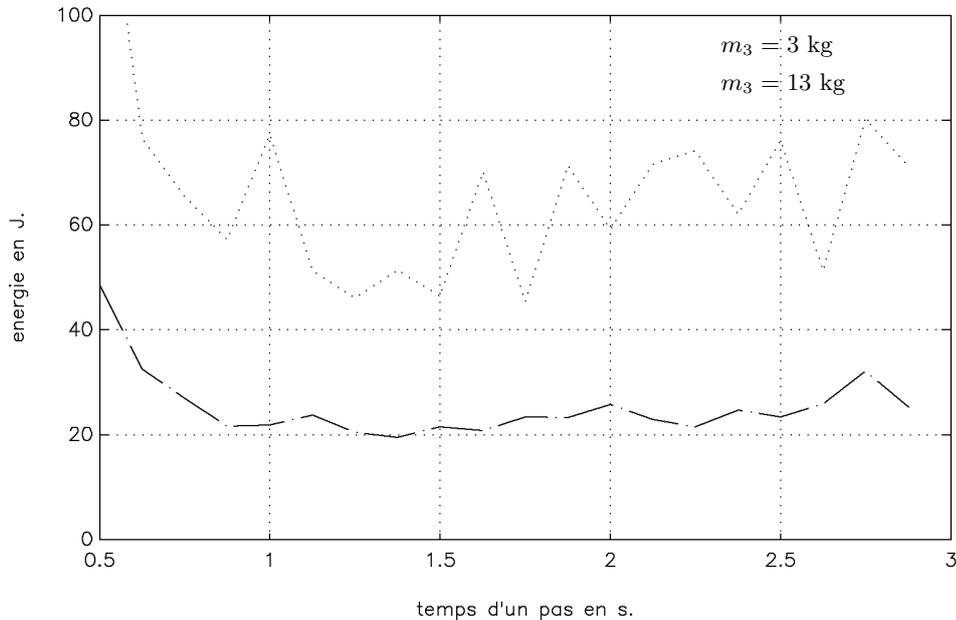


FIG. 1.4 – Consommation énergétique avec  $m_3 = 3\text{kg}$  et  $m_3 = 13\text{kg}$  (contrainte "mathématique" de 1 cm).

La figure 1.4 montre l'augmentation de la consommation liée à l'augmentation de la masse des hanches  $m_3$ . La différence est pratiquement indépendante du temps du pas et correspond à une augmentation de l'ordre de 20 Joules.

### 1.3 Résultats avec la contrainte "physique".

Nous allons dans ce paragraphe présenter les résultats obtenus en utilisant la contrainte de sol élastique que nous appellerons contrainte "physique". L'étude est faite avec 3 modèles différents du robot bipède. Le premier est donné par l'expression du modèle dynamique double (équation 3.7) décrite au paragraphe 3.3. Le deuxième modèle comprend en plus un ressort de torsion associé à chaque articulation. Le troisième modèle reprend le modèle dynamique double avec une masse ponctuelle supplémentaire au niveau des hanches.

Dans ce paragraphe, les contraintes sont modélisées par une fonction de potentiel élastique du sol décrite au paragraphe 4.4.

La figure 1.5 montre la consommation énergétique en fonction du temps d'un pas pour trois structures différentes (avec et sans ressorts et avec  $m_3 = 13$  kg). La courbe pour  $m_3 = 13$  kg se détache nettement. Cette augmentation de masse des hanches provoque une

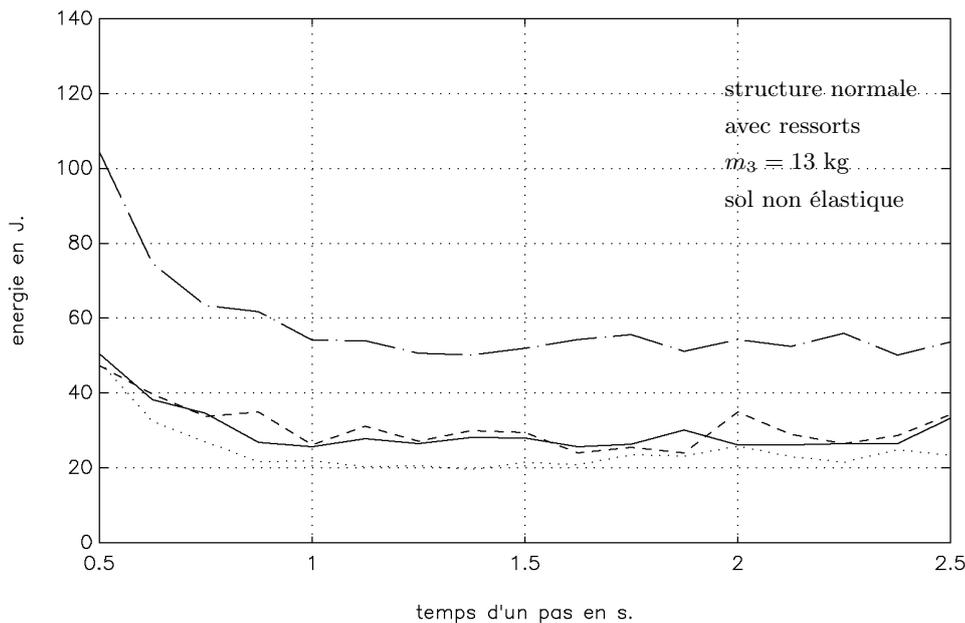


FIG. 1.5 – Consommation énergétique avec le sol élastique (contrainte "physique" de 1 cm).

augmentation de consommation constante d'environ 30 Joules, et ce quel que soit le modèle de la contrainte utilisé.

Cette figure montre également que la structure avec ressorts nécessite la même consommation énergétique que la structure sans ressort.

## 1.4 Convergence des algorithmes.

Dans le cadre des optimisations précédentes, nous avons tracé le meilleur critère obtenu en fonction du nombre d'itérations.

La figure 1.6 montre le meilleur critère obtenu en fonction du nombre d'itérations réalisées pour les algorithmes génétiques et la méthode du "recuit simulé". Nous pouvons remarquer que la méthode du "recuit simulé" stagne pendant un grand nombre d'itérations. Cela est dû à la température élevée au début de l'optimisation, qui fait accepter des points présentant un grand critère. A partir de 55 000 itérations, l'algorithme converge vers la méthode du Simplex et détermine le minimum local de la vallée.

L'algorithme génétique détermine rapidement la meilleure combinaison des gènes existants. Par contre, la convergence se fait plus lentement par la suite car les individus sont très proches les uns des autres.

Du point de vue du temps de calcul, les différents algorithmes sont équivalents. Une optimisation demande entre 120 000 et 300 000 itérations, ce qui représente environ 1 heure de calcul sur un processeur de type Pentium à 90 Mhz, l'une des courbes représentées figure 1.1 demande 1 à 2 jours de calcul.

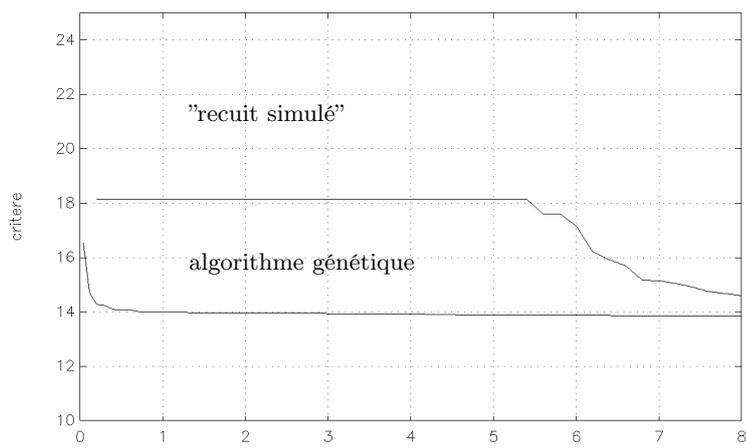


FIG. 1.6 – Comparaison des convergences entre les méthodes de "recuit simulé" et les algorithmes génétiques.

## Chapitre 2

# Trajectoires du pied mobile.

Les figures des pages suivantes, montrent le pas du robot dans les différentes configurations étudiées précédemment. Dans le cas de l'optimisation avec la contrainte du sol élastique, nous représentons les forces engendrées par le contact avec la contrainte (sol et obstacle). Pour la clarté de la figure seule la jambe mobile est représentée.

Les figures 2.1 et 2.2 montrent les pas obtenus par optimisation sans contrainte en 1 et 2 secondes. Nous pouvons remarquer que le robot se comporte, dans le cas des temps de pas longs, comme un oscillateur mécanique et entretient son oscillation (voir paragraphe 2.3.2). Dans le cas des temps de trajet courts, la position verticale des cinq axes et du pied mobile varie peu, minimisant le transfert d'énergie cinétique en énergie potentielle.

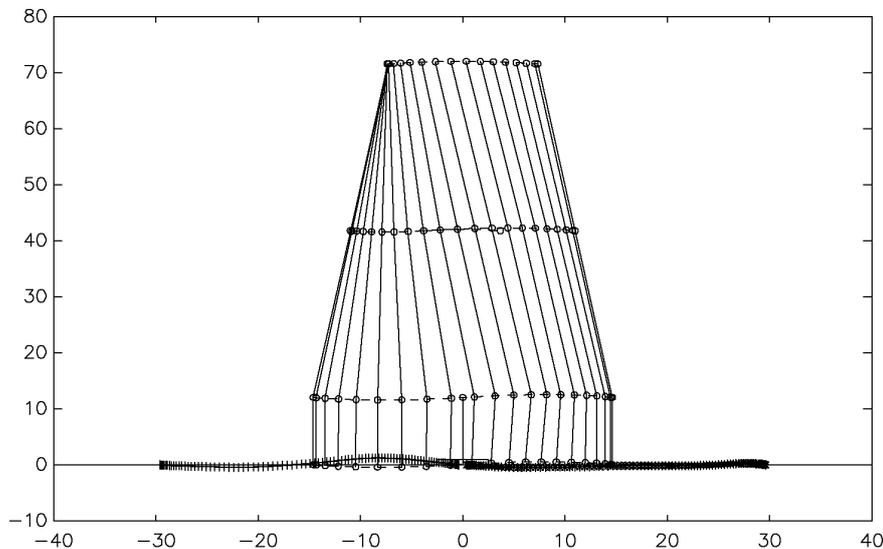


FIG. 2.1 – Pas du robot effectué en 1 s sans contrainte (cm/cm).

Les figures 2.3 2.4 et 2.5 montrent les pas effectués par le robot pour un obstacle de 1 cm, le pied mobile étant horizontal.

L'on peut remarquer que l'augmentation de la masse  $m_3$  conduit à un pas identique à celui déterminé pour  $m_3 = 3$  kg. Par contre, pour le pas avec ressorts, la démarche change et s'approche de celle d'une autruche.

La visualisation de l'effet du sol élastique sur les trois structures (figures 2.7, 2.9) et 2.11) montre un choc contre l'obstacle dans les deux cas, et une déformation du sol au départ du pas pour les structures sans ressort. La figure 2.11 montre une déformation nettement supérieure lorsque  $m_3 = 13$  kg.

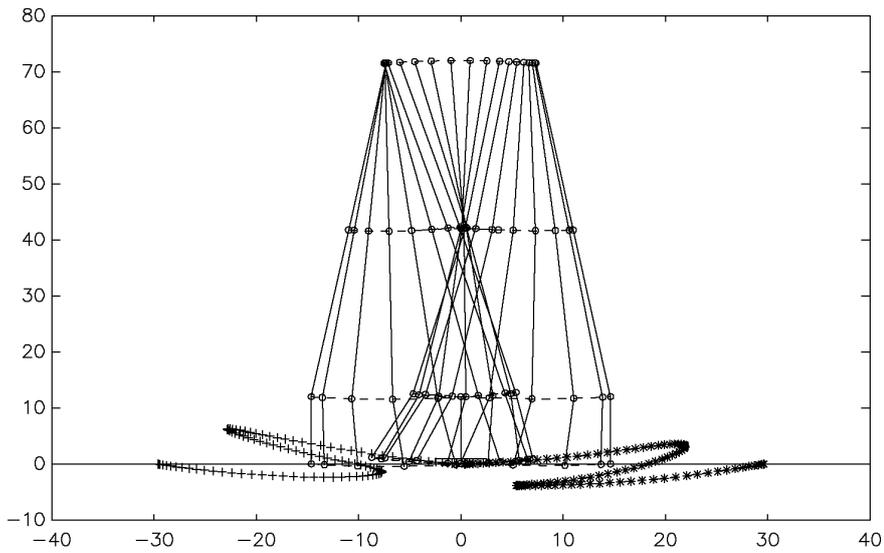


FIG. 2.2 – Pas du robot effectué en 2 s sans contrainte (cm/cm).

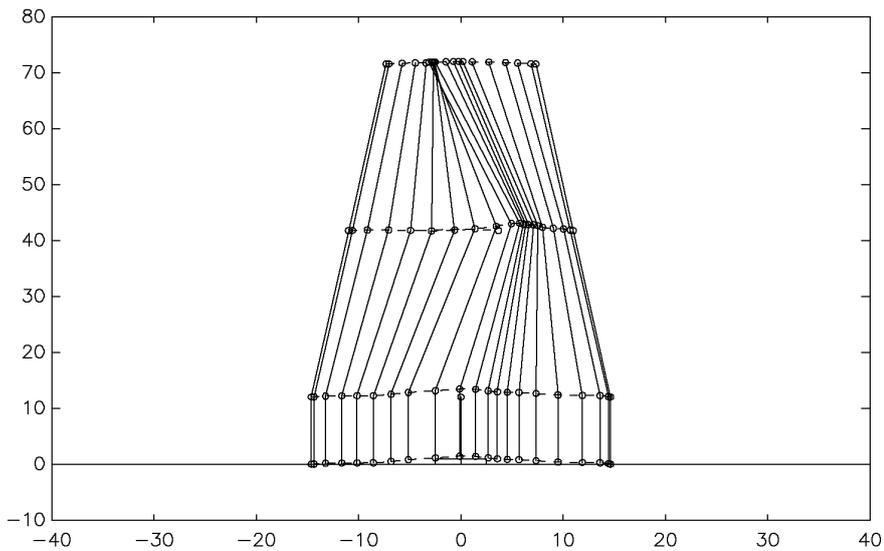


FIG. 2.3 – Pas du robot effectué en 1,5 s (contrainte "mathématique" de 1 cm) (cm/cm).

La visualisation des pas effectués montre que pendant une partie du pas le robot est une chaîne cinématique fermée. Au départ du pas, le robot utilise le sol afin de diminuer les couples moteurs et "profite" de l'élasticité du sol pour accélérer. A la fin du pas, il utilise à nouveau le sol, en particulier les frottements, afin de freiner. Plus la charge augmente, plus cette utilisation est visible, par contre la présence de ressorts dans le système atténue ce phénomène.

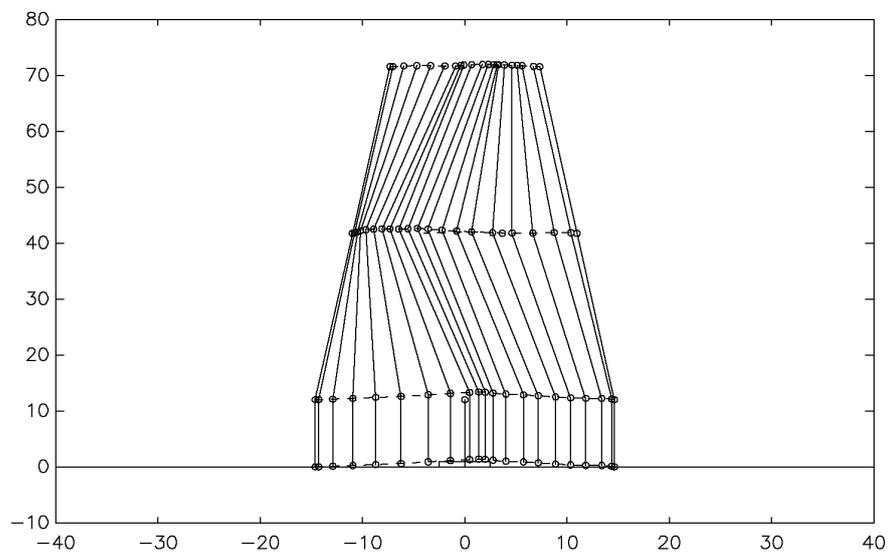


FIG. 2.4 – Pas du robot avec ressorts effectué en 1,5 s (contrainte "mathématique" de 1 cm) (cm/cm).

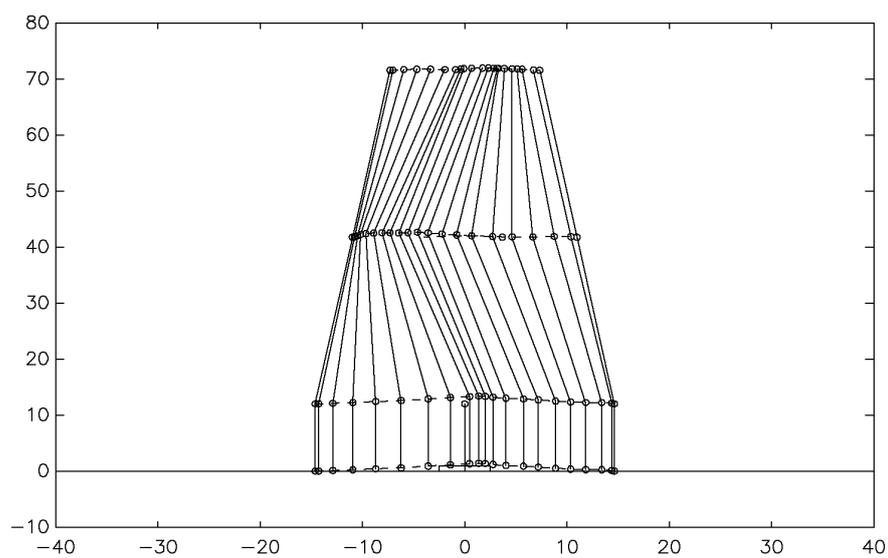


FIG. 2.5 – Pas du robot avec  $m_3 = 13$  kg effectué en 1,5 s (contrainte "mathématique" de 1 cm) (cm/cm).

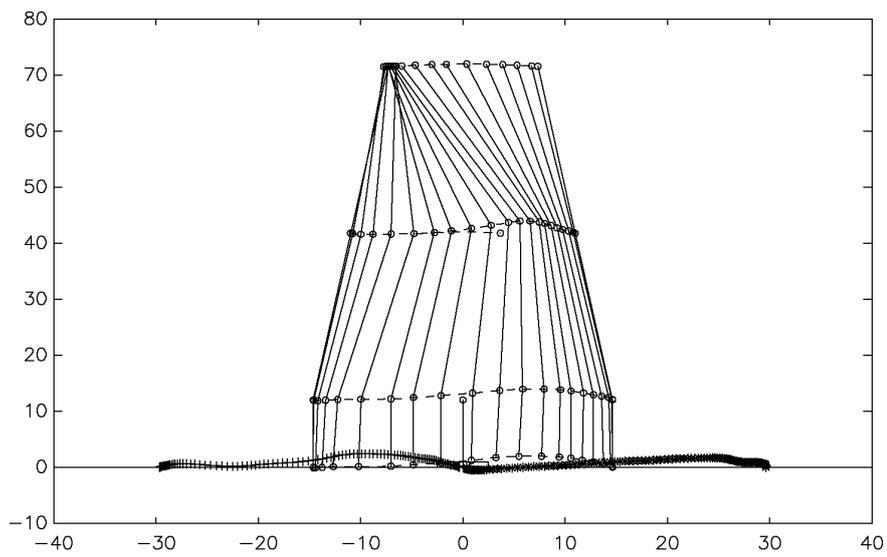


FIG. 2.6 – Pas du robot effectué en 1 s avec un contrainte de 1 cm et un sol élastique (cm/cm).

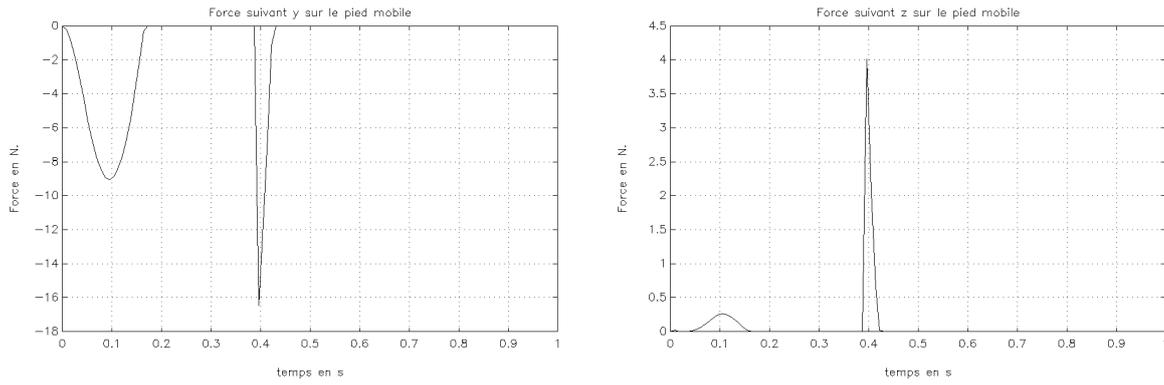


FIG. 2.7 – Forces horizontales et verticales en fonction du temps pour un pas de 1s avec un contrainte de 1 cm et un sol élastique (cm/cm).

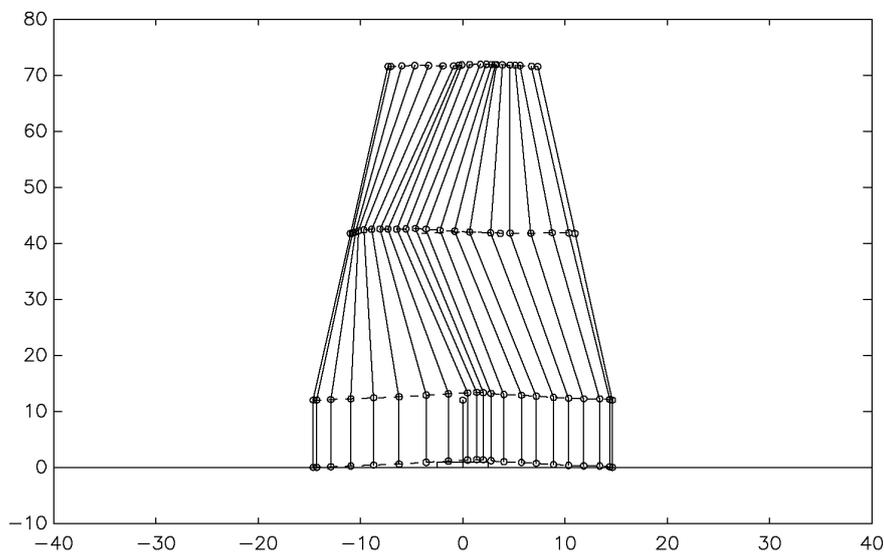


FIG. 2.8 – Pas du robot avec ressorts effectué en 1 s avec un contrainte de 1 cm et un sol élastique (cm/cm).

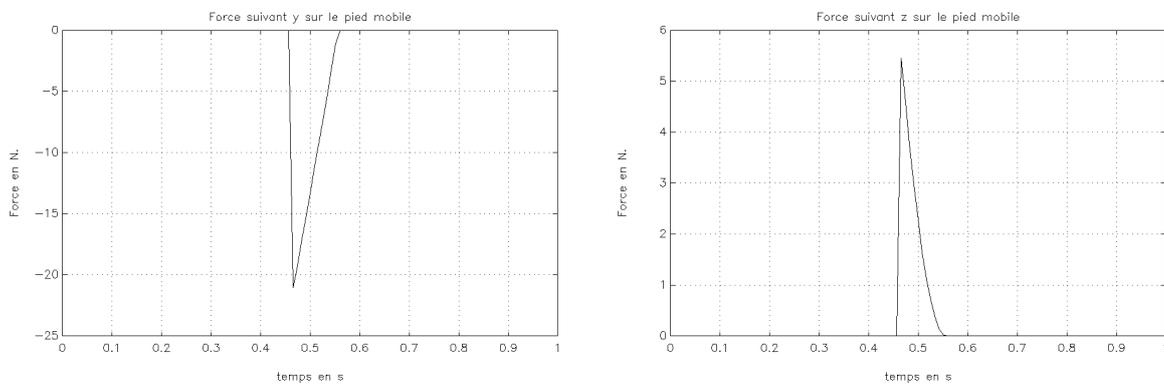


FIG. 2.9 – Forces horizontales et verticales en fonction du temps pour un pas de 1s avec un contrainte de 1 cm et un sol élastique (structure avec ressorts) (cm/cm).

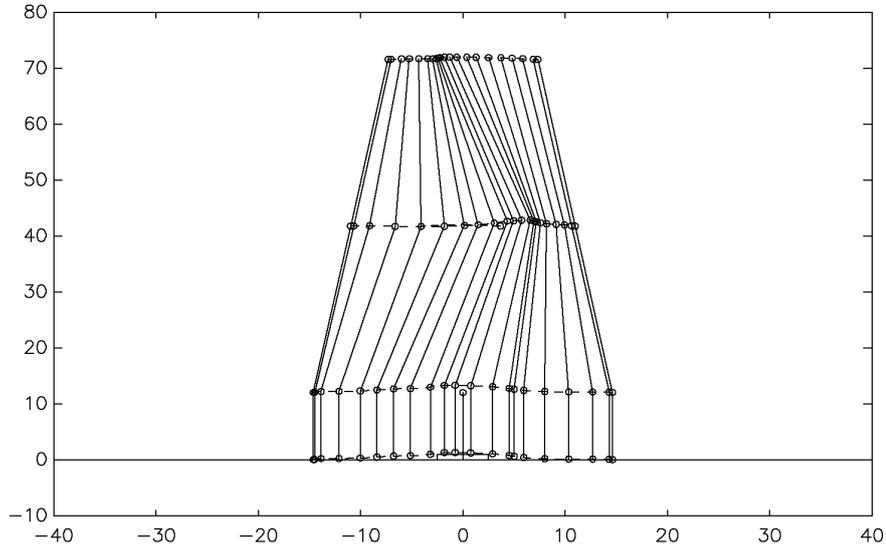


FIG. 2.10 – Pas du robot avec  $m_3 = 13$  kg effectué en 1 s avec un contrainte de 1 cm et un sol élastique (cm/cm).

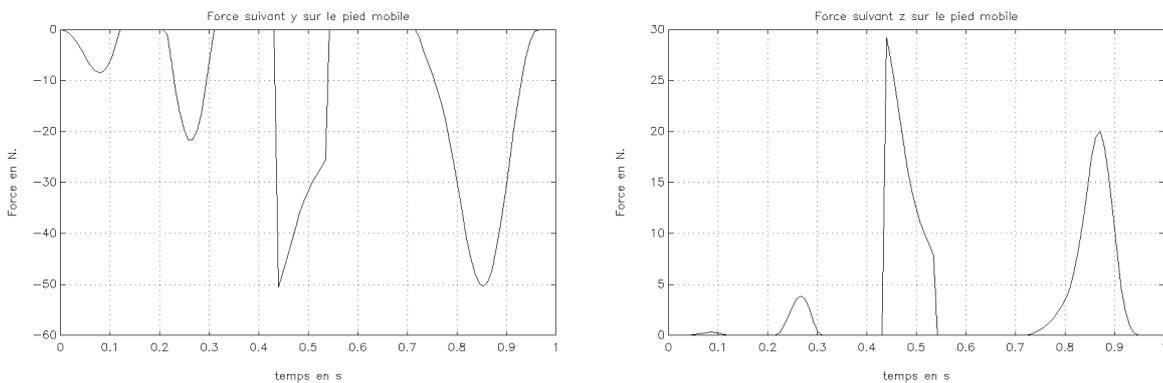


FIG. 2.11 – Forces horizontales et verticales en fonction du temps pour un pas de 1s avec un contrainte de 1 cm et un sol élastique ( $m_3 = 13$  kg) (cm/cm).

## Chapitre 3

# Aspects temporels des trajectoires articulaires.

Tous les résultats calculés sont donnés en annexe B.

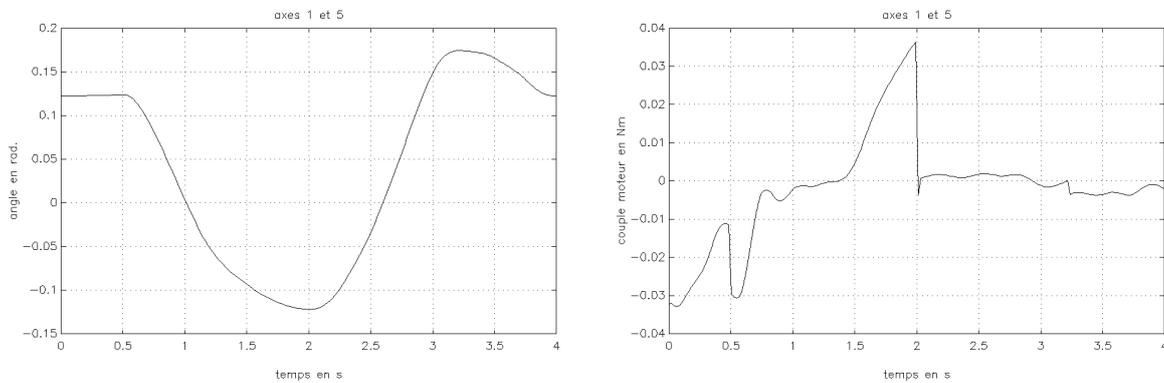


FIG. 3.1 – Position et couple des axes 1 et 5 en fonction du temps pour un pas de 2s sans contrainte.

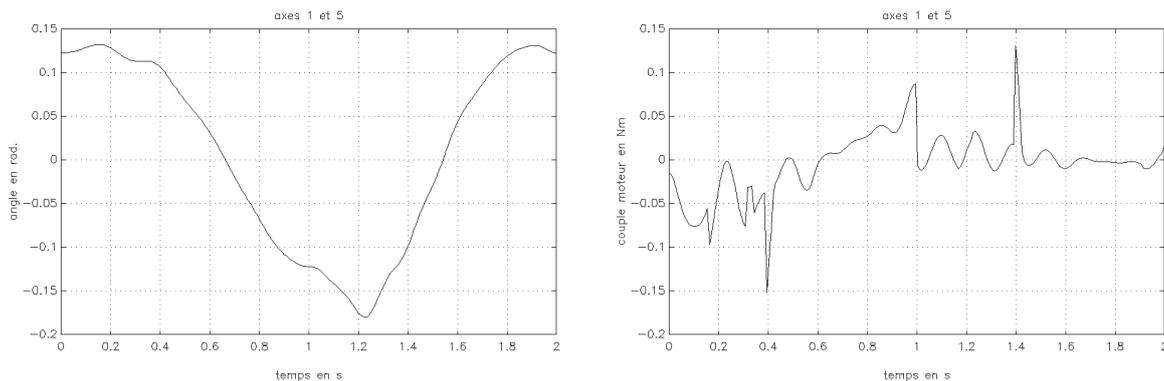


FIG. 3.2 – Position et couple des axes 1 et 5 en fonction du temps pour un pas de 1s avec un contrainte de 1 cm.

La visualisation des positions en fonction du temps (figure 3.1) montre comme l'on s'y attendait des courbes aux variations lentes. Par contre les commandes présentent des discontinuités importantes liées au modèle dynamique double (voir §3.3) et au modèle de frottement. Ces discontinuités sont aussi, mais dans une moindre mesure, liées aux frottements modélisés qui présentent une discontinuité (voir §3.4). Ce phénomène s'accroît sur

les trajectoires obtenues par optimisation avec une contrainte et par la diminution du temps de pas (voir figure 3.2).

Les couples moteurs présentés sont à comparer avec le couple maximal du motoréducteur qui est de  $10,6/265 = 0,04$  Nm.

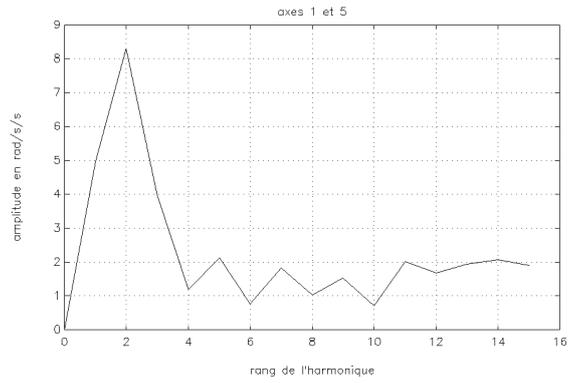
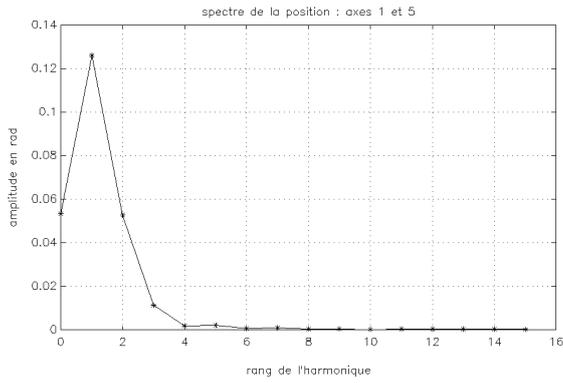


FIG. 3.3 – Spectre de position et d'accélération des axes 1 et 5 pour un pas de 1s.

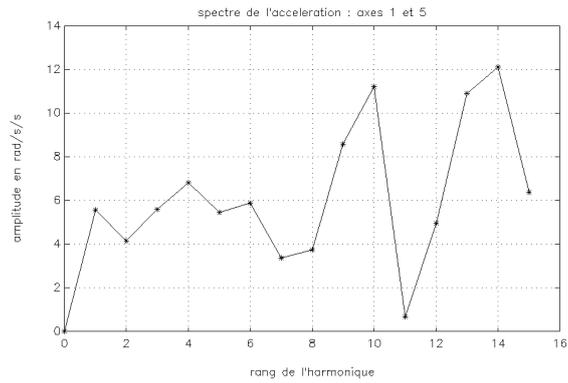
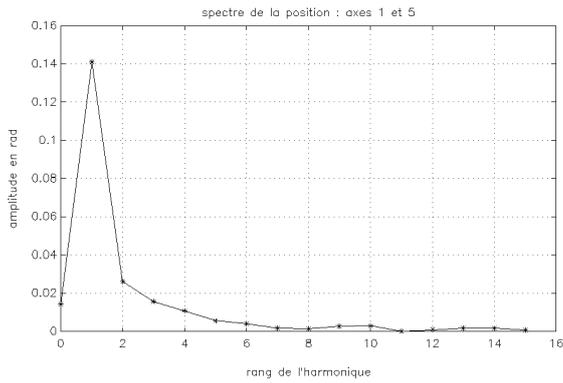


FIG. 3.4 – Spectre de position et d'accélération des axes 1 et 5 pour un pas de 1 s avec un contrainte de 1 cm.

La visualisation des spectres montre que le choix de quinze harmoniques par axe est correct si l'on s'en tient à la précision sur la position (figure 3.3). Par contre, les spectres des accélérations ne convergent pas. En fait ces spectres laissent penser que l'accélération est telle qu'elle essaye de réduire les discontinuités de couple des moteurs. Là aussi, la prise en compte d'une contrainte accentue le phénomène (voir figure 3.4).

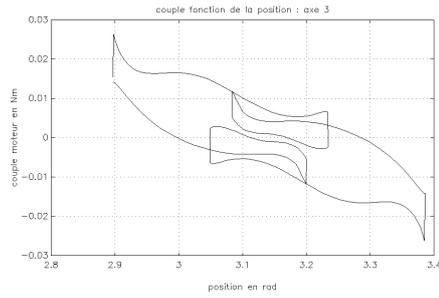


FIG. 3.5 – Couple fonction de la position de l’axe 3 pour un pas de 2s sans contrainte.

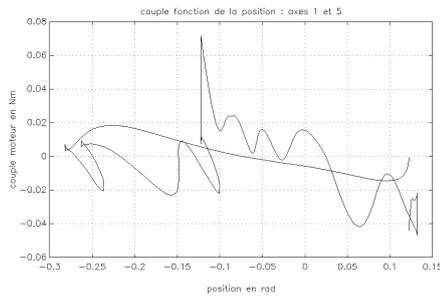


FIG. 3.6 – Couple fonction de la position des axes 1 et 5 pour un pas de 1,5 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

Les figures 3.5 et 3.6 montrent le couple de chaque axe représenté en fonction de la position de cet axe. La figure 3.5 montre une dépendance du couple articulaire par rapport à la position de l’axe. La courbe de la figure V.21 peut être approchée par une loi du type  $C = -kq$ . L’utilisation d’un ressort lié à l’axe de sortie permet par conséquent de diminuer le couple moteur et donc les pertes par effet Joule (voir figure 3.5).

# Conclusion générale



# Conclusion

Ce travail traite de la méthodologie de conception d'un robot marcheur autonome.

Nous avons abordé plusieurs points essentiels du processus de conception, à savoir les choix et les contraintes liés à la structure mécanique, l'autonomie, l'amélioration du rendement énergétique global et enfin la méthode de détermination des trajectoires du robot répondant à des contraintes d'environnement spatiales.

Une étude bibliographique de la mobilité de systèmes biologiques, aussi bien bipèdes que quadrupèdes, nous a apporté des éléments de réflexion et a permis de dégager trois aspects du problème. En premier, la forme et les matériaux des pieds constituent des éléments essentiels de la conversion de l'énergie cinétique en énergie potentielle. Ensuite, l'utilisation d'éléments flexibles (ressorts) permet un stockage temporaire de l'énergie. Enfin, il existe une indissociabilité de la constitution et des démarches.

Ces idées nous ont alors conduit à étudier le rendement d'une chaîne de conversion de l'énergie électrique sur un robot autonome. Cette étude montre que la récupération de l'énergie cinétique de la structure sous forme électrique présente un mauvais rendement. Par conséquent, et suivant les inspirations biologiques, nous avons étudié un actionneur flexible composé d'un motoréducteur à courant continu et d'un ressort de torsion.

L'étude permet le choix de la raideur en fonction des trajectoires du système. Ainsi il est possible de déterminer une raideur diminuant les temps de cycle et l'énergie nécessaire pour le déplacement si les trajectoires désirées sont cycliques. De fait, cet actionneur présente des caractéristiques énergétiques et temporelles très intéressantes pour une utilisation dans le cadre des robots mobiles à pattes.

L'étude des matériaux de construction montre sur un robot simplifié que le choix d'un matériau dépend fortement du cahier des charges du robot (vitesses articulaires, déformations tolérées). Le choix du matériau passe donc, là encore, par la détermination des trajectoires du système.

Pour la détermination des trajectoires minimales en énergie, nous avons choisi d'utiliser une méthode fondée sur la décomposition en séries de Fourier des trajectoires articulaires suivie d'une optimisation des coefficients de ces séries par une méthode paramétrique.

Cette décomposition tient compte de la périodicité de la démarche et permet aisément d'ajouter des contraintes d'état initial (positions, vitesses). Ainsi, nous pouvons décrire les positions articulaires au cours d'un pas par un vecteur d'une centaine de paramètres. Ce vecteur est ensuite optimisé par une méthode d'optimisation paramétrique.

Après la présentation des différentes méthodes citées dans la littérature, nous avons mis en œuvre trois d'entre elles, à savoir :

- les algorithmes d'ordre 0 : méthode du Simplex de Nelder & Mead,
- les algorithmes génétiques,
- la méthode du "recuit simulé".

Les premiers résultats obtenus avec ces trois méthodes montrent que les méthodes d'ordre 0 ne sont pas adaptées à notre problème. Mais les algorithmes génétiques et la méthode du "recuit simulé" optimisent le vecteur de paramètres. Les démarches obtenues ne respectent pas les contraintes, c'est pourquoi l'étape suivante consiste en la détermination d'une fonction de pénalité permettant la prise en compte de la contrainte liée au sol.

Nous mettons en œuvre une fonction de pénalité sans signification physique. Cette contrainte n'agit pas pour les grands dépassements de la contrainte, laissant ainsi agir la convergence "naturelle" vers des trajectoires à faible dépassement observées lors des optimisations sans contraintes. Pour les faibles dépassements, elle augmente le critère et présente une discontinuité à la limite de la contrainte pour éviter tout compromis critère-contrainte.

La convergence des optimisations sous contraintes devient dès lors nettement plus difficile, à cause de l'extrême non linéarité de la contrainte vis-à-vis des paramètres. Seules des démarches avec le pied mobile horizontal convergent. Néanmoins quelques résultats intéressants ont été obtenus, ainsi la présence de ressorts diminue la consommation énergétique. D'autre part les algorithmes d'optimisation optimisent *simultanément* les trajectoires et la raideur de chaque ressort.

Nous proposons ensuite la prise en compte de la contrainte du sol par un modèle de sol élastique. Le contact du pied mobile avec le sol produit deux forces, une force verticale due à l'élasticité du sol et une force horizontale homogène à un frottement visqueux.

L'utilisation de ce modèle du sol améliore sensiblement la convergence des algorithmes d'optimisation. Les démarches obtenues présentent des phases de double support.

Les résultats obtenus sont encourageants. La méthode proposée étant indépendante de la forme du modèle, celui-ci peut être non linéaire et présenter des discontinuités. En outre, le modèle utilisé peut comporter des grandeurs physiques à optimiser. La méthode proposée optimisera simultanément les trajectoires et les grandeurs structurelles.

Dès lors, nous pouvons envisager l'utilisation de modèles de robots marcheurs plus complexes. Les exemples biologiques nous engagent à utiliser un modèle de robot possédant un tronc et à modéliser les phases de double support. Ce modèle plus complet devra prendre en compte un modèle du contact entre les pieds et le sol. Enfin l'on peut imaginer que tous ces modèles présenteront des grandeurs physiques à optimiser telles que la raideur des pieds, la longueur des liens, la nature des actionneurs ou la répartition des masses.

Le nombre de paramètres augmentant, le temps de calcul risque de devenir excessif. Aussi, le choix de l'algorithme d'optimisation est-il primordial. Les algorithmes génétiques présentent des caractéristiques adaptées au problème d'optimisation globale.

En effet, le principe du croisement fait apparaître des "niches écologiques", par exemple, la niche des marcheurs de type humain et celle des marcheurs de type autruche. Ces "niches" permettent alors de scinder les problèmes en plusieurs sous-problèmes. Par ailleurs, rien n'empêche, de changer de méthode d'optimisation s'il s'avère que dans une niche, la topologie locale de la fonction de coût est plus adaptée à une autre méthode d'optimisation.

Sans vouloir créer un écosystème virtuel de robots marcheurs, la méthode proposée est un moyen, simple à mettre en œuvre, de vérifier l'optimalité de démarches obtenues par ailleurs. Enfin si nous observons, pendant la convergence, les paramètres prépondérants dans le critère choisi, alors notre méthode se transforme en une méthode d'étude et de recherche!

## Annexe A

# Modèle dynamique selon le formalisme de Lagrange

### A.1 Modèle dynamique complet.

Tous calculs faits, le modèle dynamique de la structure mécanique du robot écrit selon le formalisme de Lagrange est :

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \Gamma_{R_1} \\ \vdots \\ \Gamma_{R_5} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{15} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{55} & \dots & a_{55} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \vdots \\ \ddot{q}_5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{15} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{51} & \dots & b_{55} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1^2 \\ \vdots \\ \dot{q}_5^2 \end{pmatrix} \\
 &+ \begin{pmatrix} c_{112} & c_{113} & c_{114} & c_{115} & c_{123} & c_{124} & c_{125} & c_{134} & c_{135} & c_{145} \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ c_{512} & c_{513} & c_{514} & c_{515} & c_{523} & c_{524} & c_{525} & c_{534} & c_{535} & c_{545} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ \dot{q}_1 \dot{q}_3 \\ \dot{q}_1 \dot{q}_4 \\ \dot{q}_1 \dot{q}_5 \\ \dot{q}_2 \dot{q}_3 \\ \dot{q}_2 \dot{q}_4 \\ \dot{q}_2 \dot{q}_5 \\ \dot{q}_3 \dot{q}_4 \\ \dot{q}_3 \dot{q}_5 \\ \dot{q}_4 \dot{q}_5 \end{pmatrix} \\
 &- \begin{pmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Gamma_{ext_1} \\ \vdots \\ \Gamma_{ext_5} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

#### A.1.1 Matrice A

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= m_1 z_{G_1}^2 + m_2 (l_1^2 + z_{G_2}^2) + m_3 (l_1^2 + l_2^2 + z_{G_3}^2) + m_4 (l_1^2 + 2l_2^2 + z_{G_4}^2) + m_5 (2l_1^2 + 2l_2^2 + z_{G_5}^2) + 2m_2 l_1 z_{G_2} C_2 + \\
 &+ m_3 (2l_1 l_2 C_2 + 2l_1 z_{G_3} C_{23} + 2l_2 z_{G_3} C_3) + m_4 (2l_1 l_2 C_2 + 2l_1 l_2 C_{23} + 2l_2^2 C_3 + 2l_1 z_{G_4} C_{234} + 2l_2 z_{G_4} C_{34} + \\
 &+ 2l_2 z_{G_4} C_4) + m_5 (2l_1 l_2 C_2 + 2l_1 l_2 C_{23} + 2l_1^2 C_{234} + 2l_2^2 C_3 + 2l_1 l_2 C_{34} + 2l_1 l_2 C_4 + 2l_1 z_{G_5} C_{2345} + \\
 &+ 2l_2 z_{G_5} C_{345} + 2l_2 z_{G_5} C_{45} + 2l_1 z_{G_5} C_5) + I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{22} &= m_2 z_{G_2}^2 + m_3 (l_2^2 + z_{G_3}^2) + m_4 (2l_2^2 + z_{G_4}^2) + m_5 (l_1^2 + 2l_2^2 + z_{G_5}^2) + 2m_3 l_2 z_{G_3} C_3 + m_4 (2l_2^2 C_3 + \\
 &+ 2l_2 z_{G_4} C_{34} + 2l_2 z_{G_4} C_4) + m_5 (2l_2^2 C_3 + 2l_1 l_2 C_4 + 2l_1 l_2 C_{34} + 2l_2 z_{G_5} C_{345} + 2l_2 z_{G_5} C_{45} + 2l_1 z_{G_5} C_5) + \\
 &+ I_2 + I_3 + I_4 + I_5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{33} &= m_3 z_{G_3}^2 + m_4 (l_2^2 + z_{G_4}^2) + m_5 (l_1^2 + l_2^2 + z_{G_5}^2) + 2m_4 l_2 z_{G_4} C_4 + m_5 (2l_1 l_2 C_4 + 2l_2 z_{G_5} C_{45} + 2l_1 z_{G_5} C_5) + \\
 &+ I_3 + I_4 + I_5
 \end{aligned}$$

$$a_{44} = m_4 z_{G_4}^2 + m_5 (l_1^2 + z_{G_5}^2) + 2m_5 l_1 z_{G_5} C_5 + I_4 + I_5$$

$$a_{55} = m_5 z_{G_5}^2 + I_5$$

$$a_{12} = a_{21} = m_2 z_{G_2}^2 + m_3 (l_2^2 + z_{G_3}^2) + m_4 (2l_2^2 + z_{G_4}^2) + m_5 (l_1^2 + 2l_2^2 + z_{G_5}^2) + m_2 l_1 z_{G_2} C_2 + m_3 (l_1 l_2 C_2 + l_1 z_{G_3} C_{23} + 2l_2 z_{G_3} C_3) + m_4 (l_1 l_2 C_2 + l_1 l_2 C_{23} + 2l_2^2 C_3 + l_1 z_{G_4} C_{234} + 2l_2 z_{G_4} C_{34} + 2l_2 z_{G_4} C_4) + m_5 (l_1 l_2 C_2 + l_1 l_2 C_{23} + l_1^2 C_{234} + 2l_2^2 C_3 + 2l_1 l_2 C_{34} + 2l_1 l_2 C_4 + l_1 z_{G_5} C_{2345} + 2l_2 z_{G_5} C_{345} + 2l_2 z_{G_5} C_{45} + 2l_1 z_{G_5} C_5) + I_2 + I_3 + I_4 + I_5$$

$$a_{13} = a_{31} = m_3 z_{G_3}^2 + m_4 (l_2^2 + z_{G_4}^2) + m_5 (l_1^2 + l_2^2 + z_{G_5}^2) + m_3 (l_1 z_{G_3} C_{23} + l_2 z_{G_3} C_3) + m_4 (l_1 l_2 C_{23} + l_2^2 C_3 + l_1 z_{G_4} C_{234} + l_2 z_{G_4} C_{34} + 2l_2 z_{G_4} C_4) + m_5 (l_1 l_2 C_{23} + l_1^2 C_{234} + l_2^2 C_3 + l_1 l_2 C_{34} + 2l_1 l_2 C_4 + l_1 z_{G_5} C_{2345} + l_2 z_{G_5} C_{345} + 2l_2 z_{G_5} C_{45} + 2l_1 z_{G_5} C_5) + I_3 + I_4 + I_5$$

$$a_{14} = a_{41} = m_4 z_{G_4}^2 + m_5 (l_1^2 + z_{G_5}^2) + m_4 (l_1 z_{G_4} C_{234} + l_2 z_{G_4} C_{34} + l_2 z_{G_4} C_4) + m_5 (l_1^2 C_{234} + l_1 l_2 C_{34} + l_1 l_2 C_4 + l_1 z_{G_5} C_{2345} + l_2 z_{G_5} C_{345} + l_2 z_{G_5} C_{45} + 2l_1 z_{G_5} C_5) + I_4 + I_5$$

$$a_{15} = a_{51} = m_5 z_{G_5}^2 + m_5 (l_1 z_{G_5} C_{2345} + l_2 z_{G_5} C_{345} + l_2 z_{G_5} C_{45} + l_1 z_{G_5} C_5) + I_5$$

$$a_{23} = a_{32} = m_3 z_{G_3}^2 + m_4 (l_2^2 + z_{G_4}^2) + m_5 (l_1^2 + l_2^2 + z_{G_5}^2) + m_3 (l_2 z_{G_3} C_3) + m_4 (l_2^2 C_3 + l_2 z_{G_4} C_{34} + 2l_2 z_{G_4} C_4) + m_5 (l_2^2 C_3 + l_1 l_2 C_{34} + 2l_1 l_2 C_4 + l_2 z_{G_5} C_{345} + 2l_2 z_{G_5} C_{45} + 2l_1 z_{G_5} C_5) + I_3 + I_4 + I_5$$

$$a_{24} = a_{42} = m_4 z_{G_4}^2 + m_5 (l_1^2 + z_{G_5}^2) + m_4 (l_2 z_{G_4} C_{34} + l_2 z_{G_4} C_4) + m_5 (l_1 l_2 C_{34} + l_1 l_2 C_4 + l_2 z_{G_5} C_{345} + l_2 z_{G_5} C_{45} + 2l_1 z_{G_5} C_5) + I_4 + I_5$$

$$a_{25} = a_{52} = m_5 z_{G_5}^2 + m_5 (l_2 z_{G_5} C_{345} + l_2 z_{G_5} C_{45} + l_1 z_{G_5} C_5) + I_5$$

$$a_{34} = a_{43} = m_4 z_{G_4}^2 + m_5 (l_1^2 + z_{G_5}^2) + m_4 l_2 z_{G_4} C_4 + m_5 (l_1 l_2 C_4 + l_2 z_{G_5} C_{45} + 2l_1 z_{G_5} C_5) + I_4 + I_5$$

$$a_{35} = a_{53} = m_5 z_{G_5}^2 + m_5 l_2 z_{G_5} C_{45} + m_5 l_1 z_{G_5} C_5 + I_5$$

$$a_{45} = a_{54} = m_5 z_{G_5}^2 + m_5 l_1 z_{G_5} C_5 + I_5$$

### A.1.2 Matrice B

$$b_{11} = b_{22} = b_{33} = b_{44} = b_{55} = 0$$

$$b_{21} = -b_{12} = m_2 l_1 z_{G_2} S_2 + m_3 (l_1 l_2 S_2 + l_1 z_{G_3} S_{23}) + m_4 (l_1 l_2 S_2 + l_1 l_2 S_{23} + l_1 z_{G_4} S_{234}) + m_5 (l_1 l_2 S_2 + l_1 l_2 S_{23} + l_1^2 S_{234} + l_1 z_{G_5} S_{2345})$$

$$b_{31} = -b_{13} = m_3 (l_1 z_{G_3} S_{23} + l_2 z_{G_3} S_3) + m_4 (l_1 l_2 S_{23} + l_2^2 S_3 + l_1 z_{G_4} S_{234} + l_2 z_{G_4} S_{34}) + m_5 (l_1 l_2 S_{23} + l_1^2 S_{234} + l_2^2 S_3 + l_1 l_2 S_{34} + l_1 z_{G_5} S_{2345} + l_2 z_{G_5} S_{345})$$

$$b_{32} = -b_{23} = m_3 l_2 z_{G_3} S_3 + m_4 (l_2^2 S_3 + l_2 z_{G_4} S_{34}) + m_5 (l_2^2 S_3 + l_1 l_2 S_{34} + l_2 z_{G_5} S_{345})$$

$$b_{41} = -b_{14} = m_4 (l_1 z_{G_4} S_{234} + l_2 z_{G_4} S_{34} + l_2 z_{G_4} S_4) + m_5 (l_1^2 S_{234} + l_1 l_2 S_{34} + l_1 l_2 S_4 + l_1 z_{G_5} S_{2345} + l_2 z_{G_5} S_{345} + l_2 z_{G_5} S_{45})$$

$$b_{42} = -b_{24} = m_4(l_2 z_{G_4} S_{34} + l_2 z_{G_4} S_4) + m_5(l_1 l_2 S_{34} + l_1 l_2 S_4 + l_2 z_{G_5} S_{345} + l_2 z_{G_5} S_{45})$$

$$b_{43} = -b_{34} = m_4 l_2 z_{G_4} S_4 + m_5(l_1 l_2 S_4 + l_2 z_{G_5} S_{45})$$

$$b_{51} = -b_{15} = m_5(l_1 z_{G_5} S_{2345} + l_2 z_{G_5} S_{345} + l_2 z_{G_5} S_{45} + l_1 z_{G_5} S_5)$$

$$b_{52} = -b_{25} = m_5(l_2 z_{G_5} S_{345} + l_2 z_{G_5} S_{45} + l_1 z_{G_5} S_5)$$

$$b_{53} = -b_{35} = m_5(l_2 z_{G_5} S_{45} + l_1 z_{G_5} S_5)$$

$$b_{54} = -b_{45} = m_5 l_1 z_{G_5} S_5$$

### A.1.3 Matrice $C$

$$c_{212} = c_{313} = c_{323} = c_{414} = c_{424} = c_{434} = c_{515} = c_{525} = c_{535} = c_{545} = 0$$

$$c_{112} = -2b_{21}$$

$$c_{113} = c_{123} = -2b_{31}$$

$$c_{114} = c_{124} = c_{134} = -2b_{41}$$

$$c_{115} = c_{125} = c_{135} = c_{145} = -2b_{51}$$

$$c_{213} = c_{223} = -c_{312} = -2b_{32}$$

$$c_{214} = c_{224} = c_{234} = -c_{412} = -2b_{42}$$

$$c_{215} = c_{225} = c_{235} = c_{245} = -c_{512} = -2b_{52}$$

$$c_{314} = c_{324} = c_{334} = -c_{413} = -c_{423} = -2b_{43}$$

$$c_{315} = c_{325} = c_{335} = c_{345} = -c_{513} = -c_{523} = -2b_{53}$$

$$c_{415} = c_{425} = c_{435} = c_{445} = -c_{514} = -c_{524} = -c_{534} = -2b_{54}$$

### A.1.4 Vecteur $\underline{Q}$

$$Q_5 = m_5 g z_{G_5} S_{12345}$$

$$Q_4 = Q_5 + m_5 g l_1 S_{1234} + m_4 g z_{G_4} S_{1234}$$

$$Q_3 = Q_4 + (m_4 + m_5) g l_2 S_{123} + m_3 g z_{G_3} S_{123}$$

$$Q_2 = Q_3 + (m_3 + m_4 + m_5) g l_2 S_{12} + m_2 g z_{G_2} S_{12}$$

$$Q_1 = Q_2 + (m_2 + m_3 + m_4 + m_5) g l_1 S_1 + m_1 g z_{G_1} S_1$$

## A.2 Définition des coefficients intervenant dans le modèle.

### A.2.1 Masses.

$m_0$	:	masse du corps 0	=1,7 kg
$m_1$	:	masse du corps 1	=3,8 kg
$m_2$	:	masse du corps 2	=1,8 kg
$m_3$	:	masse du corps 3	=2,3 kg
$m_4$	:	masse du corps 4	=3,8 kg
$m_5$	:	masse du corps 5	=1,7 kg

### A.2.2 Longueurs.

$l_1$	=	$l_4$	=	distance entre les axes 1 et 2, 3 et 4	=	30 cm
$l_2$	=	$l_3$	=	distance entre les axes 2 et 3, 4 et 5	=	30 cm
$z_{G_1}$	=	$z_{G_4}$	=	distance du centre de masse $G_1$ dans le repère 1	=	15 cm
$z_{G_2}$	=			distance du centre de masse $G_2$ dans le repère 2	=	15 cm
$z_{G_3}$	=			distance du centre de masse $G_3$ dans le repère 3	=	6,3 cm
$z_{G_5}$	=			distance du centre de masse $G_5$ dans le repère 5	=	8,5 cm

### A.2.3 Moment d'inertie.

$I_1$	:	Moment d'inertie du corps 1 par rapport à $\vec{z}_1$	=	$8,60.10^{-2}kg.m^2$
$I_2$	:	Moment d'inertie du corps 2 par rapport à $\vec{z}_2$	=	$2,43.10^{-2}kg.m^2$
$I_3$	:	Moment d'inertie du corps 3 par rapport à $\vec{z}_3$	=	$4,23.10^{-2}kg.m^2$
$I_4$	:	Moment d'inertie du corps 4 par rapport à $\vec{z}_4$	=	$8,60.10^{-2}kg.m^2$
$I_5$	:	Moment d'inertie du corps 5 par rapport à $\vec{z}_5$	=	$6,72.10^{-2}kg.m^2$

## Annexe B

# Résultats temporels sur les trajectoires.

Cet annexe présente l'ensemble des résultats temporels de toutes les optimisations présentées au chapitre V.

Les figures B.1, B.4, B.7, B.10, B.13, B.16, B.19, B.22, B.25, B.28, B.31, B.34, B.37, B.40, B.43, B.46, B.49, B.52, B.55, B.58, B.61, B.64, B.67, B.70, représentent les positions articulaires et les commandes de chaque axe du robot. Les figures B.2, B.5, B.8, B.11, B.14, B.17, B.20, B.23, B.26, B.29, B.32, B.35, B.38, B.41, B.44, B.47, B.50, B.53, B.56, B.59, B.62, B.65, B.68, B.71, montrent les spectres de fréquence de la trajectoire de la position articulaire et celui de l'accélération articulaire. Enfin, les figures B.3, B.6, B.9, B.12, B.15, B.18, B.21, B.24, B.27, B.30, B.33, B.36, B.39, B.42, B.45, B.48, B.51, B.54, B.57, B.60, B.63, B.66, B.69, B.72, montrent le couple de chaque axe représenté en fonction de la position de cet axe.

**B.1 Résultats pour  $T = 1$  s sans contrainte.**

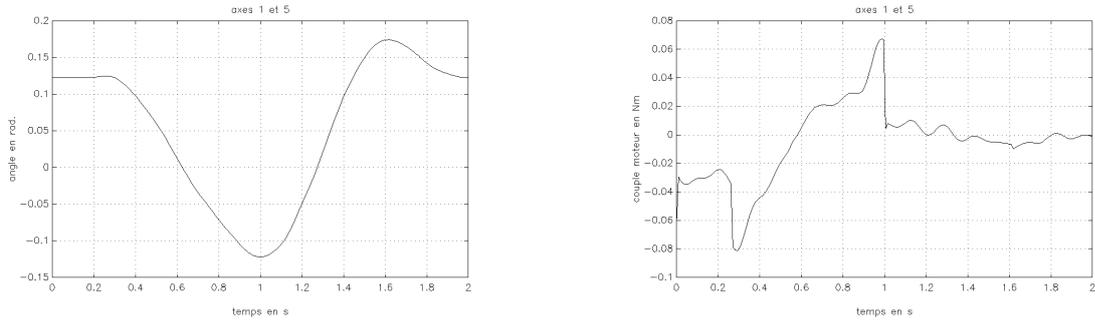


FIG. B.1 – Position et couple des axes 1 et 5 en fonction du temps pour un pas de 1s.

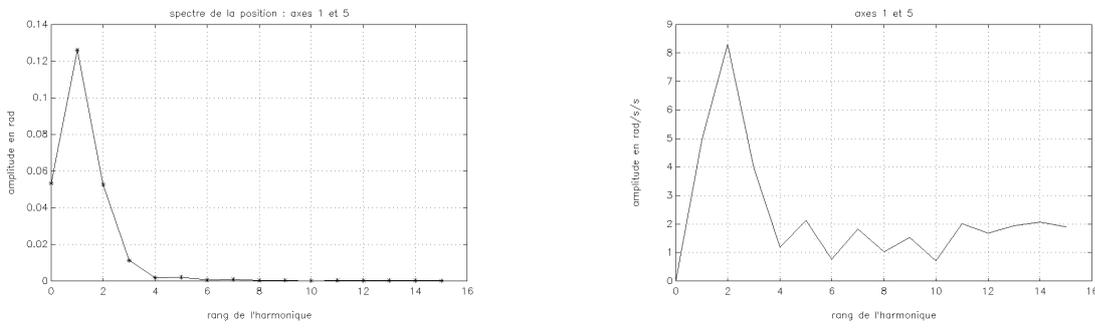


FIG. B.2 – Spectre de position et d'accélération des axes 1 et 5 pour un pas de 1s.

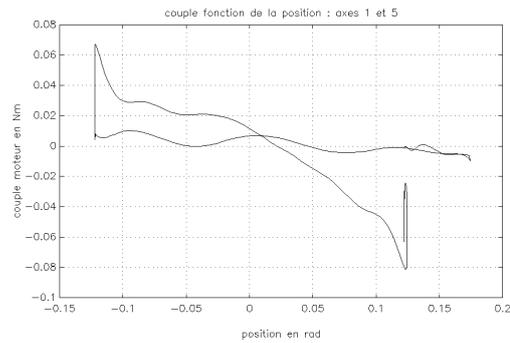


FIG. B.3 – Couple fonction de la position des axes 1 et 5 pour un pas de 1s.

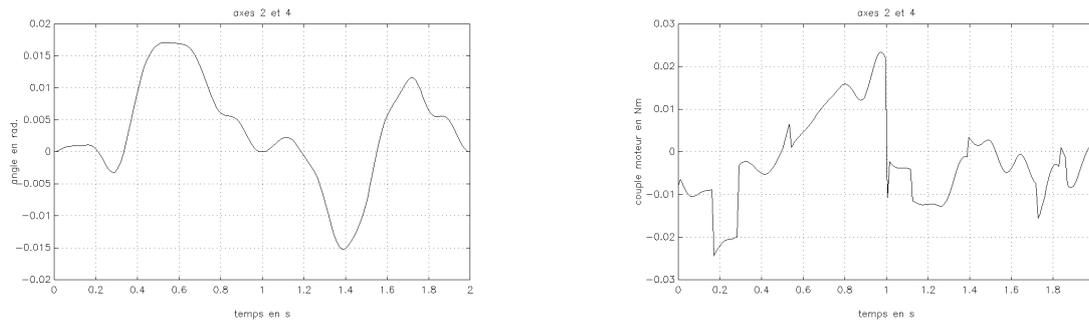


FIG. B.4 – Spectre de position et d'accélération des axes 2 et 4 pour un pas de 1s.

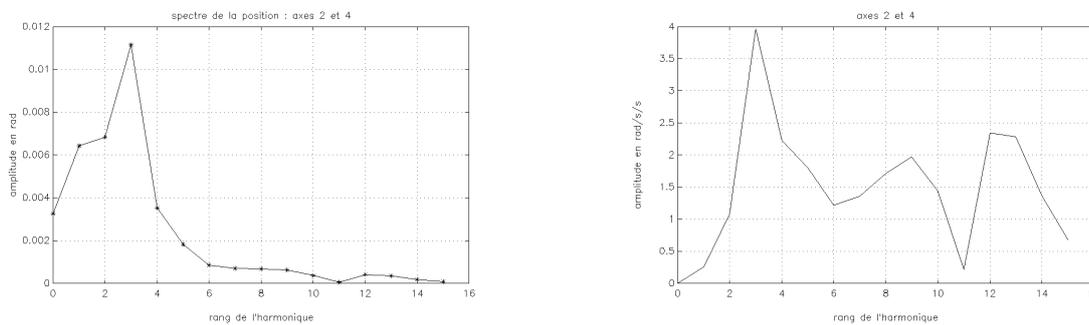


FIG. B.5 – Spectre de position et d'accélération des axes 2 et 4 pour un pas de 1s.

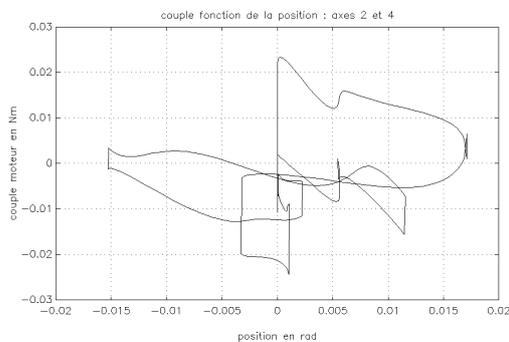


FIG. B.6 – Couple fonction de la position des axes 2 et 4 pour un pas de 1s.

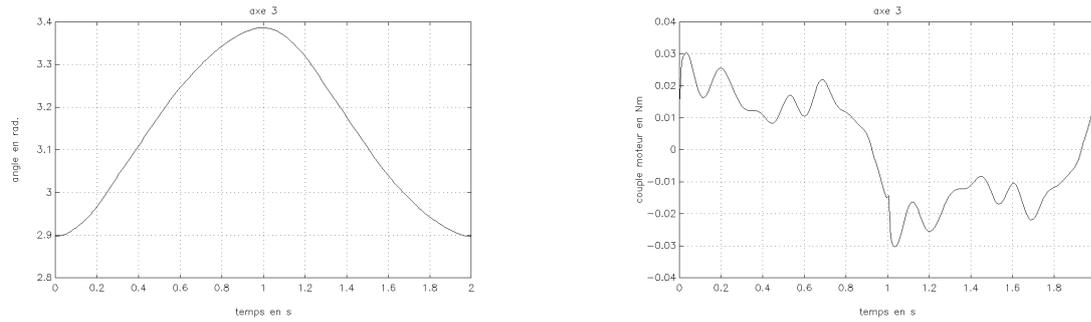


FIG. B.7 – Position et couple de l'axe 3 en fonction du temps pour un pas de 1s.

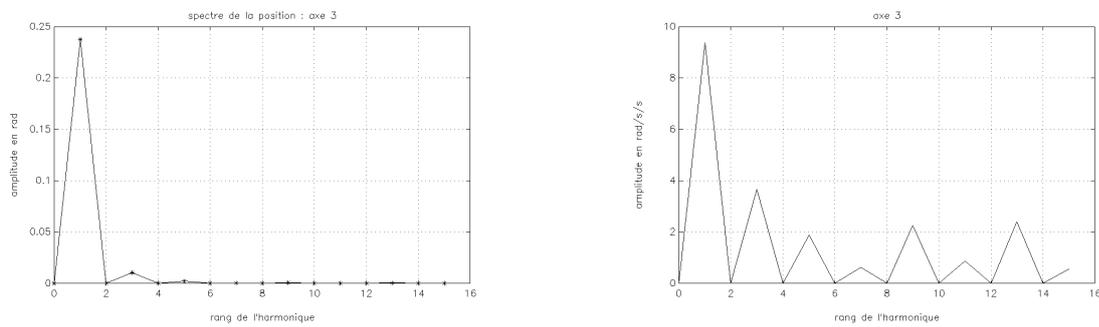


FIG. B.8 – Spectre de position et d'accélération de l'axe 3 pour un pas de 1s.

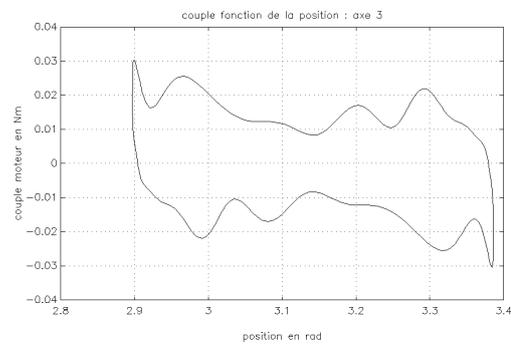


FIG. B.9 – Couple fonction de la position de l'axe 3 pour un pas de 1s.

**B.2 Résultats pour  $T= 2$  s sans contrainte.**

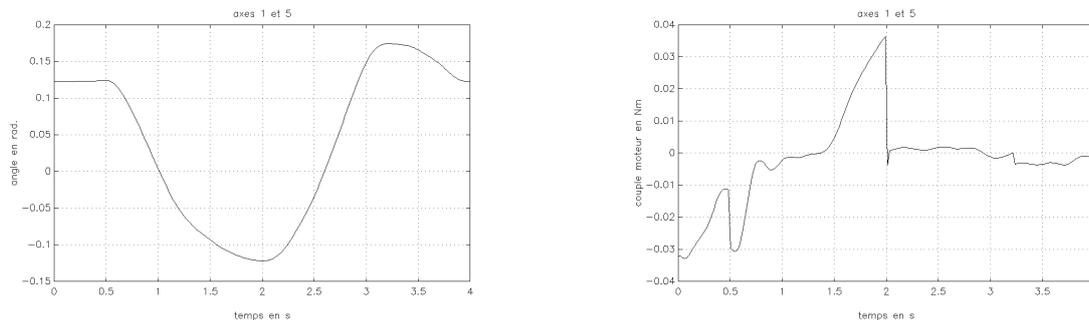


FIG. B.10 – Position et couple des axes 1 et 5 en fonction du temps pour un pas de 2s.

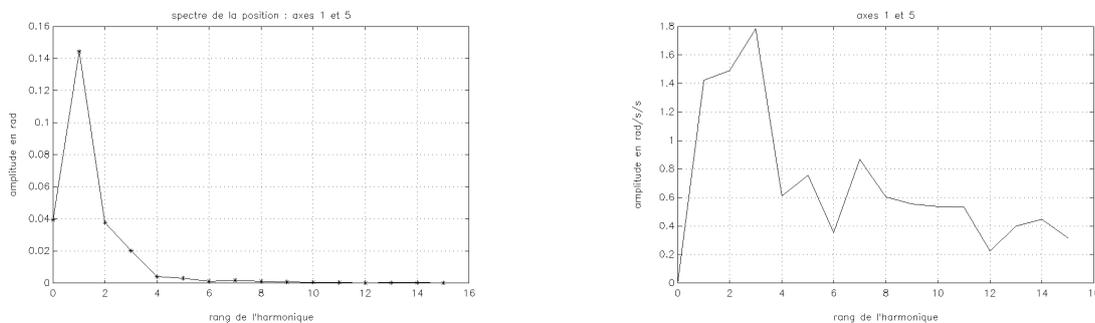


FIG. B.11 – Spectre de position et d'accélération des axes 1 et 5 pour un pas de 2s.

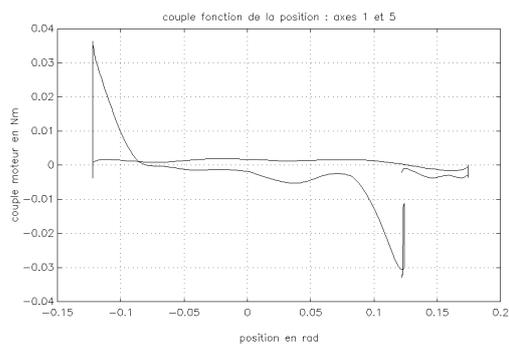


FIG. B.12 – Couple fonction de la position des axes 1 et 5 pour un pas de 2s.

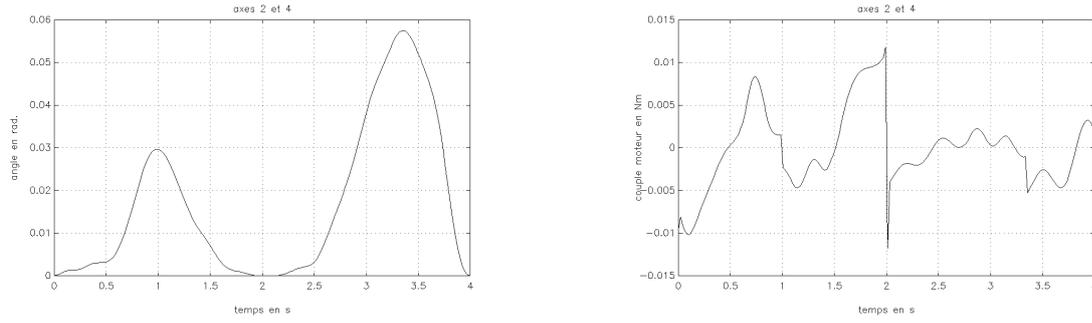


FIG. B.13 – Position et couple des axes 2 et 4 en fonction du temps pour un pas de 2s.

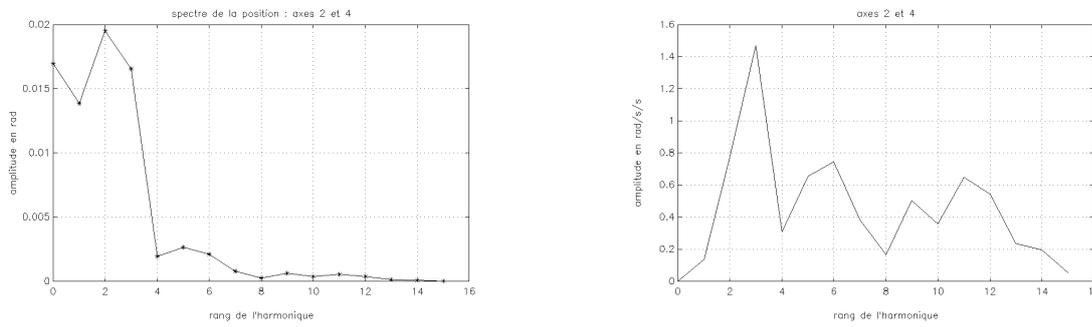


FIG. B.14 – Spectre de position et d'accélération des axes 2 et 4 pour un pas de 2s.

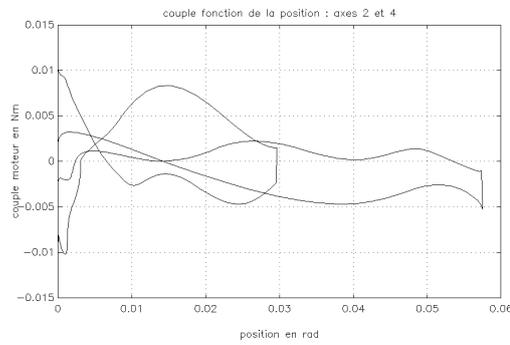


FIG. B.15 – Couple fonction de la position des axes 2 et 4 pour un pas de 2s.

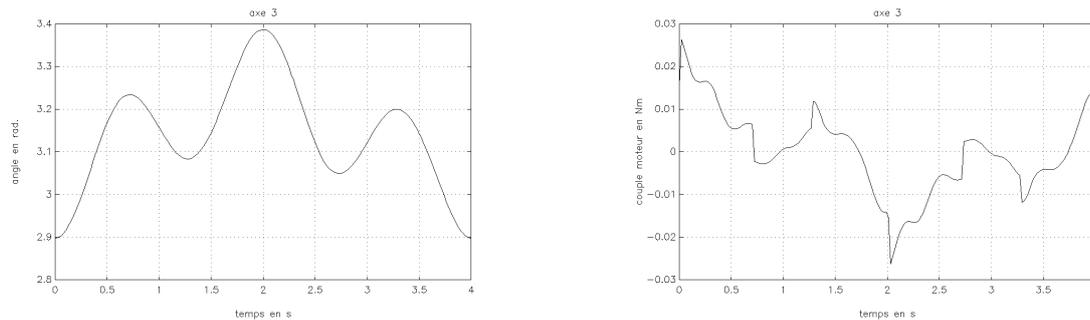


FIG. B.16 – Position et couple de l’axe 3 en fonction du temps pour un pas de 2s.

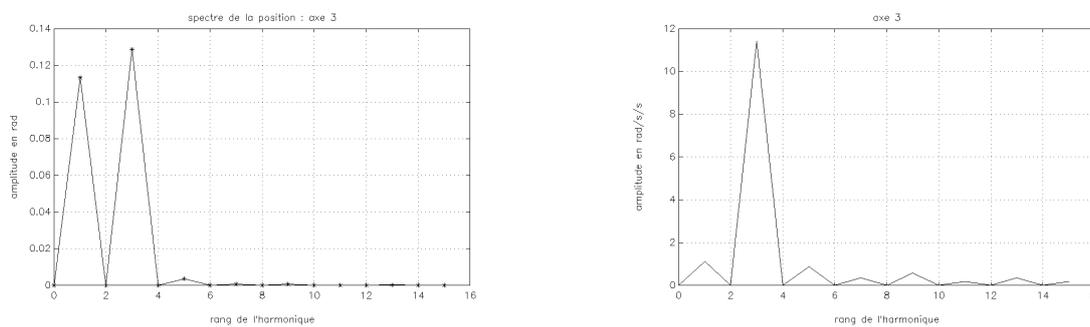


FIG. B.17 – Spectre de position et d’accélération de l’axe 3 pour un pas de 2s.

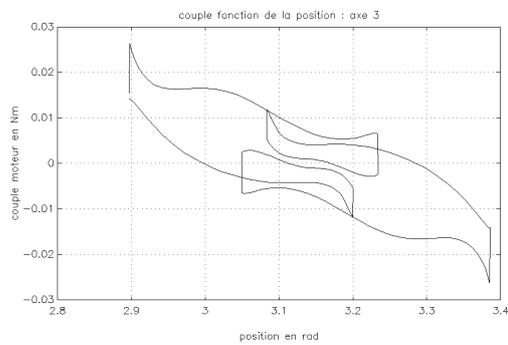


FIG. B.18 – Couple fonction de la position de l’axe 3 pour un pas de 2s.

**B.3 Résultats pour T=1,5 s (contrainte "mathématique").**

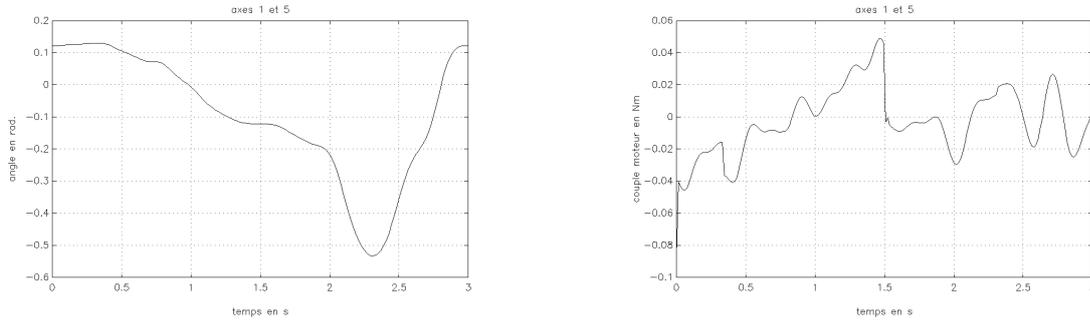


FIG. B.19 – Position et couple des axes 1 et 5 en fonction du temps pour un pas de 1,5s avec une contrainte de 1 cm.

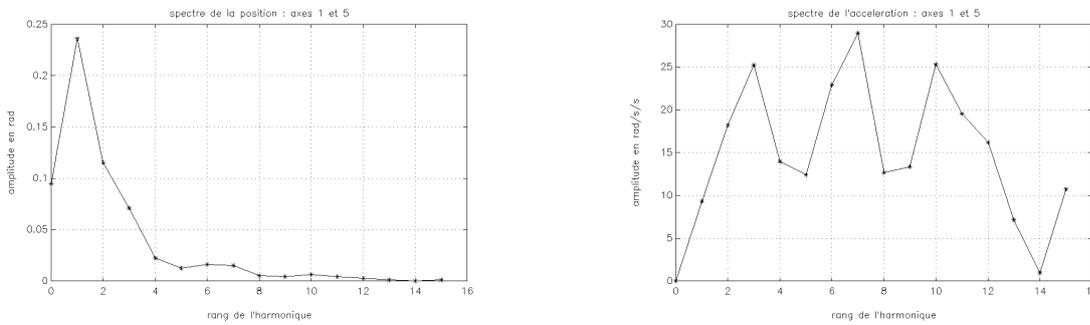


FIG. B.20 – Spectre de position et d'accélération des axes 1 et 5 pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm.

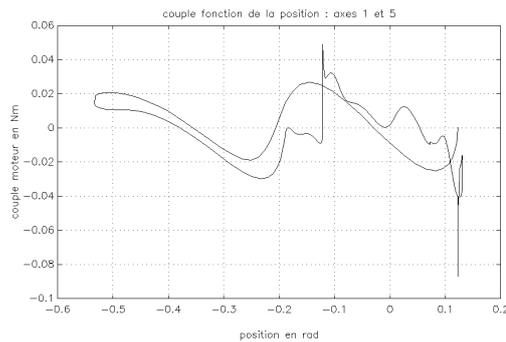


FIG. B.21 – Couple fonction de la position des axes 1 et 5 pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm.

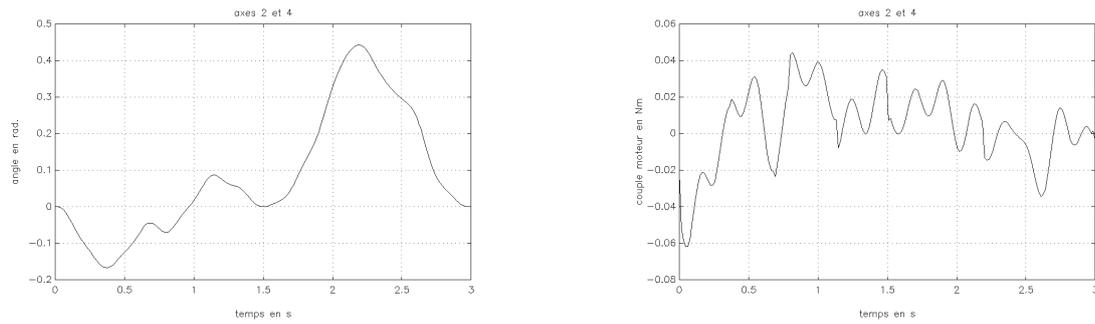


FIG. B.22 – Position et couple des axes 2 et 4 en fonction du temps pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm.

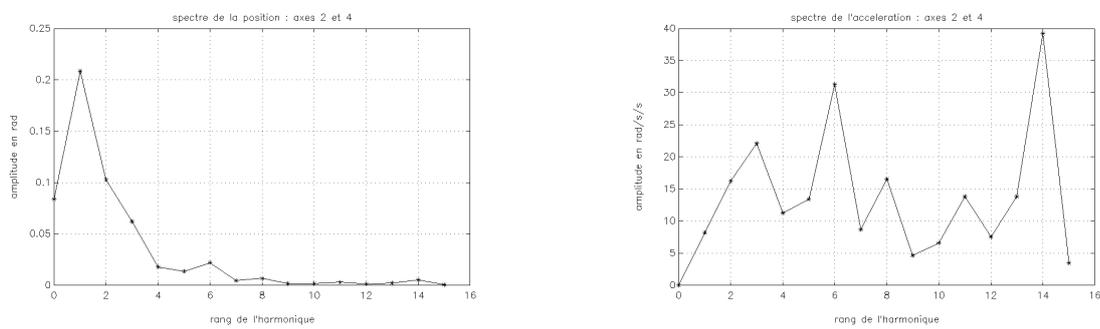


FIG. B.23 – Spectre de position et d'accélération des axes 2 et 4 pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm.

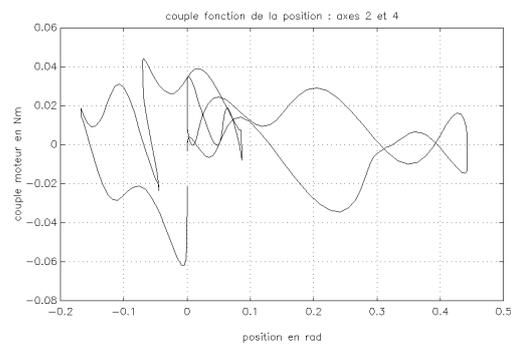


FIG. B.24 – Couple fonction de la position des axes 2 et 4 pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm.

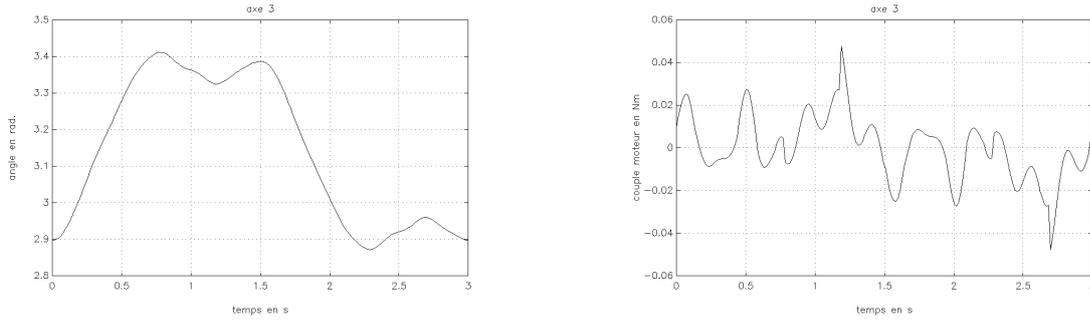


FIG. B.25 – Position et couple de l’axe 3 en fonction du temps pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm.

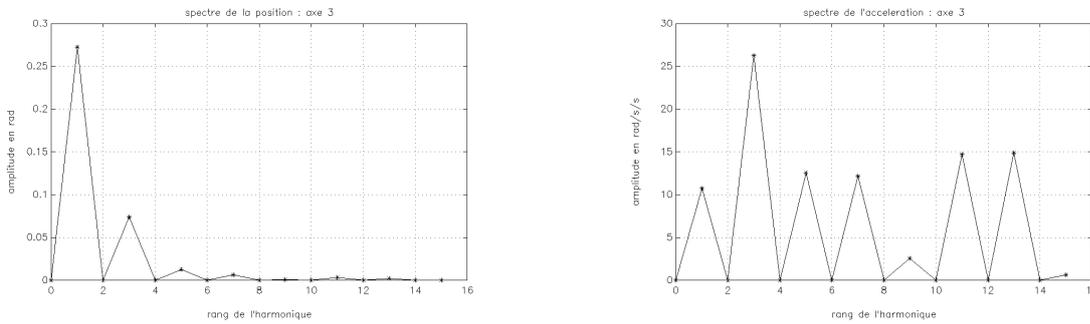


FIG. B.26 – Spectre de position et d’accélération de l’axe 3 pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm.

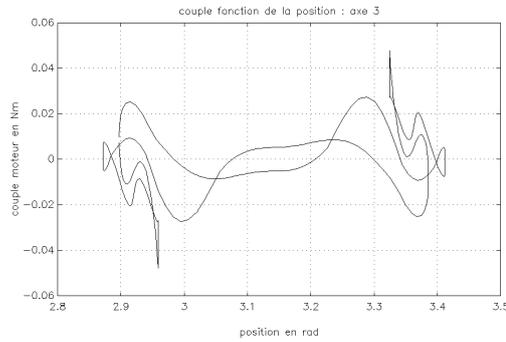


FIG. B.27 – Couple fonction de la position de l’axe 3 pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm.

**B.4 Résultats pour  $T=1,5$  s avec ressorts (contrainte "mathématique").**

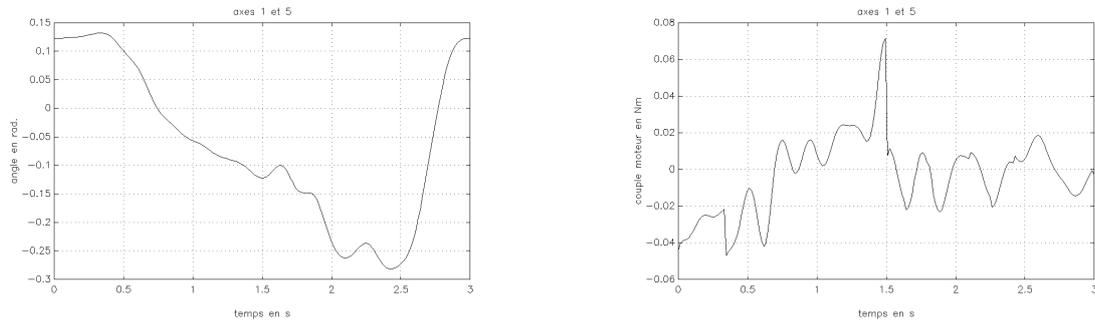


FIG. B.28 – Position et couple des axes 1 et 5 en fonction du temps pour un pas de 1,5 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

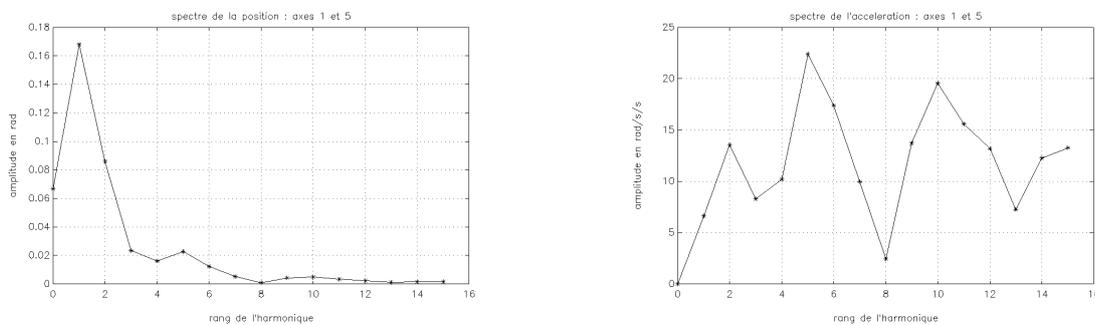


FIG. B.29 – Spectre de position et d'accélération des axes 1 et 5 pour un pas de 1,5 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

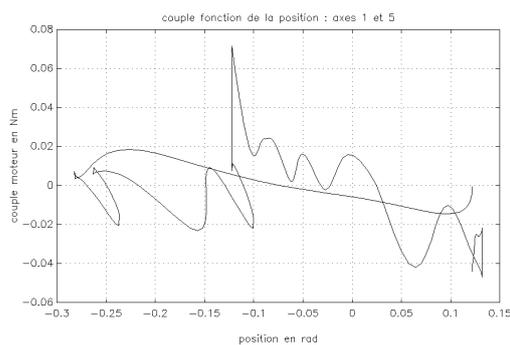


FIG. B.30 – Couple fonction de la position des axes 1 et 5 pour un pas de 1,5 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

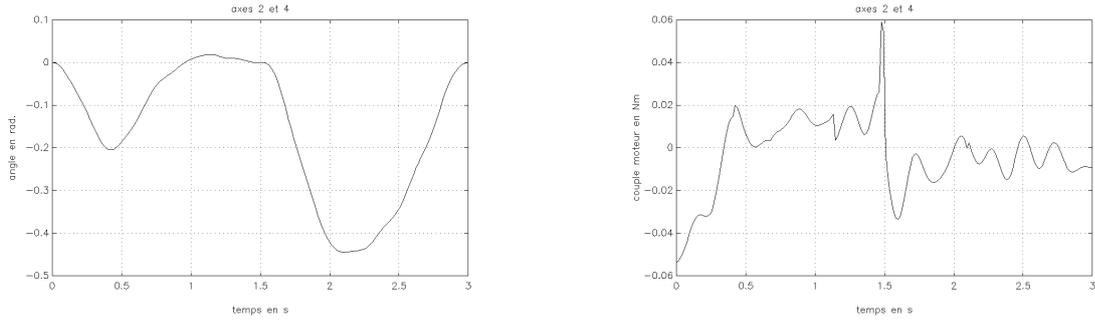


FIG. B.31 – Position et couple des axes 2 et 4 en fonction du temps pour un pas de 1,5 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

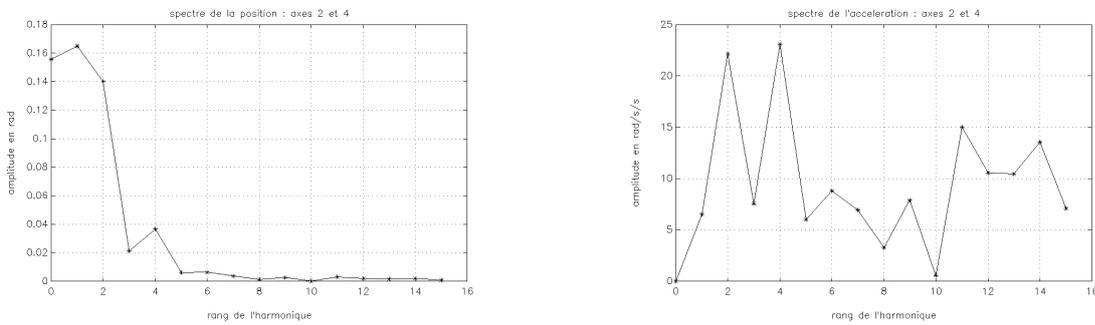


FIG. B.32 – Spectre de position et d'accélération des axes 2 et 4 pour un pas de 1,5 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

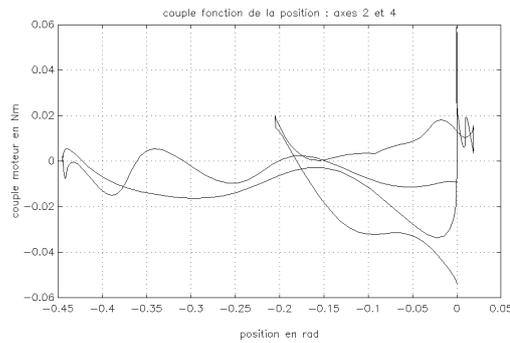


FIG. B.33 – Couple fonction de la position des axes 2 et 4 pour un pas de 1,5 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

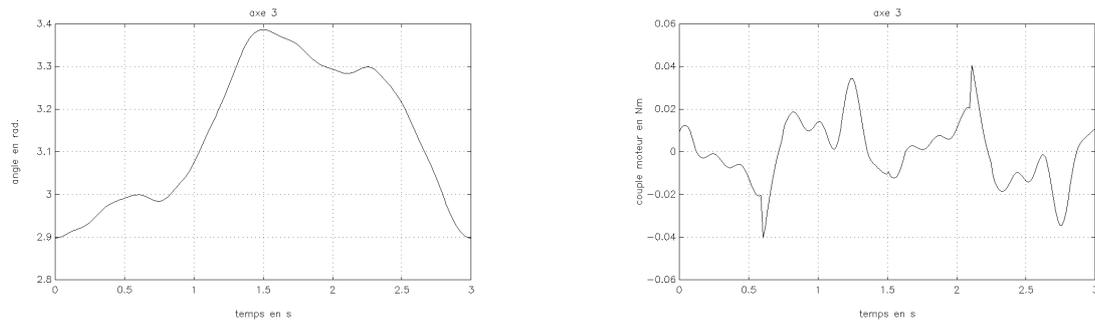


FIG. B.34 – Position et couple de l’axe 3 en fonction du temps pour un pas de 1,5 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

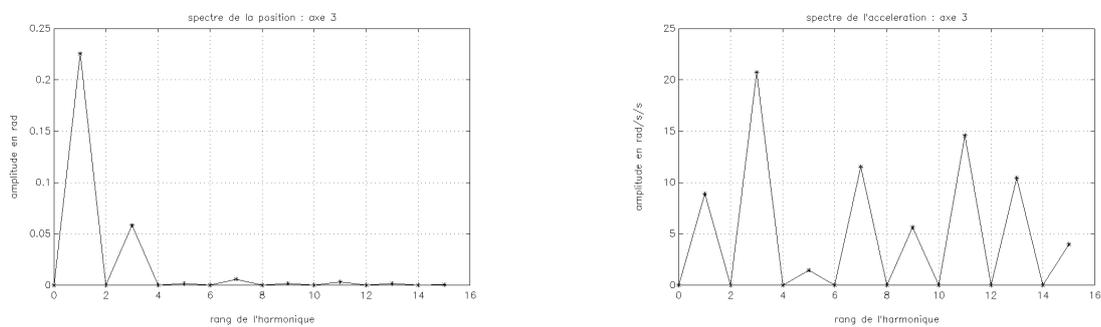


FIG. B.35 – Spectre de position et d’accélération de l’axe 3 pour un pas de 1,5 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

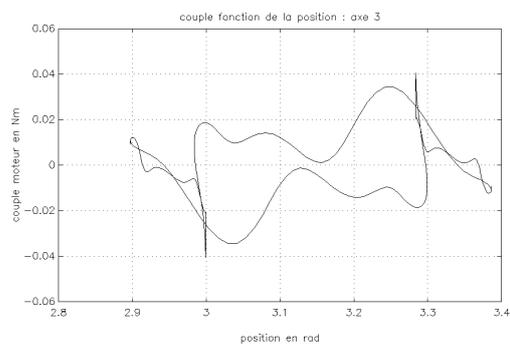


FIG. B.36 – Couple fonction de la position de l’axe 3 pour un pas de 1,5 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

section Résultats pour  $T=1,5$  s avec  $m_3 = 13$  kg (contrainte "mathématique").

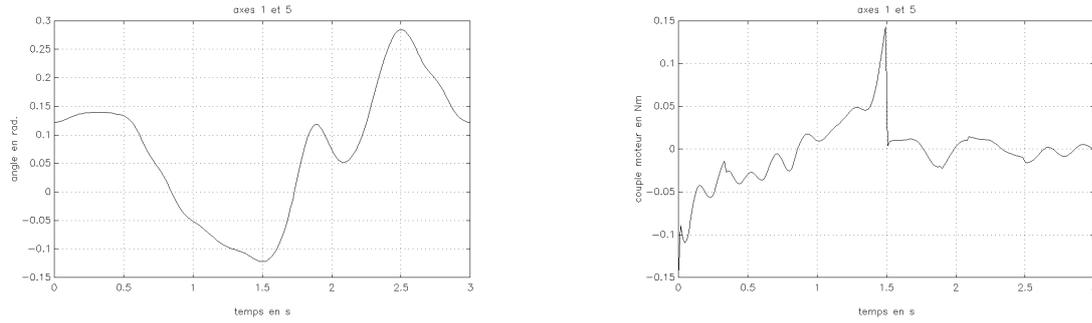


FIG. B.37 – Position et couple des axes 1 et 5 en fonction du temps pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13$  kg).

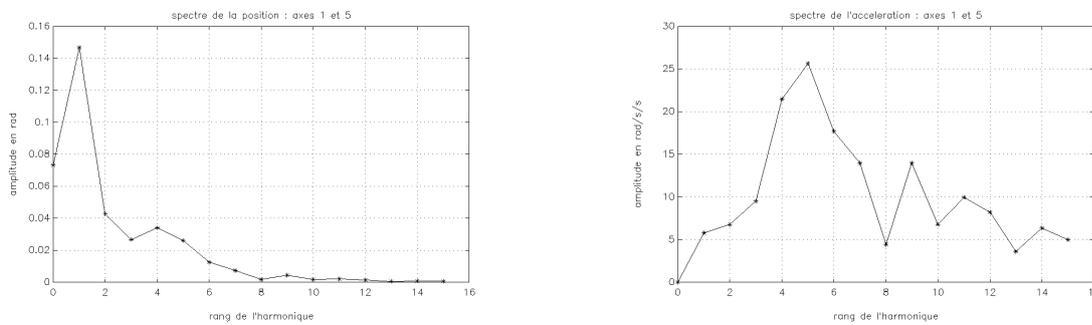


FIG. B.38 – Spectre de position et d'accélération des axes 1 et 5 pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13$  kg).

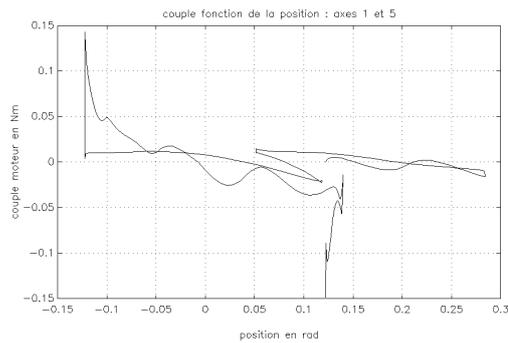


FIG. B.39 – Couple fonction de la position des axes 1 et 5 pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13$  kg).

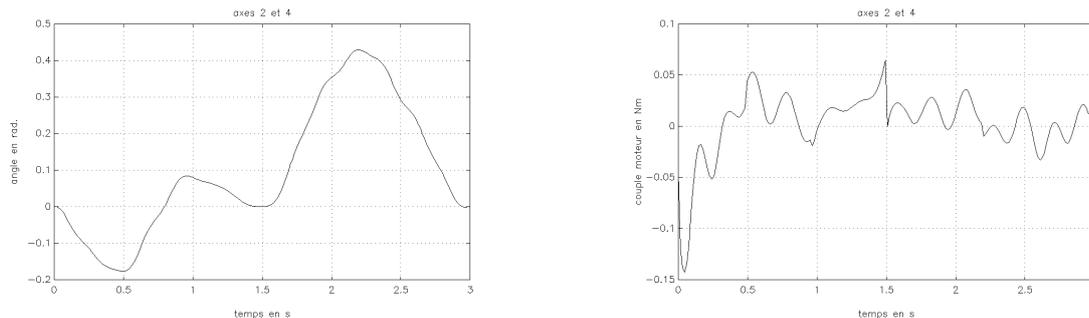


FIG. B.40 – Position et couple des axes 2 et 4 en fonction du temps pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13$  kg).

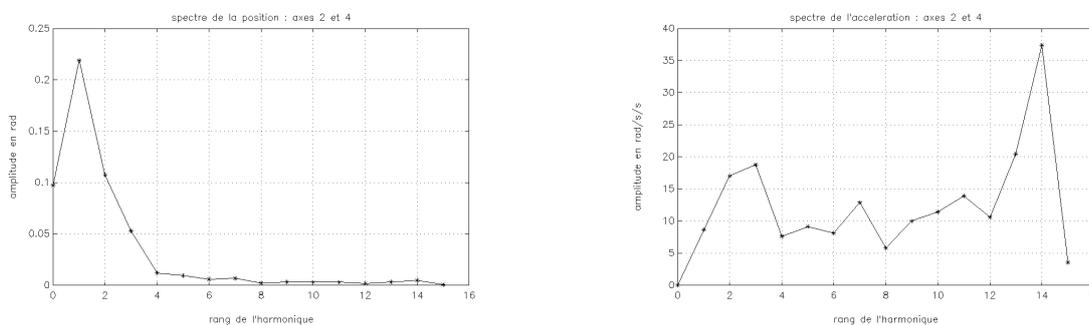


FIG. B.41 – Spectre de position et d'accélération des axes 2 et 4 pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13$  kg).

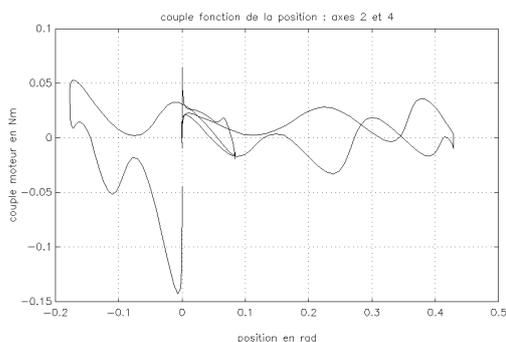


FIG. B.42 – Couple fonction de la position des axes 2 et 4 pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13$  kg).

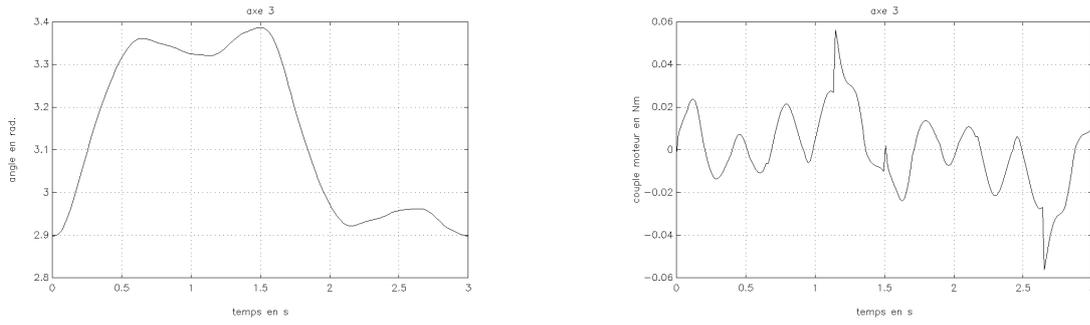


FIG. B.43 – Position et couple de l’axe 3 en fonction du temps pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13$  kg).

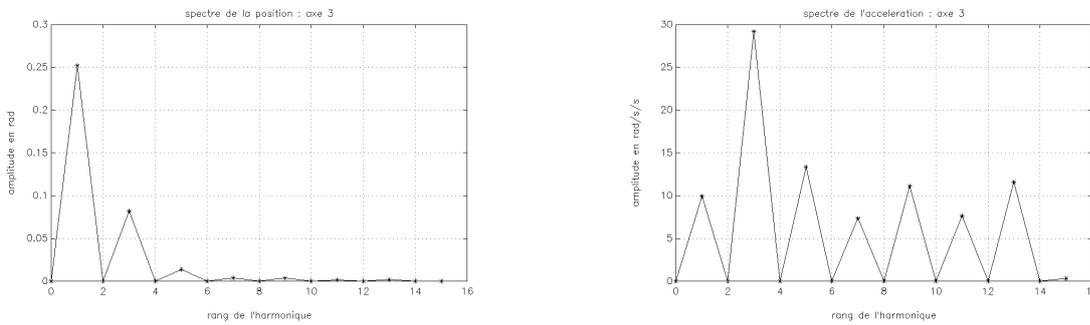


FIG. B.44 – Spectre de position et d’accélération de l’axe 3 pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13$  kg).

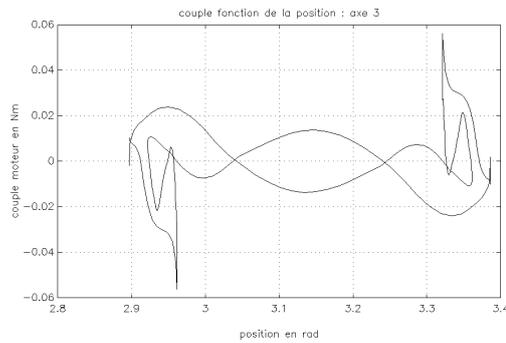


FIG. B.45 – Couple fonction de la position de l’axe 3 pour un pas de 1,5 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13$  kg).

**B.5 Résultats pour  $T=1$  s (contrainte de sol élastique).**

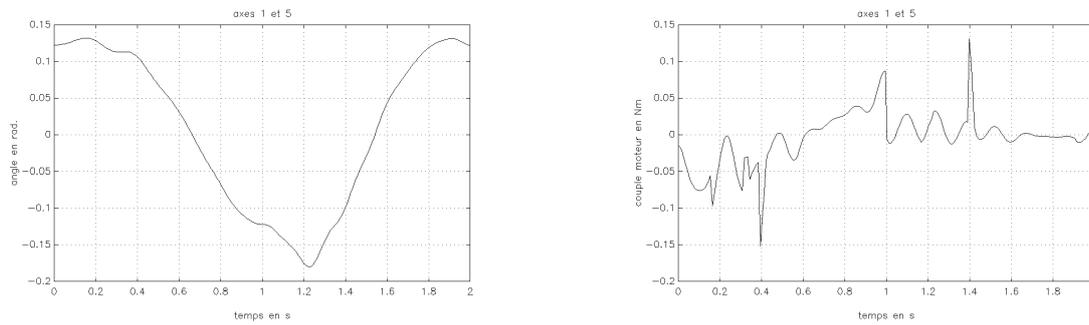


FIG. B.46 – Position et couple des axes 1 et 5 en fonction du temps pour un pas de 1s avec une contrainte de 1 cm.

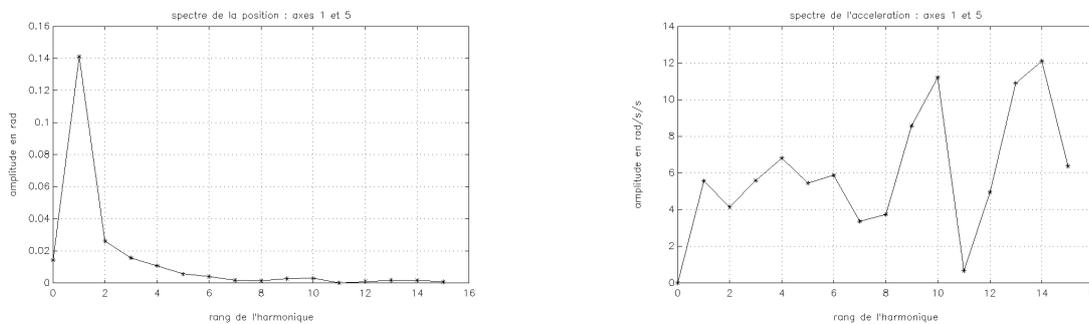


FIG. B.47 – Spectre de position et d'accélération des axes 1 et 5 pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm.

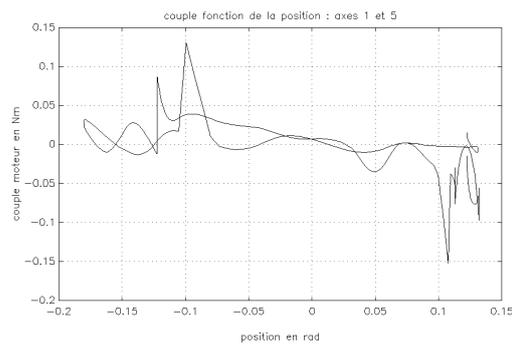


FIG. B.48 – Couple fonction de la position des axes 1 et 5 pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm.

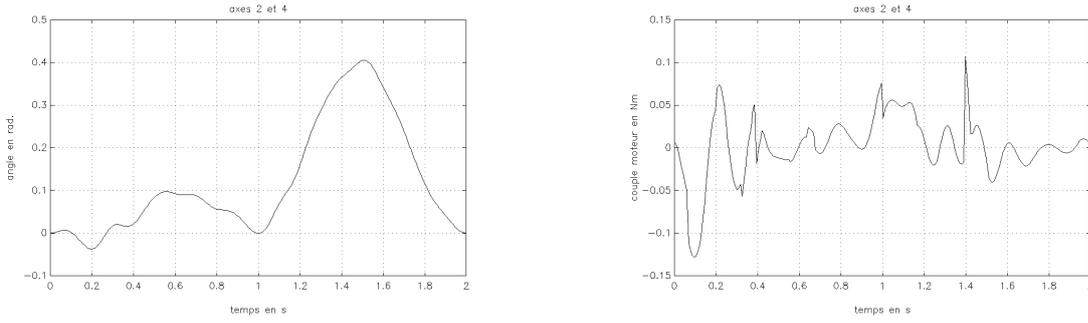


FIG. B.49 – Position et couple des axes 2 et 4 en fonction du temps pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm.

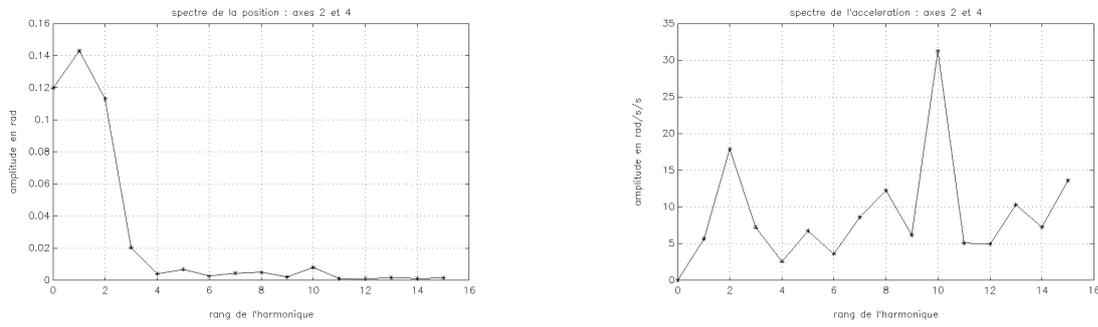


FIG. B.50 – Spectre de position et d'accélération des axes 2 et 4 pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm.

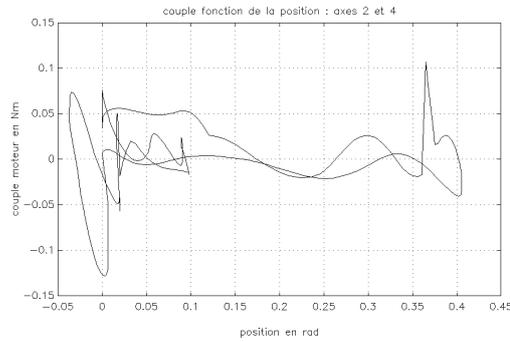


FIG. B.51 – Couple fonction de la position des axes 2 et 4 pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm.

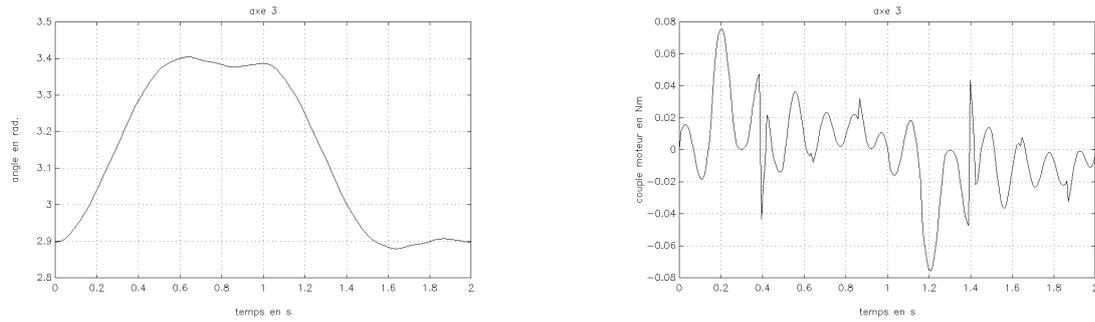


FIG. B.52 – Position et couple de l’axe 3 en fonction du temps pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm.

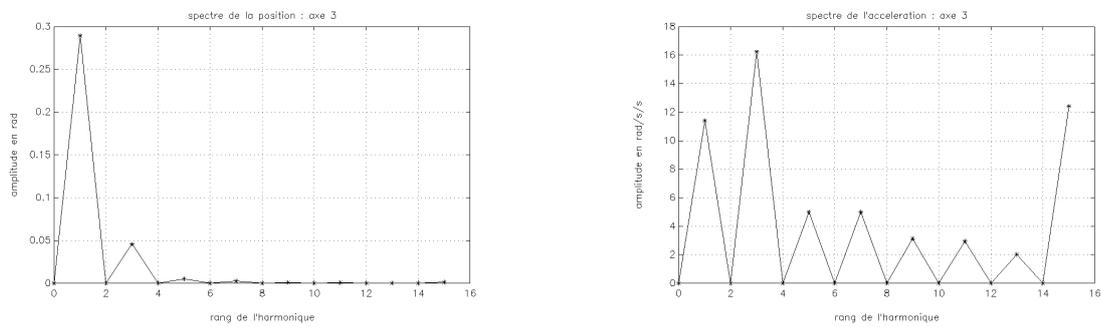


FIG. B.53 – Spectre de position et d’accélération de l’axe 3 pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm.

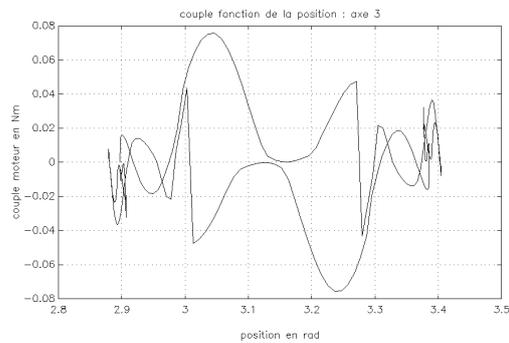


FIG. B.54 – Couple fonction de la position de l’axe 3 pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm.

**B.6 Résultats pour  $T=1$  s avec ressorts (contrainte de sol élastique).**

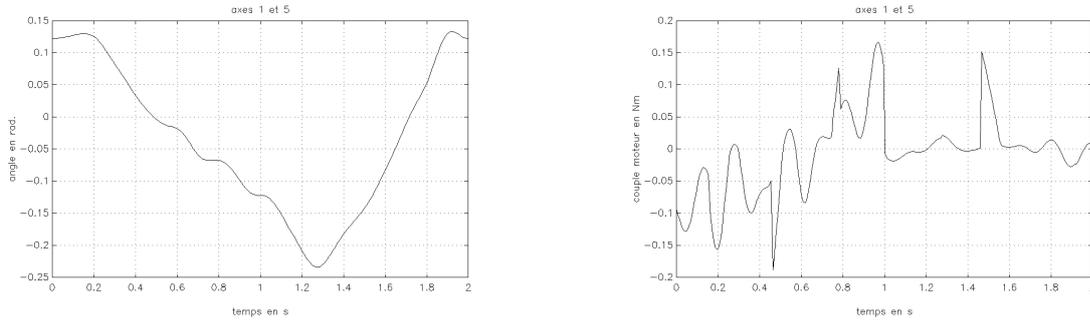


FIG. B.55 – Position et couple des axes 1 et 5 en fonction du temps pour un pas de 1s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

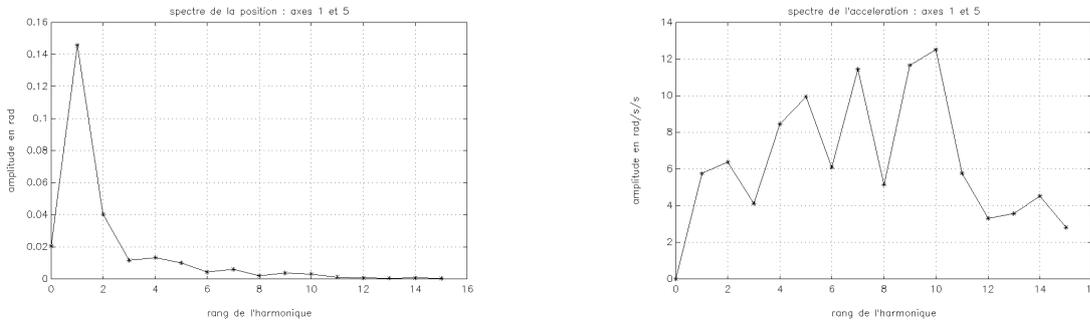


FIG. B.56 – Spectre de position et d'accélération des axes 1 et 5 pour un pas de 1 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

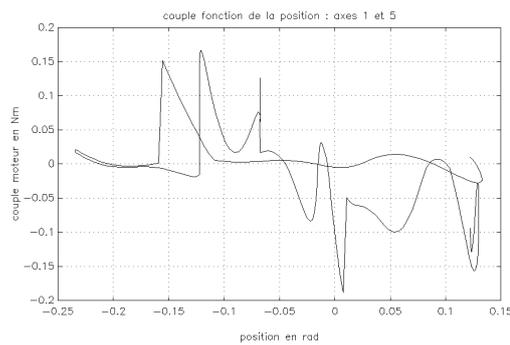


FIG. B.57 – Couple fonction de la position des axes 1 et 5 pour un pas de 1 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

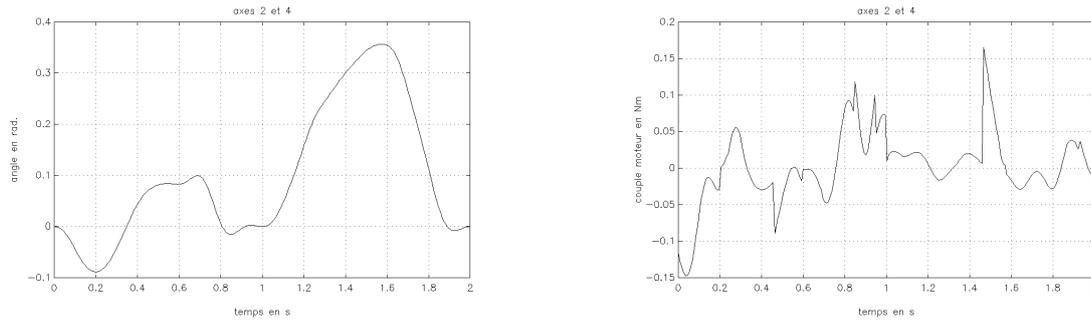


FIG. B.58 – Position et couple des axes 2 et 4 en fonction du temps pour un pas de 1 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

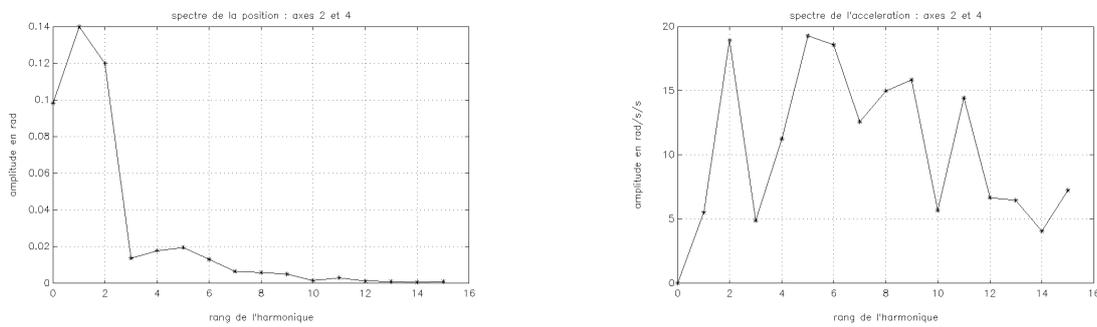


FIG. B.59 – Spectre de position et d'accélération des axes 2 et 4 pour un pas de 1 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

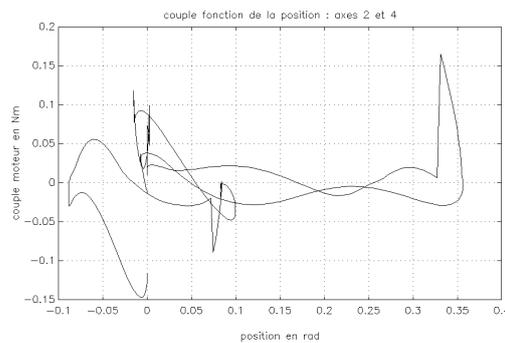


FIG. B.60 – Couple fonction de la position des axes 2 et 4 pour un pas de 1 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

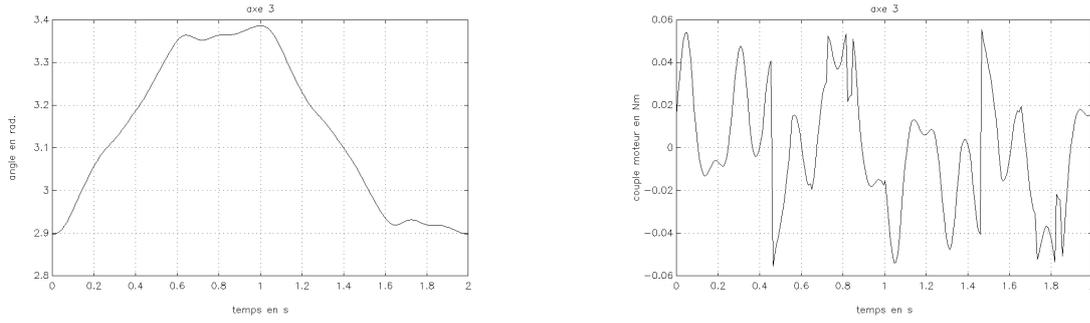


FIG. B.61 – Position et couple de l’axe 3 en fonction du temps pour un pas de 1 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

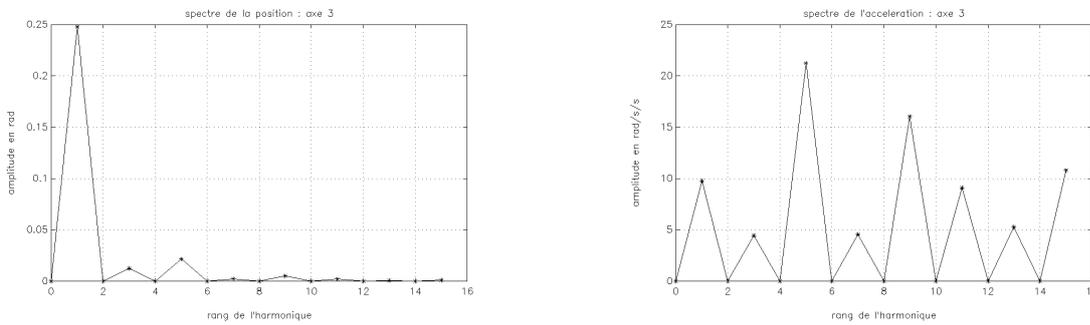


FIG. B.62 – Spectre de position et d’accélération de l’axe 3 pour un pas de 1 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

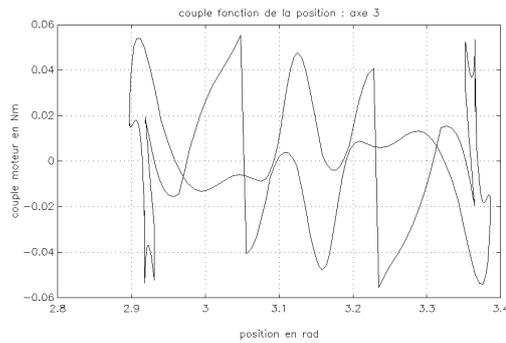


FIG. B.63 – Couple fonction de la position de l’axe 3 pour un pas de 1 s avec un obstacle de 1 cm (avec ressorts).

**B.7 Résultats pour  $T=1$  s avec  $m_3 = 13$  kg (contrainte de sol élastique).**

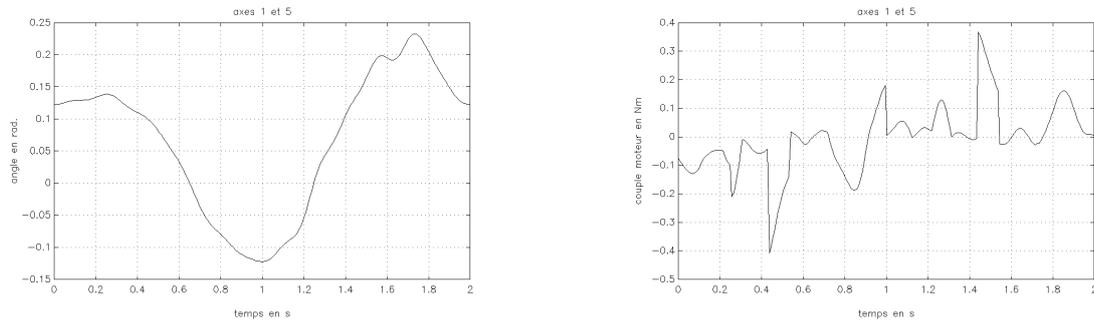


FIG. B.64 – Position et couple des axes 1 et 5 en fonction du temps pour un pas de 1s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13$  kg).

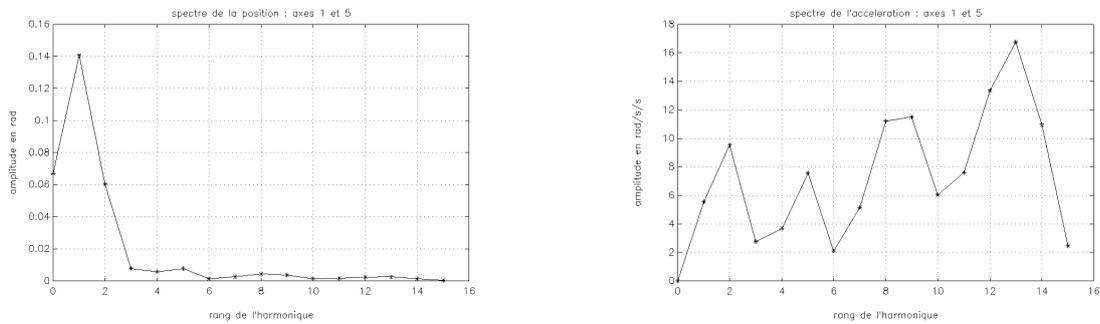


FIG. B.65 – Spectre de position et d'accélération des axes 1 et 5 pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13$  kg).

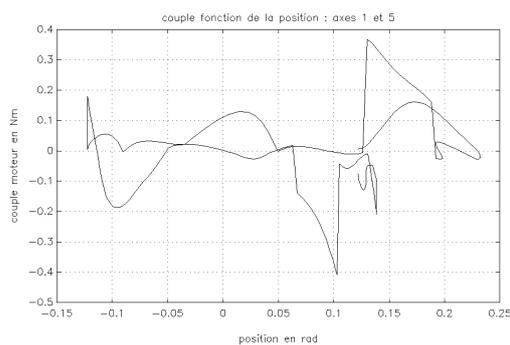


FIG. B.66 – Couple fonction de la position des axes 1 et 5 pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13$  kg).

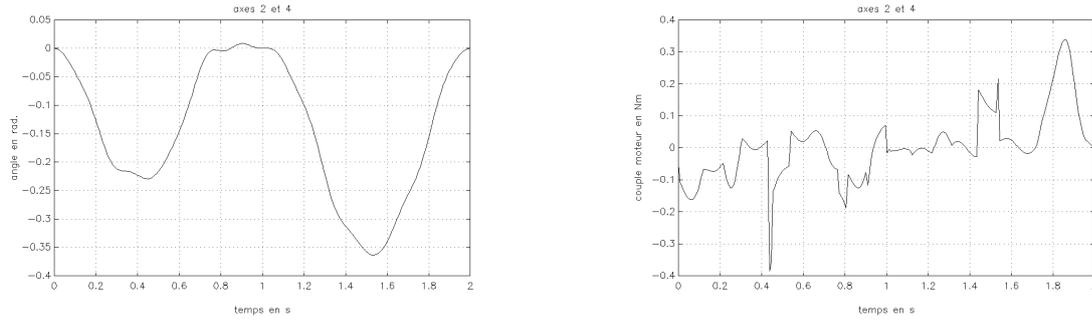


FIG. B.67 – Position et couple des axes 2 et 4 en fonction du temps pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13$  kg).

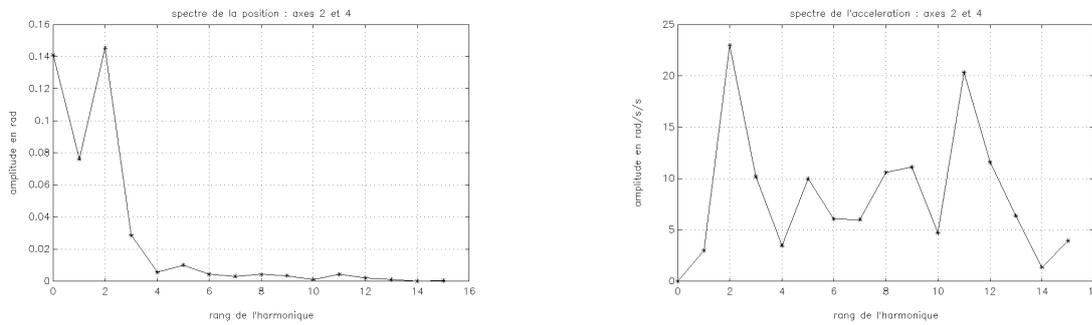


FIG. B.68 – Spectre de position et d'accélération des axes 2 et 4 pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13$  kg).

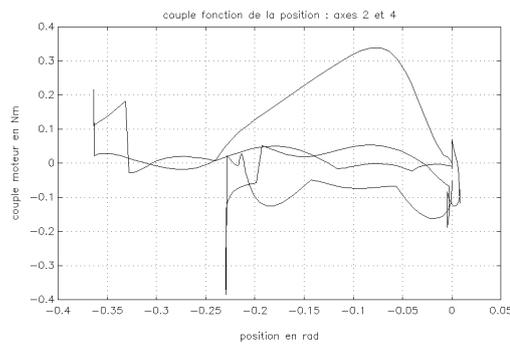


FIG. B.69 – Couple fonction de la position des axes 2 et 4 pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13$  kg).

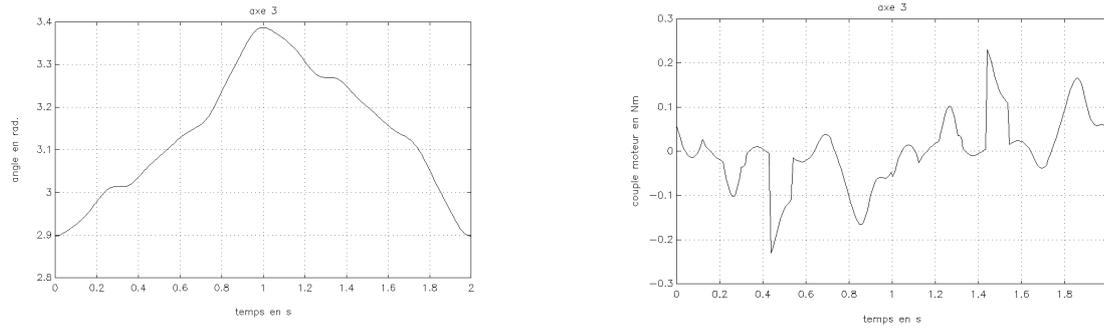


FIG. B.70 – Position et couple de l’axe 3 en fonction du temps pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13\text{ kg}$ ).

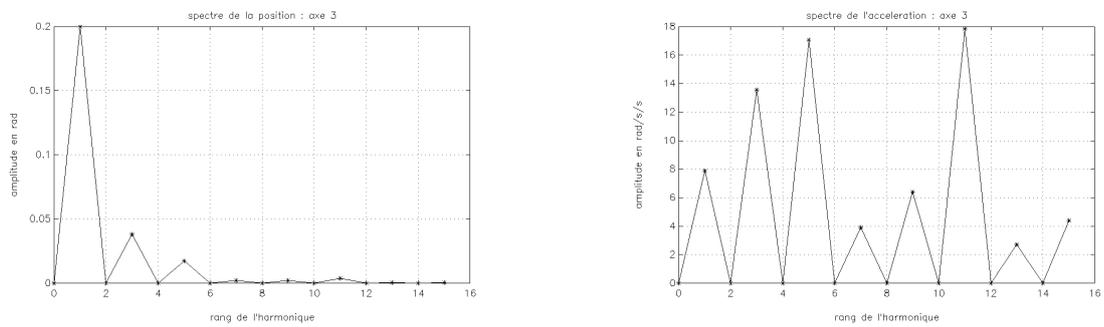


FIG. B.71 – Spectre de position et d’accélération de l’axe 3 pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13\text{ kg}$ ).

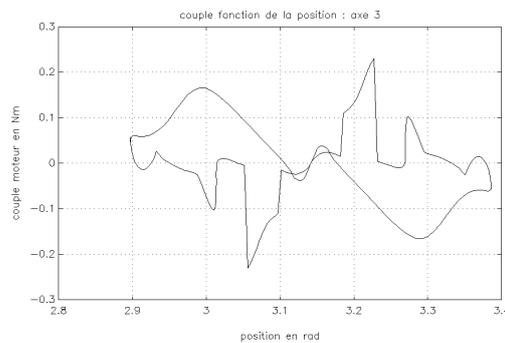


FIG. B.72 – Couple fonction de la position de l’axe 3 pour un pas de 1 s avec une contrainte de 1 cm ( $m_3 = 13\text{ kg}$ ).



# Bibliographie

- [Abb86] Abba. G. *Contribution à l'étude et à la réalisation de la motorisation, de la commande et de la programmation d'un robot destiné à un atelier flexible*. Thèse de troisième cycle de l'Université Paris XI-Orsay, février 1986.
- [Ale84] Alexander, R.McN. : *The Gaits of Bipedal and Quadrupedal Animals*. The International Journal of Robotics Research, Vol 3, n 2, pp 49–59, 1984
- [Ale90] Alexander, R.McN. : *Three uses for springs in legged locomotion*. The International Journal of Robotics Research, 9(2) :53–61, April 1990.
- [All95] Allano S. : *Petits moteurs électriques*. Techniques de l'ingénieur, vol. D3 III, D 3 720, 1995.
- [Bar91] Barrau J.J., S. Laroze : *Structure en matériaux composites*. Techniques de l'ingénieur, B5080, vol. B5 I, 1991.
- [Ber92] Berthelot J.-M. : *Matériaux composites. Comportement mécanique et comportement des structures*. Masson, 1992.
- [Bro91] Bronstein, S. : *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt (Main), 1991.
- [Cab95] Cabodevila G., N. Chaillet, G. Abba. *Study of Temporal and Energetical Characteristics of a Flexible Actuator* Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on Industrial Automation, Nancy, France, pp. 695–700, June 1995.
- [Cab95] Cabodevila G., N. Chaillet, G. Abba. *Near Optimal Gait for a Biped Robot*. Proceedings of the Fachgespräch "Autonome Mobile Systeme" by Springer Verlag, Informatik aktuell, AMS'95, Karlsruhe, Germany, pp 90–99, November 1995.
- [Cab96] Cabodevila G., N. Chaillet, G. Abba. *Energetically Near Optimal Gait for a Biped Robot with Double Supporting Phases*. Proceedings of the Congress on Mechatronics, Besançon, France, October 1-3 1996.
- [Cav63] Cavagna, G.A., F.P. Saibene, R. Margaria : *External Work in Walking*. Journal of Applied Physiology. Vol 18, pp 1-9, 1963
- [Cor87] Corona A., M. Marchesi, C. Martin, S. Ridella : *Minimizing multimodal function of continuous variables with the "simulated annealing"*. ACM Trans. Math. Softw., 13, pp. 262–280, 1987.
- [Cha93] Chaillet N. *Etude et réalisation d'un robot bipède : Commande dynamique et observateurs d'efforts*. Thèse de doctorat de l'Université Louis Pasteur, Strasbourg I, décembre 1993.
- [Cha93b] Chaillet. N., G. Abba, E. Ostertag. *Discussion for use a double dynamic modeling of a biped robot*. Tagungsband dem 9. Fachgespräch über Autonome Mobile Systeme, 28-29 octobre 1993, Munich, Allemagne.
- [Che95] Chen B.J., Y.M. Cheng, C.H. Lee : *A Genetic Approach to Mixed  $H_2/H_\infty$  Optimal PID Control*. IEEE Control Systems, October 1995.
- [Cho71] Chow, C.K., D.H. Jacobson : *Studies of Human Locomotion via Optimal Programming*. Mathematical Biosciences, Vol.10, pp.239-306, 1971.

- [Cic93] Cichocki A., R. Unbehauen : *Neural Networks for Optimization and Signal Processing*. Wiley, 1993.
- [Clo93] M'Closkey R.T., J.W. Burdick : *Periodic Motions of a Hopping Robot With Vertical an Forward Motion*. The International Journal of Robotics Research, vol. 12, n. 3, June 1993.
- [Coi86] Coiffet. P. : *La Robotique, principes et applications*. éditions Hermès, 1986.
- [Cou84] Coulon F. de : *Théorie et traitement des signaux*. Dunod, 1984
- [Cou87] Courbon J., J.N. Theillout : *Résistance des matériaux. Formulaire*. Techniques de l'ingénieur, C2060, vol. C2 II, 1987.
- [Dal89] Dalmasso J.L. : *électronique de puissance commutation*. éditions Belin, DIA technique supérieur, 1989.
- [Dav90] Davidor Y. : *Genetic Algorithms and Robotics : a Heuristic Strategy for Optimization*. World Scientific Series in Robotics and Automated Systems, 1990.
- [Del87] Delacroix A., C. Porte : *Méthodes d'optimisation en chimie analytique*. Techniques de l'ingénieur, vol. P1, P 225, 1987.
- [Des85] Desoyer K., P. Kopacek, I. Troch : *Industrieroboter und Handbungsgeräte*. R. Oldenbourg Verlag München Wien, 1985.
- [Des96] Dessarte A. : *Introduction aux plastiques et composites en mécanique*. Techniques de l'ingénieur, B5170, vol. B5 I, 1996.
- [Dom88] Dombre E., W. Khalil. *Modélisation et commande des robots*. éditions Hermès, 1988.
- [Esc89] Escap. *Catalogue Escap Motion Systems*, 1989.
- [Fle90] Fletcher R. : *Practical Methods of Optimization*. Wiley, 1990.
- [Fox95] Fox. B.L. : *Faster Simulated Annealing*. Siam J Optimisation, vol. 5, n.3 ,p. 488–505, August 1995.
- [Fra94] François C., C. Samson : *Running with Constant Energy*. Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, p. 131-136, vol. 1, May 1994.
- [Gay91] Gay D. : *Matériaux composites*. Hermes, 1991.
- [Gil88] Gille J. Ch., P. Decaulne, M. Pélegrin : *Systèmes asservis non linéaires*. éditions Dunod, 1988.
- [Gim94] Gimkiewicz Ch. : *Literaturrecherche ber die Fortbewegung von Zwei- und Vierbeinern*. Studienarbeit, LSIT-GRAVIR, 1994.
- [Gol89] Goldberg D. E. : *Genetic Algorithms in Search, Optimisation, and Machine Learning*. Addison-Wesley Publishing Company, inc, 1989.
- [Gol93] Golubev, YU.F., YE.V. Degtyareva : Modeling of the dynamics of a walking robot by the small-parameter method. Journal of Computer and system Sciences International, 31(6) :138–148, 1993.
- [Gos96] Goswami, A., B. Thuilot, B. Espiau : *Compass-like Biped Robot Part I : Stability and Bifurcation of Passive Gaits*. Rapport de recherche INRIA, n. 2996, octobre 1996.
- [Gre86] Greene. J. W., K.J. Sopowit : *Simulated Annealing Without Rejected Moves*. IEEE Transactions on Computer-Aided Design, V. CAD-5, n. 1, January 1986.
- [Haj88] Hajeck. B. : *Cooling Schedules for Optimal Annealing*. Mathematics of Operations Research, vol. 13, n.2,p. 311–329, may 1988.

- [Has85] Hashimoto, M., M. Takeda, H. Sagawa, I. Chiba, K. Satō : *Application of Shape Memory Alloy to Robotic Actuators*. Journal of Robotic Systems, vol 2, n. 1, pp. 3–25, 1985.
- [Hem79] Hemami H., B.F. Wyman : *Modelling and Control of Constrained Dynamic Systems with Application to Biped Locomotion in the Frontal Plane*. IEEE Transactions on automatic control, pp. 526-535, August 1979.
- [Hen68] Henriot G. : *Traité théorique et pratique des engrenages*. éditions Dunod, Tome 1, 1968.
- [Hom94] Homaifar. A., C.X. Qi, S.H. Lai : *Constrained Optimisation Via Genetic Algorithms*. Simulation 62 :4, p. 242-254, April 1994.
- [Ing92] Ingber L., B. Rosen : *Genetic Algorithms and Very Fast Simulated Reannealing : A Comparison..* Mathematical and Computer Modelling 16(11), p. 87–100242-254, 1992.
- [Inm81] Inman, V.T., Ralston, H. J., Todd, F. : *Human walking*. William & Wilkins, Baltimore, London, 1981.
- [Jac87] Jacquier, M. : *Accumulateurs*. Techniques de l'ingénieur, vol. D3 II, D 940, 1987.
- [Kah94] Kahle N., H. Leonhardt, W. Platzler : *Anatomie 1 : appareil locomoteur*. Flammarion, Medecine-Science, 1994.
- [Kaj92] Kajita S., T. Yamaura, A. Kobayashi : *Dynamic walking control of a biped robot along a potential energy conserving orbit*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 8(4) :431–438, August 1992.
- [Kaj96] Kajita S., K. Tani : *Experimental Study of Biped Dynamic Walking*. IEEE Control Systems, Vol 16, n 1, February 1996.
- [Kan95] Kant M. : *La voiture électrique*. Techniques de l'ingénieur, vol. D5 II, D 5 560, 1995.
- [Kro84] Krogh B. : *A Generalized Potential Field Approach for Obstacle Avoidance*. Control Proceedings for the SME Conference on Robotics Research, August 1984.
- [Lev96] Levine D. : *Users Guide to the PGAPack PARALLEL Genetic Library..* Argonne National Laboratory, Mathematics and Computer science Division, July 1996. disponible sur : ftp.\.mcs.\.anl.\.gov dans pub/pgapack/pgapack.tar.Z
- [Lju87] Ljung L. : *System identification theory for the user*. Prentice-Hall, inc, 1987.
- [Luy94] Luyckx J. : *Fibres de carbone*. Techniques de l'ingénieur, A2210, vol. AM5, 1994.
- [Mar96] Marco N., C. Godart, J.-A. Désidéri, B. Mantel ; J. Périaux : *A genetic algorithm compared with a gradient-based method for the solution of an active-control model problem*. Rapport de recherche INRIA, n. 2948, juillet 1996.
- [Mar96] Martinot J.Ph. : *Contribution à l'étude et à la modélisation de réducteurs de type "harmonic Drive"*. Thèse de troisième cycle de l'Université de Nantes, novembre 1996.
- [Mat94] *Matlab Optimization Toolbox*. Documentation du logiciel Matlab, 1994.
- [Nel65] Nelder J.A. , R. Mead : *A Simplex Method for Function Minimization*. Computing Journal ,vol 7, p. 308–313, 1965.
- [Mon95] Muscle Wires. *Catalogue Mondo-tronics, inc.*, 1995.
- [Mul91] Muller J. : *Formulaire technique de mécanique générale*. Imprimerie F paillard, Abbeville, 1991.
- [Nag88] Yen V., M.L. Nagurka : *A Fourier-based Optimal Control Approach for Structural Systems*. Proceedings of the 1988 American Control Conference, Vol 3, pp.2082-7, 1988.

- [Nag89] Yen V., M.L. Nagurka : *A Control Parameterization Approach for Linear Quadratic Systems*. Proceedings of the 1989 American Control Conference, Vol 1, pp. 774-9, 1989.
- [Nag90] Nagurka M.L., V. Yen : *Fourier-Based Optimal Control of Nonlinear Dynamic Systems*. Transactions of the ASME. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol 112, pp. 17-26, March 1990
- [Nag91] Nagurka M.L., S. Wang, V. Yen : *Solving Quadratic Optimal Control Problems by Chebyshev-Based State Parameterization*. Proceedings of the 1991 American control Conference, Vol 1, pp.104-109, 1991.
- [Nég91] Négrier A., J.C. Rigal : *Présentation des matériaux composites*. Techniques de l'ingénieur, A7790, vol. AM5, 1991.
- [Pre92] Press W.H. , S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery : *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press 1988, 1992.
- [Rab95] Rabinowitz F.M. : *Algorithm 744 : A Stochastic Algorithm for Global Optimization with Constraints*. ACM transactions on Mathematical Software, vol. 21, n. 2, p.194-213, June 1995.
- [Rei94] Reichholf J. : *Mouvement animal et évolution*. Flammarion, mars 1994.
- [Ren95] Renders J.M. : *Algorithmes génétiques et réseaux de neurones*. Hermès, Paris, 1995.
- [Rib94] Ribeiro Filho J.L. , P.C. Trealeven : *Genetic-Algorithm : Programming Environments*. IEEE Computer, vol. 27, n. 6, p. 17-26, June 1994.
- [Sag77] Sage A.P., C.C. White : *Optimum Systems Control*. Prentice-Hall, inc, 1977.
- [Ség79] Séguier G. : *L'électronique de puissance*. éditions Dunod, 1979.
- [Sha96] Shang Y., B.X. Wah : *Global Optimization for Neural Network Training*. IEEE Computer, vol. 29, n. 3, p. 45-54, March 1996.
- [She93] Shenck R. C., J. D. Heckman : *Pathologie traumatique du genou*. Clinical Symposia, vol 45, n1, 1993.
- [She95] Shekarforoush H., M. Berthod, J. Zerubia : *Direct Search Generalized Simplex Algorithm for Optimizing Non-linear Functions*. Rapport de recherche INRIA, n. 2535, Avril 1995.
- [Sri94] Srinivas, M. , L.M. Patnaik : *Genetic Algorithms : A Survey*. IEEE Computer, vol. 27, n. 6, p. 17-26, June 1994.
- [Sur90] Surla D., D. Stokić, M. Vukobratović, B. Borovac : *Biped locomotion*. Springer Verlag editions, Berlin Heidelberg New York, 1990.
- [Vak91] Vakakis A.F., J.W. Burdick, T.K. Caughey : *An "Interesting" Strange Attractor in the Dynamics of a Hopping Robot*. The International Journal of Robotics Research, vol. 10, n. 6, December 1991.
- [Vol90] Volpe R., P. Khosla : *Manipulator Control with Superquadratic Artificial Potential Functions : Theory and Experiments*. IEEE Transactions on SMC, vol. 20, n. 6, pp. 1423-36, 1990.
- [Whi95] Whitley D., K. Mathias, R. Rana, J. Dzubera : *Building Better Test Functions*. Proceedings of the Fifth International Conference on genetic Algorithms, 1995.