

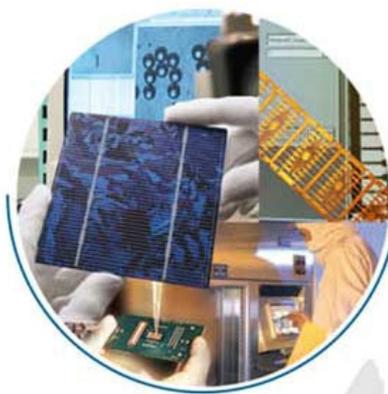
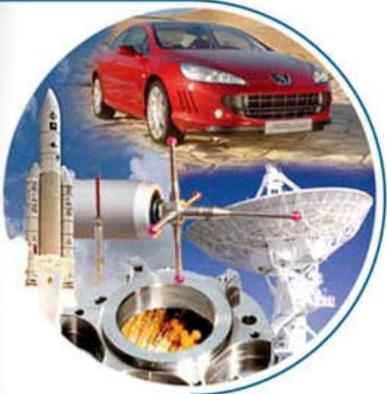
Analyse et modélisation des microsystemes

Version 2007

Nathalie Boudeau
Gonzalo Cabodevila

gonzalo.cabodevila@femto-st.fr

2^{ème} année
Filière Mécanique
MM5



**École Nationale Supérieure de
Mécanique et des Microtechniques**
26, chemin de l'Épitaphe
25030 Besançon cedex – FRANCE
<http://intranet-tice.ens2m.fr>

Conception de Microsystèmes

introduction

Introduction

Qu'est-ce qu'un microsysteme ?

microstructures multifonctions + électronique

Définition d'un microsysteme

transducteurs (capteurs/actionneurs) + interface

Terminologie

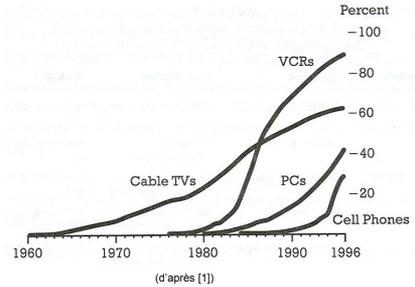
- MEMS : MicroElectroMechanical System
- MST : Microsystem Technology
- Micromachine
- Capteur intelligent

Quelques applications

Commercial Applications	Military Applications
Invasive and noninvasive biomedical sensors	Inertial systems for missile guidance and personal navigation
Measure biochemical analytical instruments	Distributed unattended sensors for asset tracking, environmental and security surveillance
Cardiac management systems (e.g. pacemakers, catheters)	Weapon aiming, targeting, and fusing
Drug delivery systems (e.g. insulin, analgesics)	Integrated micro-optomechanical components for identity-based or face systems
Neurological disorders (e.g. neurostimulation)	Head- and night-display systems
Engine and propulsion control	Low-power, high-density mass data storage devices
Automotive safety, braking, and suspension systems	Embedded sensors and actuators for condition-based maintenance
Telecommunication optical fiber components and sensors	Integrated fluidic systems for miniature propellant and combustion control
Mass data storage systems	Miniature fluidic systems for early detection of biochemical warfare
Electromechanical signal processing	Electromechanical signal processing for small and low-power wireless communications
Distributed sensors for condition-based maintenance and monitoring structure health	Active, configurable surfaces for distributed aerodynamic control of aircraft
Distributed control of aerodynamic and hydrodynamic systems	

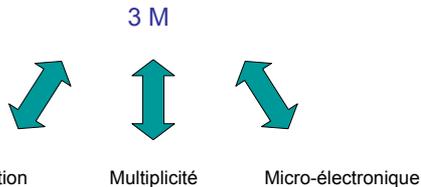
(d'après [1])

Barrière psychologique



(d'après [1])

Intérêt des microsystèmes



3M : Miniaturisation

- Prédominance de certains phénomènes physiques
- Fréquences de fonctionnement et largeur de bande élevées
- Grande fiabilité mécanique
- Constantes de temps thermiques faibles
- Consommation faible en énergie électrique
- Attention ! Il existe une taille minimale !!!

3M : Multiplicité

- Fabrication collective
- Matrice de transducteurs

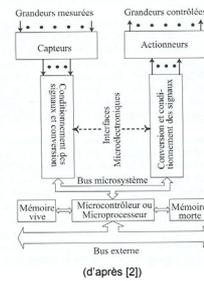
3M : Micro-électronique

- Intégration monolithique
- Technique hybride et encapsulation

Inconvénients des microsystèmes

- Encapsulation
- Accès aux microstructures
- Fiabilité

Architecture générale



Classification

- Suivant les systèmes de traitement de l'information
- Suivant la grandeur physique considérée
- Suivant le principe physique exploité
- Suivant l'application
- Suivant l'énergie du signal considéré 
- Suivant la complexité 

Classification suivant l'énergie du signal considéré

Type de Signal	Grandeurs physiques
Electrique	Tension, courant, charge, résistance, inductance, capacité, constante diélectrique, polarisation électrique, fréquence, durée de pulsation
Mécanique	Force, pression, couple, vide, flux, volume, épaisseur, masse, niveau, position, déplacement, vitesse, accélération, inclinaison, rugosité, longueur d'onde acoustique, amplitude d'onde acoustique
Thermique	Température, chaleur, chaleur spécifique, entropie, flux de chaleur
Magnétique	Intensité du champ, densité de flux, moment, magnétisation, perméabilité
Chimique	Composition, concentration, vitesse de réaction, toxicité, potentiel d'oxydation-réduction, pH
Rayonnement	Intensité, longueur d'onde, polarisation, phase, coefficient de réflexion, de transmission et d'absorption

(d'après [2])

Un peu d'histoire ...



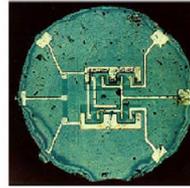
The start of the Silicon Age



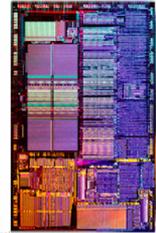
December 1947: Invention of the Bipolar Transistor
Bardeen, Brattain & Shockley

Un peu d'histoire ...

De 1960 à 2002



Fairchild, Gordon Moore, 1960
First planar IC.
19 August 1962.



Olo Hansen MIC
Toshiba in Microelectronics
Conception de Microsystèmes

Un peu d'histoire ...

• 1954

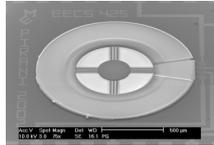
- C.S. Smith observe les effets piézorésistifs du Silicium et du Gallium.
- On pense que ce phénomène physique pourrait être utilisé pour réaliser des capteurs mécaniques.

• 1960

- Les premières jauges de déformation à base de Silicium apparaissent sur le marché.
- Le capteur de pression capacitif est créé.
- C'est le début des recherches sur les capteurs chimiques.

• 1968

- Les capteurs magnétiques à effet Hall apparaissent.

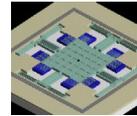


<http://www.eecs.umich.edu>

Un peu d'histoire ...

• 1970

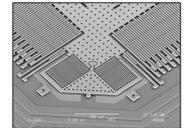
- Accéléromètre
- ISFET
- CCD



<http://pergatory.mit.edu>

• 1976

- PTAT

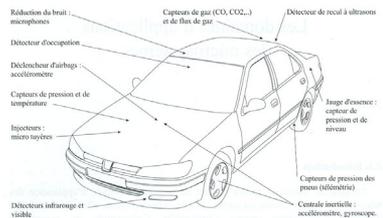


<http://mems.interpia98.net>

Les domaines d'application

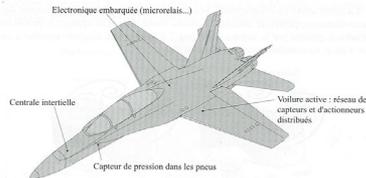
- Automobile
- Aérospatial
- Avionique
- Biomédical
- Électronique et télécommunications
- Microgénération de puissance

Application automobile



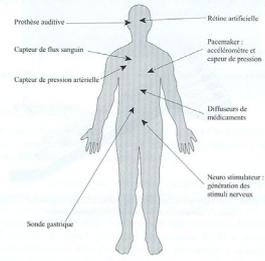
(d'après [2])

Application avionique



(d'après [2])

Application biomédicale



(d'après [2])

Marché des MEMS

Product Types	1996 Units (millions)	\$ (millions)	2002 Units (millions)	\$ (millions)
HDD heads	530	4500	1500	12000
Inkjet print heads	100	4460	500	10000
Heart pacemakers	0.5	1060	0.8	3700
In vitro diagnostics	700	450	4000	2800
Hearing aids	4	1150	7	2000
Pressure sensors	115	600	309	1300
Chemical sensors	100	300	400	800
Infrared imagers	0.01	220	0.4	800
Accelerometers	24	240	90	430
Gyroscopes	6	150	30	360
Magnetoresistive sensors	15	20	60	90
Microspectrometers	0.008	3	0.15	40
TOTAL	1996	\$13,033	6867	\$34,290

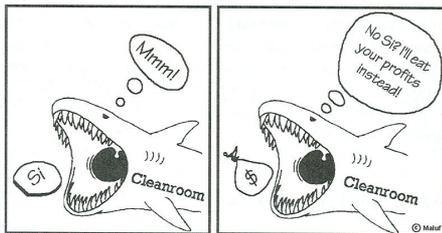
Courtesy, Sang-gook Kim, MIT

MEMS or not MEMS ?

Les MEMS sont intéressants si :

- Ça rend possible une nouvelle fonction
- Ça réduit considérablement les coûts

MEMS or not MEMS ?



(d'après [1])

MEMS or not MEMS ?

Standard

- Il existe un standard pour la technologie CMOS
- Il n'existe pas de standard pour les MEMS

MEMS & Recherche

Journaux, conférences et sites Web dédiés aux MEMS

- Sensors and Actuators
- Journal of micro-mechanical systems
- Journal of micro-mechanics and micro-engineering
- Sensors magazine
- MST news
- Micromachine Devices
- Etc.

Pour continuer

Plan du cours

- Matériaux pour les MEMS
- Les phénomènes physiques exploités
- Les capteurs et les actionneurs

Bibliographie

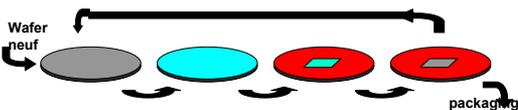
[1] Nadim Maluf : An introduction to Microelectromechanical systems engineering, Artech house Inc., Boston-London, 2000.

[2] Salvador Mir : Conception des microsystèmes sur silicium, Lavoisier, Paris, 2002.

Fabrication des microsystèmes

En 10 mn !

Process : principe général



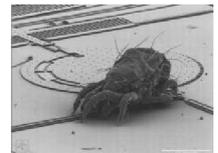
nettoyage	dépôt	lithographie	gravure
SPM RCA acétone ultrasons ...	poly Si SiO2 Si3N4, ... Al, Au, Cr, Ni... Polymères...	Résines positives ou négatives plus ou moins épaisses	isotrope ou anisotrope, sèche ou humide

Salle blanche : définition

Une salle blanche est une salle propre

Parce que l'on travaille sur des objets qui sont plus petits qu'une poussière !

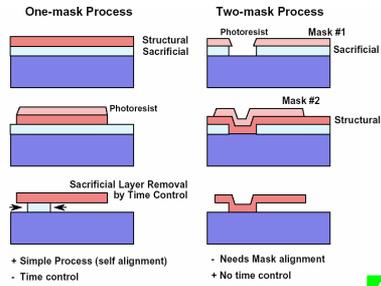
Parce qu'une poussière peut engendrer des réactions chimiques indésirables



une salle de classe 100 présente

100 poussières, dont la taille est de l'ordre de $0,5 \mu\text{m}$ par feet^3
300 poussières, dont la taille est de l'ordre de $0,3 \mu\text{m}$ par feet^3
750 poussières, dont la taille est de l'ordre de $0,1 \mu\text{m}$ par feet^3

Exemple de process



Conception de Microsystèmes

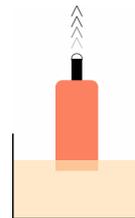
matériaux pour les MEMS

Le silicium

- C'est LE matériau des MEMS ...
- Un des rares matériaux qui puisse être fabriqué sous forme de monocristal de façon économique
- On peut moduler sa conductivité électrique
- Matériau rigide et élastique
- S'utilise sous forme de wafers
- Il existe sous 3 formes



Obtention du monocristal de silicium



<http://www.x86-secret.com/popups/articleswindow.php?id=64>

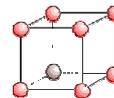


Le silicium

- Les 3 formes du silicium
 - Cristallin
 - Polycristallin
 - Amorphe
- Plusieurs dimensions pour les wafers
 - Diam : 100 mm ; épais : 525 microns
 - Diam : 150 mm ; épais : 650 microns
 - Diam : 200 mm et 300 mm
 - Wafers double-faces : 100 microns de moins

Le silicium

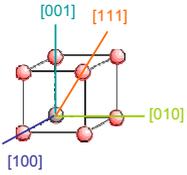
- Structure cristalline du silicium
 - Cubique simple



- Quelques rappels de cristallographie

Rappels de cristallographie

– Directions cristallographiques

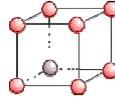


- Une direction s'écrit entre []
- Une famille de directions s'écrit entre <>

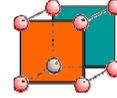
Les directions [100], [010] et [001] constituent la famille <100>

Rappels de cristallographie

– Plans cristallographiques



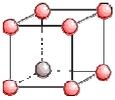
- Un plan s'écrit entre ()
- Une famille de plans s'écrit entre {}



Les deux plans représentés ci-dessus sont les plans (100) car leur normale est la direction [100]

Rappels de cristallographie

– Exercices



1. Tracer toutes les directions cristallographiques appartenant à la famille <110>
2. Tracer le plan cristallographique (111)
3. Tracer tous les plans de la famille {100}
4. Déterminer l'angle entre {100} et {110}
5. Déterminer l'angle entre {100} et {111}

Le silicium

• Exercice

Avant attaque

Après attaque

Le silicium

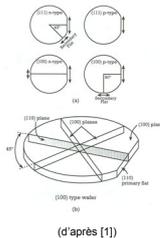
• Reconnaître les orientations cristallines en fonction du wafer



<http://>



<http://>



(d'après [1])

Le silicium

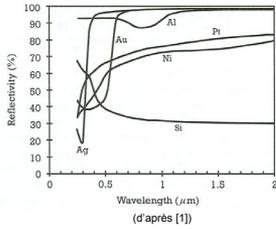
• Propriétés physiques du silicium

- Limite d'élasticité : 7 GPa
- Module d'Young : 160 GPa
- Bon conducteur thermique
- Propriétés optiques peu intéressantes
- Ses propriétés varient avec la température
- Il garde son intégrité jusqu'à 500°C
- Matériau stable



Le silicium

• Propriétés physiques du silicium



Le silicium

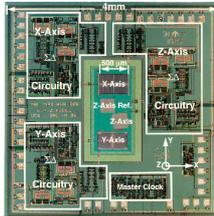
• Propriétés physiques du silicium

	300 K	400 K	500 K	600 K	700 K
Coefficient of linear expansion (10^{-6} K^{-1})	2.616	3.253	3.614	3.842	4.016
Specific heat ($\text{J/g} \cdot \text{K}$)	0.713	0.786	0.832	0.849	0.866
Thermal conductivity ($\text{W/cm} \cdot \text{K}$)	1.56	1.05	0.8	0.64	0.52
Temperature coefficient of Young's Modulus (10^{-6} K^{-1})	-90	-90	-90	-90	-90
Temperature coefficient of piezoresistance (10^{-3} K^{-1}) (doping $< 10^{18} \text{ cm}^{-3}$)	-2500	-2500	-2500	—	—
Temperature coefficient of permittivity (10^{-3} K^{-1})	1000	—	—	—	—

(d'après [1])

Le silicium

• Le polysilicium et le silicium amorphe



http://

Le silicium

• Les oxydes de silicium

- SiO_2 , SiO_x
- Excellentes propriétés électriques et thermiques
- Stables jusqu'à 700°C

Le silicium

• Les nitrures de silicium

- Si_3N_4
- Utilisés en films minces
- Barrière à la diffusion ionique
- Utilisé comme masque

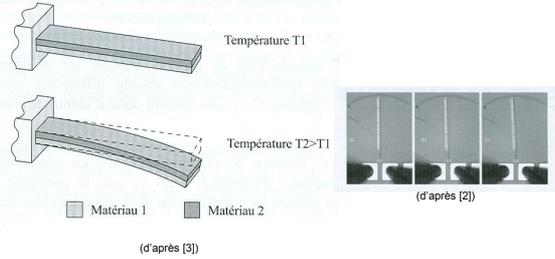
Les films métalliques minces

- Le choix du métal dépend de l'application finale
- Dépôt par pulvérisation, évaporation, dépôt chimique en phase vapeur
- Pour certains métaux, électrodéposition

Conception de Microsystèmes

Elasticité, thermoélasticité et vibrations

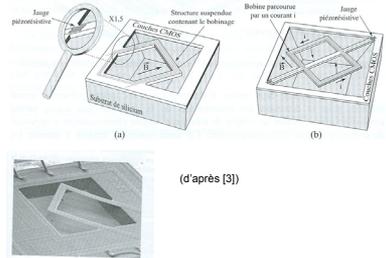
Analyse de quelques microsystèmes



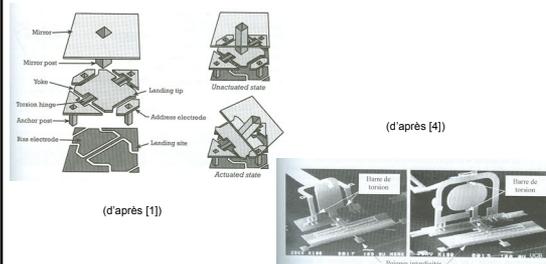
Analyse de quelques microsystèmes

(d'après [1])

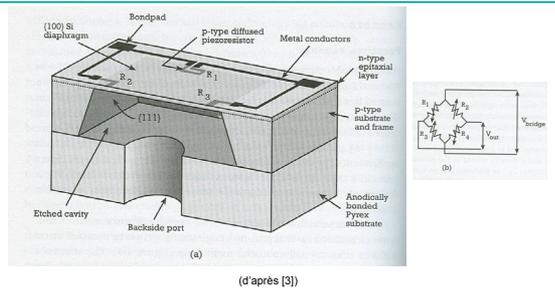
Analyse de quelques microsystèmes



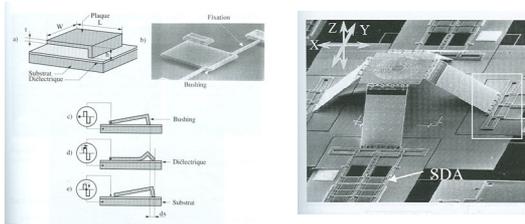
Analyse de quelques microsystèmes



Analyse de quelques microsystèmes



Analyse de quelques microsystèmes



(d'après [4])

MEMS & Mécanique

- Élasticité
 - Traction-compression
 - Flexion
 - Torsion
- Thermoélasticité
- Vibrations
 - Des poutres
 - Des plaques
 - Des disques
 - Des anneaux

Elasticité des poutres

- La traction-compression
 - À compléter

Elasticité des poutres

- La flexion
 - À compléter

Elasticité des poutres

- La torsion
 - À compléter

Elasticité des plaques

- La flexion
 - À compléter

Thermoélasticité des poutres

– À compléter

Exercices

• Exercice 1

Soit une poutre en Si encastrée-encastrée. Elle est soumise à une élévation de température de 100°C .

Calculer l'effort résultant au niveau de l'encastrement sachant que la poutre est de longueur 100 microns et de section 10 microns^2 .

• Exercice 2

Soit cette même poutre en Si encastrée-libre soumise à une élévation de température de 100°C .

Une structure rigide est située à 0,1 micron de son extrémité libre.

Calculer l'effort résultant au niveau de l'encastrement.

• Exercice 3

Soit un bilame encastré-libre constitué d'une couche de 1 micron d'Al et de 9 microns de Si. Sa largeur est de 10 microns et sa longueur de 1 mm.

Il est soumis à une élévation de température de 100°C .

Calculer sa déflexion.

Flexion des plaques

– À compléter

Vibrations longitudinales des poutres

– À compléter

Vibrations de torsion des poutres

– À compléter

Vibrations transversales des poutres

– À compléter

Vibrations des plaques

– À compléter

Vibrations des disques

– À compléter

Vibrations des anneaux

– À compléter

Bibliographie

- [1] Nadim Maluf : An introduction to Microelectromechanical systems engineering, Artech house Inc., Boston-London, 2000.
- [2] Salvador Mir : Conception des microsystèmes sur silicium, Lavoisier, Paris, 2002.
- [3] Salvador Mir : Dispositifs et physique des microsystèmes sur silicium, Lavoisier, Paris, 2002.
- [4] Orphée Cunat : Micro-actionneurs électroactifs, Lavoisier, Paris, 2002.

Conception de Microsystèmes

Piézoélectricité et piézorésistivité

Piézoélectricité

• Historique

- Découverte en 1880 par Pierre et Jacques Curie
- Première application par Langevin en 1920
- Aujourd'hui, très utilisée

• Qu'est-ce que l'effet piézoélectrique ?

- Production d'un champ électrique sous l'action d'une force
- Déformation sous l'effet d'un champ électrique

Piézoélectricité

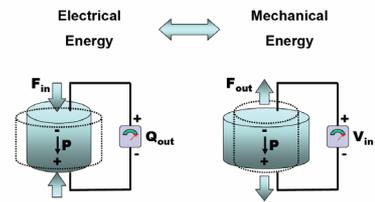
• Définition [1]

- Un solide est piézoélectrique s'il se polarise électriquement sous l'action d'une tension mécanique (effet direct) et se déforme sous l'action d'un champ électrique (effet inverse)

Piézoélectricité

Jacques & Pierre Curie (1880)

Lippmann (1881)



(d'après [2])

Piézoélectricité

• Origine physique de la piézoélectricité

- Une répartition asymétrique des charges électriques dans la cellule de base

Piézoélectricité

• Remarque 1

- Chaque phénomène est caractérisé par une symétrie maximale
 - Exemple 1 : la température
 - Exemple 2 : un champ électrique
 - Exemple 3 : une compression

Piézoélectricité

• Remarque 2 :

- Un cristal qui possède un centre de symétrie ne peut pas être piézoélectrique

Piézoélectricité

• Remarque 3 :

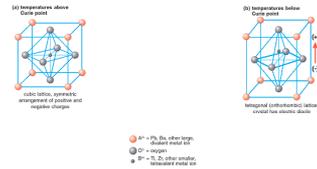
- Au-dessus de la température de Curie, un cristal perd ses propriétés piézoélectrique

Piézoélectricité

• Quelques matériaux piézoélectriques

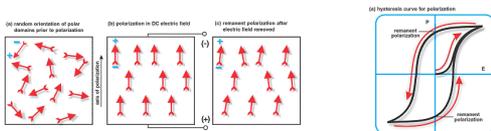
- Le quartz
- Les céramiques piézoélectriques
 - LiNbO_3
 - BaTiO_3
 - **PZT**
 - PbZrO_3
 - PbTiO_3
 - ZnO
- PVDF

Piézoélectricité



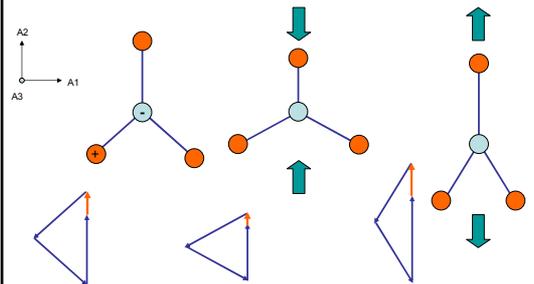
(d'après <http://www.americanpiezo.com>)

Piézoélectricité



(d'après <http://www.americanpiezo.com>)

Piézoélectricité



Piézoélectricité

- Loi de comportement élastique

$$S = s.T \quad S_{ij} = s_{ijkl}.T_{kl}$$

S : déformation
s : compliance
T : contrainte

- Loi de comportement des diélectriques

$$D = \epsilon.E \quad D_i = \epsilon_{ij}.E_j$$

D : densité de charge (induction)
ε : permittivité
E : champ électrique

- Equations couplées pour les piézoélectriques

$$S = s_E.T + d^t.E$$

$$D = d.T + \epsilon_T.E$$

couplage

Piézoélectricité

- Les formes de la loi de comportement

Forme (S,D)=f(T,E)

$$S = s_E.T + d^t.E$$

$$D = d.T + \epsilon_T.E$$

Forme (S,E)=f(T,D)

$$S = s_D.T + g^t.D$$

$$E = -g.T + (\epsilon_S)^{-1}.D$$

Forme (T,D)=f(S,E)

$$T = c_E.S - e^t.E$$

$$D = e.S + \epsilon_S.E$$

Forme (T,E)=f(S,D)

$$T = c_D.S - q^t.D$$

$$E = -q.S + (\epsilon_S)^{-1}.D$$

S : déformation T : contrainte D : densité de charge (induction) E : champ électrique

Piézoélectricité

- Tenseurs

Forme (S,D)=f(T,E)

$$S = s_E.T + d^t.E$$

$$D = d.T + \epsilon_T.E$$

$$S = s_E.T + d^t.E$$

- Tenseur d'ordre ?

$$D = d.T + \epsilon_T.E$$

S : déformation T : contrainte D : densité de charge (induction) E : champ électrique

Piézoélectricité

- Tenseurs

Forme (S,D)=f(T,E)

$$S = s_E.T + d^t.E$$

$$D = d.T + \epsilon_T.E$$

$$S = s_E.T + d^t.E$$

- Tenseur d'ordre ? 2
- Tenseur d'ordre ? 1
- Tenseur d'ordre ? 4
- Tenseur d'ordre ? 3
- Tenseur d'ordre ? 3

Notation indicielle

$$S_{ij} = s_{Eijkl}.T_{kl} + d^t_{ijn}.E_n$$

$$D_i = d_{ijk}.T_{jk} + \epsilon_{Tijn}.E_n$$

$$D = d.T + \epsilon_T.E$$

S : déformation T : contrainte D : densité de charge (induction) E : champ électrique

Piézoélectricité

- Tenseurs

Forme (S,D)=f(T,E)

$$S = s_E.T + d^t.E$$

$$D = d.T + \epsilon_T.E$$

Notation indicielle

$$S_{ij} = s_{Eijkl}.T_{kl} + d^t_{ijn}.E_n$$

$$D_i = d_{ijk}.T_{jk} + \epsilon_{Tijn}.E_n$$

Notation matricielle

$$S_\alpha = s_{E\beta\gamma}.T_\beta + d^t_{i\alpha}.E_i$$

$$D_i = d_{i\alpha}.T_\alpha + \epsilon_{Tijn}.E_n$$

Méthode :

$$X_{i\alpha} = X_{jk}$$

$$i = 1, 2, 3$$

$$\alpha = (j,k) = 1, 2, \dots, 6$$

S : déformation T : contrainte D : densité de charge (induction) E : champ électrique

Piézoélectricité

- Signification des coefficients piézoélectriques

d : constante de charge piézoélectrique

d_{ij}

Direction de polarisation du matériau quand E=0
Ou
Direction du champ électrique appliqué

Direction de la contrainte appliquée
Ou
Direction de la déformation induite

Piézoélectricité

- Signification des coefficients piézoélectriques

g : constante de tension piézoélectrique (module piézoélectrique)

$$g_{ij}$$

Direction du courant induit dans le matériau
Ou
Direction du champ électrique induit

Direction de la déformation induite
Ou
Direction de la contrainte appliquée

Piézoélectricité

- Signification des coefficients piézoélectriques

ϵ : permittivité ou constante diélectrique

$$\epsilon_{Xij}$$

Direction de l'induction

Direction du champ électrique

S si à déformation constante
T si à contrainte constante

Piézoélectricité

- Signification des coefficients piézoélectriques

s : compliance élastique

$$s_{Xij}$$

Direction de la déformation

Direction de la contrainte

E si à champ électrique constant
D si à induction constante

Piézoélectricité

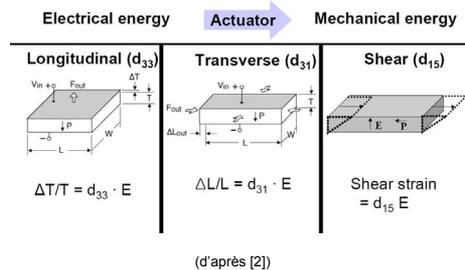
- Signification des coefficients piézoélectriques

q : coefficient piézoélectrique

Exercice

- Donner la signification des coefficients d_{33} , d_{31} et d_{15} 
- Donner la signification des coefficients g_{33} , g_{31} et g_{15}
- Donner la signification des coefficients e_{r11} et e_{s33}
- Donner la signification des coefficients s_{E11} et s_{D33}
- A quoi sont égaux s_{D33} , s_{E33} , s_{D11} et s_{E11} ?
- Exprimer les c_{Duip} en fonction des rigidités c_{Eijp} et des modules $e_{i\alpha}$ 

Signification des coefficients d_{33} , d_{31} et d_{15}



Relations entre d, g, e, s, q, c et ϵ

$$\begin{aligned}c_E &= s_E^{-1} \\ e &= d \cdot s_E^{-1} \\ \epsilon_S &= \epsilon_T - d \cdot s_E^{-1} \cdot d^t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s_D &= s_E - d^t \cdot e_T^{-1} \cdot d \\ g &= \epsilon_T^{-1} \cdot d\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c_D &= c_E - e^t \cdot \epsilon_S^{-1} \cdot e \\ q &= \epsilon_S^{-1} \cdot e\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c_D &= s_D^{-1} \\ q &= g \cdot s_D^{-1} \\ \epsilon_S^{-1} &= \epsilon_T^{-1} + g \cdot s_D^{-1} \cdot g^t\end{aligned}$$

Exercice

On a vu que la relation $(T, D) = f(S, E)$ s'écrit :

$$T = c_E \cdot S - e^t \cdot E$$

$$D = e \cdot S + \epsilon_S \cdot E$$

1. La réécrire quand aucun champ électrique n'est appliqué
2. A partir de la relation entre D et S, montrer que certains coefficients du tenseur e sont nuls
 - Quand le cristal possède un centre de symétrie
 - Quand le cristal présente un plan de symétrie de normale Z

S : déformation T : contrainte D : densité de charge (induction) E : champ électrique

Exercice

Piézoélectricité

- Facteur de couplage électromécanique

Bibliographie

- [1] Daniel Royer, Eugène Dieulesaint : Ondes élastiques dans les solides – Tome 1 Propagation libre et guidée, Masson, Paris, 1996, Chapitre 3
- [2] Kim Sang-Gook : Multi-scale systems design and manufacturing, MIT, lecture 7-8, <http://ocw.mit.edu>
- [2] Nadim Maluf : An introduction to Microelectromechanical systems engineering, Artech house Inc., Boston-London, 2000.
- [3] Salvador Mir : Dispositifs et physique des microsystèmes sur silicium, Lavoisier, Paris, 2002.

Conception de Microsystèmes

Microfluidique

Plagiat pure et simple de :
Introduction à la microfluidique de Patrick Tabeling

Microfluidique

- Notion de particule fluide

$$\lambda = \frac{l}{\sqrt{2\pi ma^2}} = \frac{kT}{\sqrt{2\pi p a^2}}$$

λ = libre parcours moyen

k = constante de Boltzmann

p = pression

a = taille de la molécule

n = densité

(nombre de molécules par unité de volume)

- Ordres de grandeur
 - Libre parcours moyen

$$\lambda = 100 \text{ nm}$$

- Viscosité des gaz

$$\mu = \frac{1}{3} \rho u_{th} l = 0,15 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$$

- Viscosité des liquides

$$\mu = A \exp\left(\frac{E}{kT}\right)$$

- Valable si le canal > qq nm

Microfluidique

- Les équations de l'hydrodynamique

– Si la particule est plus petite que la taille du système :

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho F_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$$

ρ = densité

u_i = la composante de la vitesse suivant i

F_i = la composante de la densité volumique de force extérieure suivant i

σ_{ij} = la contrainte

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_j \frac{\partial}{\partial x_j} = \text{dérivée matérielle}$$

Microfluidique

- Loi de conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$

ρ = densité

u_i = la composante de la vitesse suivant i

- Equation de Navier et Stokes

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho F_i - \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2}$$

- Autre formalisme

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta u + \frac{1}{\rho} F$$

- Loi de conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \text{div } u = 0$$

Microfluidique

- Valeur du Nombre de Reynolds
- Ordres de grandeur

$$\text{Re} = \frac{Ul}{\nu}$$

Re = nombre de Reynolds

U = vitesse caractéristique

l = longueur

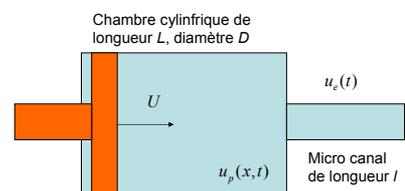
ν = viscosité dynamique

$$l = \text{qq} 10 \mu\text{m}$$

$$\nu = \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{Re} \leq 10^{-1}$$

Effet bouchon



Effet Bouchon

Equations du problème

- Conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_p}{\partial x} = 0$$

- Navier et Stokes

$$\rho \frac{Du_p}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u_p}{\partial x^2}$$

Effet bouchon

- Prise en compte de la compressibilité du fluide

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{E}{\rho}$$

$E = \text{module d'Young}$

- On néglige l'inertie, car Re très faible

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} \approx \mu \frac{\partial^2 u_p}{\partial x^2}$$

Effet bouchon

- Intégration

$$p + \frac{\mu}{E} \frac{\partial p}{\partial t} = F(t)$$

- Et : $\frac{\mu}{E} \approx 10^{-12} s$

$$\Rightarrow p = F(t)$$

- Donc pression et densité sont constantes : on peut intégrer l'équation de continuité

$$u_p(x, t) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} (x - Ut) + U$$

$$= -\frac{1}{E} \frac{\partial p}{\partial t} (x - Ut) + U$$

Effet bouchon

- Décroissance linéaire de la vitesse en fonction de x

$$u_p(x, t) = -\frac{1}{E} \frac{\partial p}{\partial t} (x - Ut) + U$$

- Conservation des débits

$$u_p(L, t) = \frac{4wb}{\pi D^2} u_c(t)$$

Effet bouchon

- Dans le canal
si : $w \gg b$

$$u_c(t) \approx \frac{b^2}{12l\mu} p$$

- D'où l'équation différentielle

$$\left(1 - \frac{U}{L} t\right) \frac{d\rho}{dt} + \frac{\rho}{\tau} = \frac{UE}{L}$$

- avec

$$\tau = \frac{3\pi l \mu D^2 L}{Ewb^3}$$

Effet bouchon

- Résultat

$$p(t) \approx p_{\text{inf}} (1 - e^{-t/\tau})$$

- Tau peut être très grand !!!

$$\tau = \frac{3\pi l \mu D^2 L}{Ewb^3}$$

- $b = 1 \mu m$
- $w = 100 \mu m$
- $L = 20 mm$

- tau = des heures !

- Source de pression plutôt que pousse seringue

Nombre de Knudsen

$$Kn = \frac{\lambda}{l}$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n a^2} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi p a^2}$$

λ = libre parcours moyen

l = dimension caractéristique du système

- $Kn < 0,01$
 - Écoulement décrit par Navier Stokes
- $0,01 < Kn < 0,3$
 - Navier et Stokes mais les dernières couches ont une vitesse différente de celle de la paroi
- $0,3 < Kn < 10$
 - Equations de Brunett (insolubles)
- $Kn > 10$
 - Gaz raréfiés : Equations de Boltzmann

Régime de glissement pour les gaz

- Dans le cas : $0,01 < Kn < 0,3$
 - Il faut abandonner l'hypothèse de vitesse nulle à l'interface !
 - On pose alors :

$$u = C\lambda \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

- u : vitesse parallèle à la paroi
- z : direction normale
- C : un coefficient

Régime de glissement pour les gaz

- Les molécules "glissent" le long de la paroi
- Bilan de flux de la quantité de mouvement donne

$$\frac{1}{6} \rho u_{therm} u(\lambda) = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$$

Régime de glissement pour les gaz

- En développant en séries de Taylor et en utilisant :
- On trouve la CL en $z=0$
- On observe :
 - Réflexion diffuse : $C=1$

$$\mu = \frac{1}{3} \rho \lambda u_{therm}$$

$$u = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

Régime de glissement pour les gaz

- Si réflexion spéculaire
 - Avec :
 - σ : coefficient d'accomodation
 - σ : représente la proportion de particules diffusant sur la paroi
 - Si toutes les particules diffusent spéculairement : $\sigma=0$, $C=\infty$ et donc :

$$C = \frac{2 - \sigma}{\sigma}$$

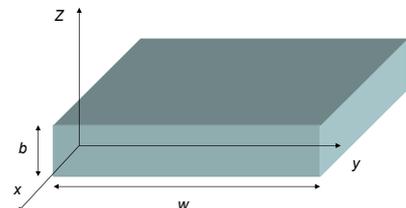
$$0 < \sigma < 1$$

$$1 < C < \infty$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

Glissement libre sans chute de pression.

Régime de glissement pour les gaz



Régime de glissement pour les gaz

- Si toutes les particules diffusent spéculairement : $\sigma=0$, $C=\infty$ et donc
 - Glissement libre sans chute de pression.
- En général σ dépend du couple gaz pari
 - $1 > \sigma > 0,8$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

Régime de glissement pour les gaz

- Théorie simplifiée
 - petits nombres de Reynolds
 - termes d'inertie négligés
 - pas de variation de pression le long de l'écoulement
- Relation entre débit volumique local et gradient de pression local

$$q(x) = \frac{Gb^3w}{12\mu}$$

Régime de glissement pour les gaz

- Relation entre débit volumique local et gradient de pression local

$$q(x) = \frac{Gb^3w}{12\mu}$$

$$G = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

Régime de glissement pour les gaz

- La résolution de l'équation de mouvement donne le débit massique Q_m
 - avec Kn nombre de Knudsen évalué à la pression moyenne P_m
 - P_i pression à l'entrée
 - P_o pression à la sortie

$$Q_m = \rho q(x) = \rho \frac{Gb^3w}{12\mu} (1 + 6CKn(x))$$

$$Kn(x) = Kn \frac{P_m}{p(x)}$$

$$P_m = \frac{1}{2} (P_i + P_o)$$

Régime de glissement pour les gaz

- En appliquant la loi des gaz parfaits
 - R: contante des gaz parfaits
 - T : température absolue

$$\rho = \frac{P}{RT}$$

- En regroupant on obtient :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial p^2}{\partial x} = -\frac{12\mu Q_m RT}{b^3w(1+6CKn(x))}$$

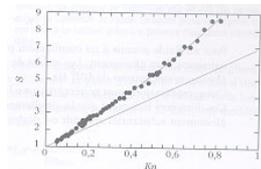
- Et par intégration :

$$Q_m = \frac{(P_o - P_i)P_m b^3w}{12\mu RTL} (1 + 6CKn(x))$$

Régime de glissement pour les gaz

- Coefficient de glissement
 - Q_v débit volumique

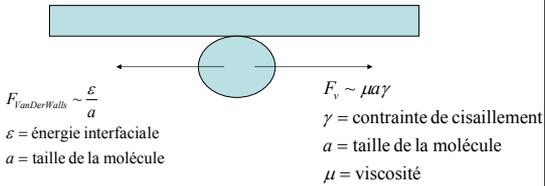
$$S = \frac{12Q_v \mu p(L)L}{\Delta P P_m b^3w}$$



$$S = 1 + 6CKn(x)$$

Ecoulement des liquides

- Forces s'exerçant sur une molécule



Ecoulement des liquides

- Condition de détachement de la molécule

$$\gamma_c = \frac{\mu}{\varepsilon} a$$

- Ordre de grandeur :
 - Interface plastique/eau
 - Tau est un temps moléculaire

$$\gamma_c = 10^{10} s^{-1}$$

$$\gamma_c = 1/\tau$$

Ecoulement des liquides

- Problème : des écoulements s'observent pour des valeurs de γ_c bien plus faibles que prévu !
- Introduction de la notion de longueur de glissement ou longueur de Navier

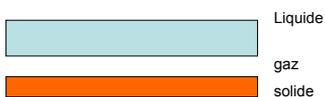
$$u = L_s \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

Ecoulement des liquides

- Attention : L_s n'est pas justifiée physiquement, c'est une analogie par rapport aux gaz.
- En dessous de γ_c les longueurs de glissement devraient être de l'ordre du nanomètre mais sont mesurées de l'ordre du micron.

Ecoulement des liquides

- Hypothèse (Pierre-Gilles de Gennes)
 - Formation spontanée d'une couche gazeuse à l'interface



$$L_s \sim \frac{\nu}{u_{therm}}$$

Ecoulement des liquides

- Le calcul donne :

$$L_s \sim \frac{\nu}{u_{therm}}$$

- Ordres de grandeur

$$u_{therm} \approx 300 ms^{-1}$$

$$\nu \approx 0,15 cm^2 s^{-1}$$

- Mais hypothèse restant à vérifier

$$L_s \sim qq \mu m$$

Écoulement des liquides

- Calcul du profil de vitesse. Hypothèse :

$$u = L_s \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

- Écoulement de Poiseuille plan

- Profil de vitesse

$$u(z) = \frac{L_s G b}{2\mu} - \frac{G}{2\mu} \left(z^2 - \frac{b^2}{4} \right)$$

- La paroi est située à :

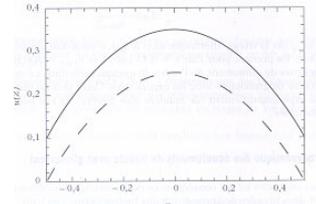
- En non pas à $z = \pm \frac{b}{2}$

$$z = \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} + L_s b} \approx \pm \left(\frac{b}{2} + L_s \right)$$

Écoulement des liquides

- Relation pression débit

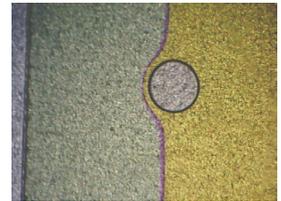
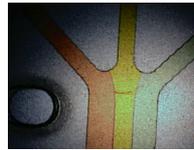
$$\Delta P = \frac{2\mu L Q}{w b^2 (L_s + b/6)}$$



Mélangeurs

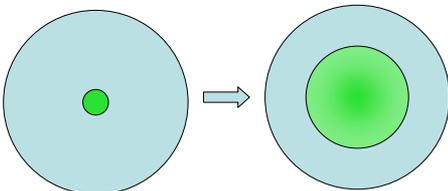
Diffusion

Mélangeurs



Diffusion

- Cas de la tâche circulaire



Diffusion

- L'équation d'advection-diffusion est :
- En intégrant cette équation on obtient

$$\frac{DC}{Dt} = \frac{\partial C}{\partial t} + u \nabla C = D \Delta C + s(x, t)$$

$$t = 0, C = C_0 \delta(x)$$

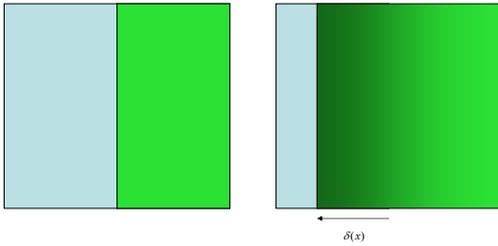
$$C(x, t) = \frac{C_0}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\left(\frac{x^2}{4Dt}\right)}$$

- Soit une longueur de diffusion
 - (écart type de la gaussienne)

$$L \approx 2\sqrt{Dt}$$

Diffusion

- Cas du front plan



Diffusion

- Concentration en fonction du temps et de l'espace

$$C(x,t) = \frac{1}{2} C_0 \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right) \right)$$

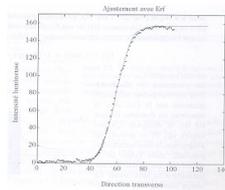
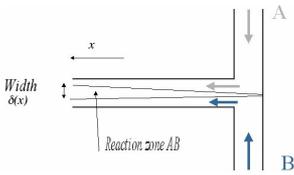
avec
$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-v^2} dv$$

$$\delta = 2\sqrt{Dt}$$

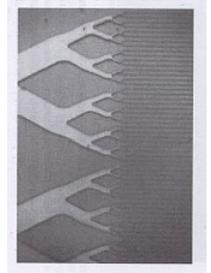
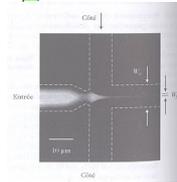
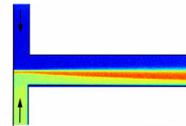
Diffusion

- Dans ce cas :

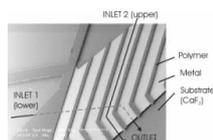
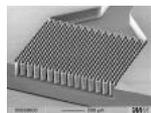
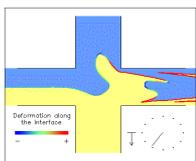
$$C(x,y) = \frac{1}{2} C_0 \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{y\sqrt{U}}{2\sqrt{Dx}} \right) \right)$$



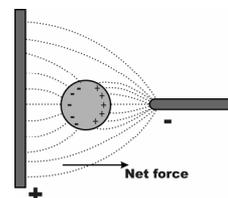
Diffusion



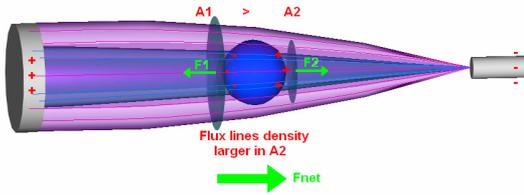
Mélangeurs chaotiques



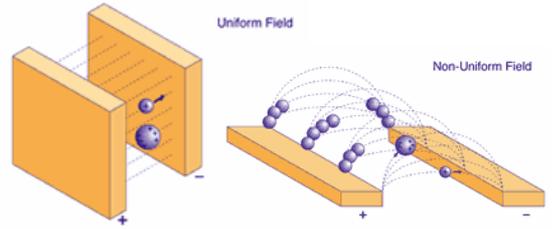
La diélectrophorèse



La diélectrophorèse



La diélectrophorèse



La diélectrophorèse

- Une sphère plongée dans un liquide soumise à un champs électrique est soumise à :
 - où α est la polarisabilité.
- Si le champs électrique est alternatif, posons :
- La force est alors :

$$F = \frac{1}{2} \alpha \nabla E^2$$

$$\epsilon = \epsilon_R - i \frac{\sigma}{\omega}$$

$$F = 2\pi a^2 K \nabla E^2$$

- Où K, facteur de Clausius-Mosotti,

$$K = \text{Re}(\epsilon_M) \text{Re} \left(\frac{\epsilon_0 - \epsilon_M}{\epsilon_0 + 2\epsilon_M} \right)$$

La diélectrophorèse

- L'équation du mouvement de la particule est :
- La force de traînée visqueuse est :

$$m \frac{dV}{dt} \approx 0 = F_{DEP} - F_{DRAG}$$

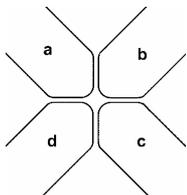
$$F_v = 6\pi R \mu V$$

- La vitesse moyenne est :

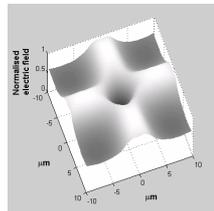
$$V = \frac{R^2 \epsilon_m \text{Re}(K(\omega)) \nabla E_{RMS}^2}{3\mu}$$

La diélectrophorèse : applications

- Placement de cellules



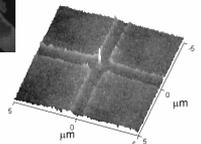
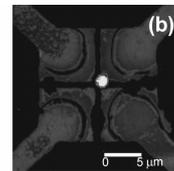
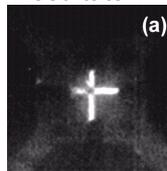
Forme des électrodes



Champs électrique crée

La diélectrophorèse : applications

- Resultats

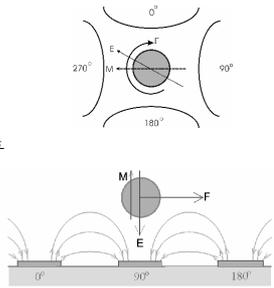


Diélectrophorèse

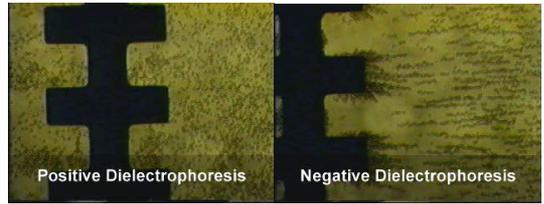
- Electrorotation

$$\Gamma = -4\pi\epsilon_m r^3 \text{Im}(K(\omega)) E_{RMS}^2$$

$$F_{TW} = -\frac{4\pi\epsilon_m r^3 \text{Im}(K(\omega)) E_{RMS}^2}{\lambda}$$

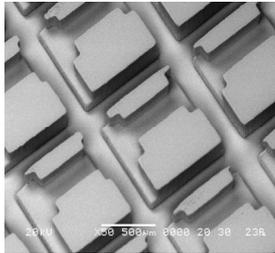
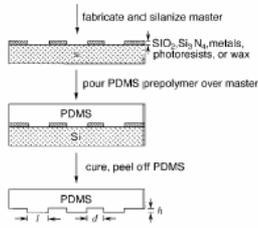


Diélectrophorèse

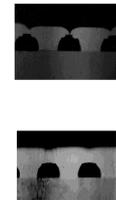
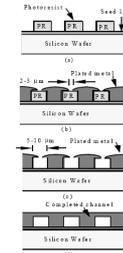


Technologies pour la µfluidique

- Leader incontesté : le PDMS



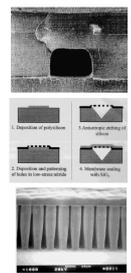
Technologies pour la µfluidique



microchannel made of U-8 (Guerin et al. 1997)

anisotropic etching and membrane sealing with PCVD deposition /eider 1997)

self-sealing monolithic electroplated microchannel (Kiet et al. 995)

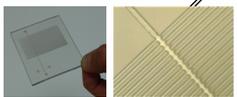


Technologies pour la µfluidique

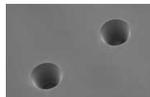
- Hot Embossing



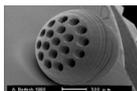
Figure 3a) Silicon Master. Figure 3b) Embossed in PMMA



- Laser



- µstéréolithographie



Quelques applications

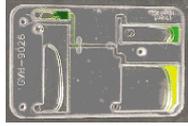


i-STAT 1 Analyzer

Representing the next step in the evolution of point-of-care testing, the i-STAT 1 Analyzer uses one platform to perform glucose strip testing along with all i-STAT test cartridges.



Filtre en H



Conclusions

- Domaine en plein essor
 - Nombreuses applications
 - Biologie, chimie, refroidisseurs,...
- Technologies simples
 - Moulage
- Superbes travaux scientifiques en perspective

Conception de Microsystèmes

Actionneurs Electrostatiques Et Electromagnétiques

Equations de Maxwell

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Notions d'échelle

Dans le domaine du petit, les phénomènes physiques à prendre en compte ne sont pas les mêmes que dans le domaine macro

Exemple :

- Mécanique classique
 - la gravité a une influence non négligeable sur la structure
- Mécanique appliquée aux MEMS
 - la gravité est négligeable comparée aux forces de van der Waals par exemple

Notions d'échelle

La diminution des dimensions implique une augmentation du ratio "surface / volume" :

$$\left\{ \begin{array}{l} S \sim L^2 \\ V \sim L^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{S}{V} \sim L^{-1}$$

ballon de Hand ball



$$r = 150 \text{ mm} - S/V = 6 \text{ m}^{-1}$$

ovocytes

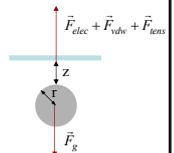
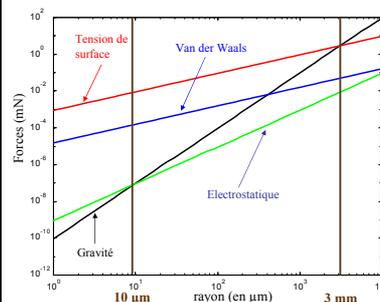


$$r = 150 \mu\text{m} - S/V = 6 \text{ 000 m}^{-1}$$

Différentes forces

- Prépondérante dans le macro
 - Forces de gravité
- Prépondérantes dans le micro
 - Force de Van Der Waals
 - Forces atomiques
 - Forces électrostatiques
 - Tribo-électrification, transfert de charges
 - Tensions de surface
 - Forces liées au degrés d'humidité

Exemple : interaction sphère plan



Energie stockée

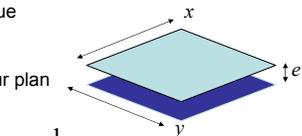
Type	Energie	J m ⁻³	Observation
Gravité	$E = \rho gh$	10 ³	Or, hauteur 5mm
Mécanique	Cinétique, $E = \rho v^2/2$	10 ⁴	Or, $v = 1 \text{ms}^{-1}$
Mécanique	Elasticité, $E = \sigma \epsilon/2$	10 ⁷	Si, limite de rupture
Electrique	Electrostatique, $E = DE_0/2$	4.10 ⁵	$E_0 \approx 3.10^5 \text{ Vmm}^{-1}$
Magnétique	$E = BH/2$	10 ⁶	$B = 1.6 \text{ T}$
Thermique	Transition de phase, $E = \rho \Delta h$	2.10 ⁷	Evaporation eau
Thermique	Capacité, $E = \rho c_p \Delta T$	10 ⁸	Si, $\Delta T = 60^\circ \text{K}$
Biologique	Energie des cellules	6.10 ⁷	ATP -> ADP
Chimique,	Electrochimique	10 ⁹	Batteries Lithium
Chimique,	Combustion	10 ¹⁰	Essence
Nucléaire	Combustible nucléaire	10 ¹⁵	Uranium
Masse	$E = \rho c^2$	10 ²¹	

Actionneurs électrostatiques

De la réduction d'échelle

- Moteur électrostatique

- Cas du condensateur plan



$$E = \frac{1}{2} CV^2$$

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{e}$$

$$F = -\frac{\partial E}{\partial d}$$

E : énergie
 C : capacité
 V : tension
 S : surface
 d : déplacement
 ϵ_0 : permittivité du vide

- Energie stockée

- Capacité

- Force

Electrostatique

$$F = -\frac{\partial E}{\partial d} = -\frac{1}{2} V^2 \frac{\partial C}{\partial d} = -\frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r V^2 \frac{\partial \left(\frac{S}{e} \right)}{\partial d}$$

$$F_e = -\frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r V^2 \frac{\partial \left(\frac{S}{e} \right)}{\partial d} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r V^2 \frac{S}{e^2}$$

$$F_x = -\frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r V^2 \frac{\partial y}{\partial x}$$

$$F_y = -\frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r V^2 \frac{\partial x}{\partial y}$$

E : énergie
 C : capacité
 V : tension
 S : surface
 d : déplacement
 ϵ_0 : permittivité du vide

Electrostatique

- Rapport de réduction favorable

$$E = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d} V^2 = \frac{(l^0)(l^2)(l^2)}{(l)} \sim l^3$$

$$F = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r V^2 \frac{S}{e^2} = \frac{(l^0)(l^2)(l^2)}{(l^2)} \sim l^2$$

- distance /10

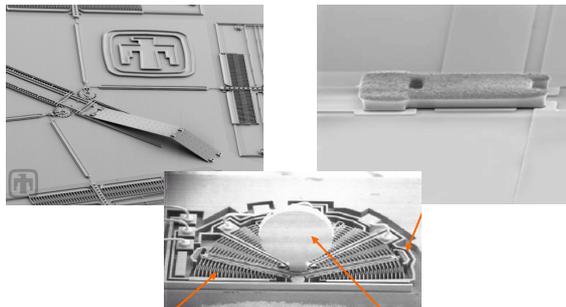
- Volume/1000

- Energie /1000

- Force/100

- (Force/volume)*10

Electrostatique



Electrostatique

Parallel-Plate Electrostatic Actuator Pull-in

Electrostatic instability

$$F = \frac{\epsilon_0 V^2}{2(s_0 - x)^2} = kx \Rightarrow$$

$$V = \sqrt{\frac{2kx}{\epsilon_0}}(s_0 - x)$$

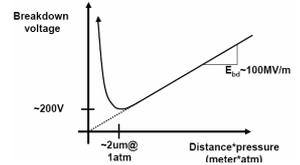
$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0 \Rightarrow x_{snap} = \frac{s_0}{3}$$

$$V_{snap} = \sqrt{\frac{8k s_0^3}{27 \epsilon_0}}$$

<http://robotics.eecs.berkeley.edu/~pister/245/Notes/Actuators2b.pdf>

Electrostatique : courbe de Pashen

- Courbe publiée par Pashen en 1889 – Tension maximale entre deux sphères avant arc électrique
- Notez que la partie 0 à 2 μm a été obtenue avec de fortes distances et une très faible pression !



Electrostatique : courbe de Pashen

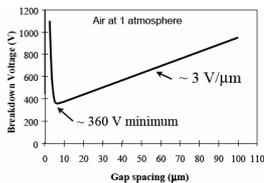


Fig. 1. Paschen curve: Gaseous breakdown voltage vs. gap spacing between two conductors. Gas is air at a pressure of 1 atmosphere. Note that this curve can be extremely misleading when predicting breakdown at gaps less than 5 μm.

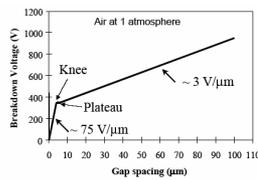


Fig. 2. Modified Paschen curve: breakdown voltage vs. gap spacing. Note plateau, knee and steep decline in breakdown voltage for a gap spacing less than 5 μm.

<http://www.wallash.com/spie.pdf>

Electrostatique : Phénomènes en jeu

Current Mechanism	Gap Distance
Townsend Avalanche of gaseous ions	> 5 μm
Field Emission of electrons	5 nm to 5 μm
Tunneling of electrons	< 2 nm

<http://www.wallash.com/spie.pdf>

Electrostatique

Electrostatic spring

$$F = \frac{\epsilon_0 V^2}{2(s_0 - x)^2} \approx \frac{\epsilon_0 V^2}{2(s_0 - x_0)^2} \left(1 + 2 \frac{x - x_0}{s_0 - x_0} \right)$$

$$F = m\ddot{x} + kx \approx \frac{\epsilon_0 V^2}{2(s_0 - x_0)^2} \left(1 + 2 \frac{x - x_0}{s_0 - x_0} \right) \Rightarrow$$

$$m\ddot{x} + \left(k - \frac{\epsilon_0 V^2}{(s_0 - x_0)^3} \right) x = \frac{\epsilon_0 V^2}{2(s_0 - x_0)^2} \left(1 - \frac{2x_0}{s_0 - x_0} \right)$$

- Adjustable stiffness (sensitivity) and resonance frequency

Electrostatique : cantilevers

Electrostatic Actuation

- Cantilever Actuators
 - electrostatic force

$$q(x) = \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{V}{d - d(x)} \right)^2$$

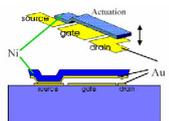
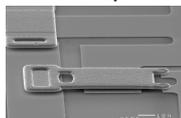
- tip deflection

$$(d\delta)_T = \frac{x^2}{6EI} - (3L - x)wq(x)dx$$



Electrostatique : applications

Switchs pour RF mems



Parametres	MEMS RF	PIN	FET
Actionnement (Volts)	15-80	3-5	3-5
Courant (mA)	0	3-20	0
Consommation (mW)	0.03	5-100	0.05-0.2
Temps de commutation	1-30 µs	2-60 ns	2-60 ns
Isolation (1-10 GHz)	Excellente	Bonne	Moyenne
Isolation (10-40 GHz)	Excellente	Moyenne	Faible
Isolation (60-100 GHz)	Bonne	Moyenne	Nulle
Pertes d'insertion (dB)	0.03-0.2	0.4-1.2	0.4-1.6
Tonus à la puissance (W)	0.01-0.5	0.1-10	0.1-5
Linéarité IP3 (dBm)	+55-90	+27-45	+27-45

Electrostatique : poutres encastrées au deux bouts

Fixed-beam actuator deflection vs. applied voltage

Deflection $v(x)$ as a function of Applied Voltage V can be modeled as a 4th order nonlinear ODE

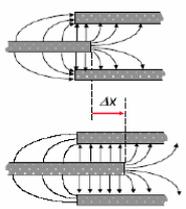
Elasticity $EI \frac{d^4 v(x)}{dx^4} = q(x)$
 $B.C.: v(0) = v'(0) = 0$
 $v''(L) = v'(L) = 0$

Electrostatics $q(x) = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r V^2}{2(d-v(x))^3}$

Non-linear ODE $(d-v(x)) \frac{d^4 v(x)}{dx^4} + \frac{P}{EI} (d-v(x)) = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r V^2}{2EI}$

P is axial compressive force at supports.
 I is Moment of inertia for beam cross section ($I = bh^3/12$ for rectangular section)

Electrostatique : Comb-drive



$$\frac{\partial C}{\partial x} = N \cdot \left(\frac{2\epsilon_0 h}{d^3} \right) \cdot \alpha$$

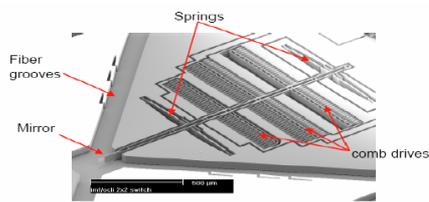
N : number of comb-fingers
 α, β : fitting parameters, values extracted from simulation
 h : thickness of comb-fingers
 d : width of gap between comb-fingers

$$F = \frac{1}{2} \frac{\partial C}{\partial x} \cdot V_{dc}^2 = \alpha \frac{N\epsilon_0 h}{d^3} \cdot V_{dc}^2$$

$$\Rightarrow F \approx \frac{Nh}{d} \cdot \epsilon_0 V_{dc}^2$$

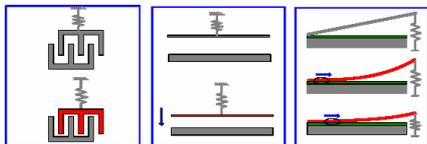
Electric field distribution in comb-finger gaps

Electrostatique : Applications



David Hines et al. OCL17D5 Uaupare. "A Unipolar Latching 2nd MEMS Fiber Optics Switch". Optical MEMS 2000, Kauai, August 21-24th, 2000.

Electrostatique : « zipping actuator »



Comb Drive

- Force independent of stroke: large stroke
- Very small force, large deflection

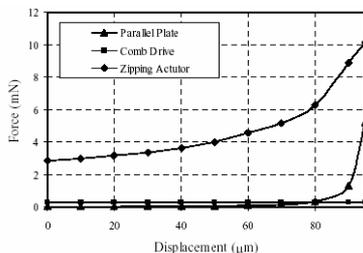
Parallel Plate

- Confliction between stroke and force

Zipper

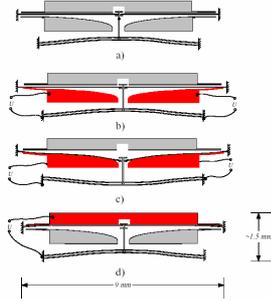
- Large force and large deflection
- High voltage for pull_in

Electrostatique : « zipping actuator »

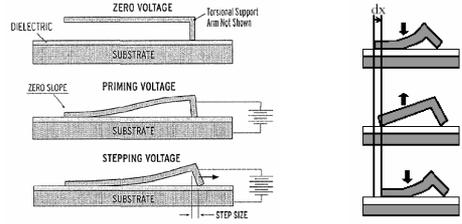


Electrostatique : « zipping actuator »

- Application
 - Relai

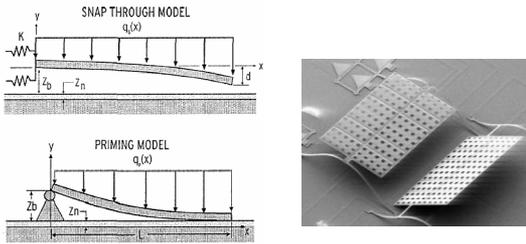


Electrostatique : SDA

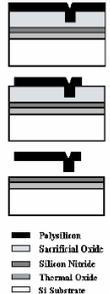
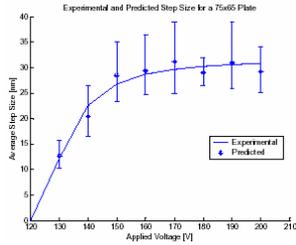


http://mems.colorado.edu/c1.res.pub/c2.ftp/HILTON2000_Linderman.pdf

Electrostatique : SDA



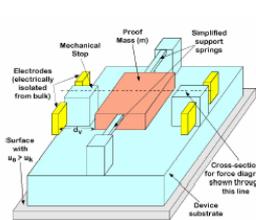
Electrostatique : SDA



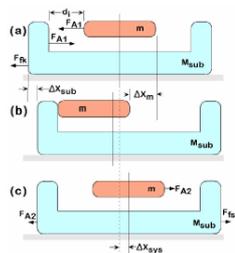
<http://www.mae.ufl.edu/SAMM/Papers/IMECE2004-59908.pdf>

http://mems.colorado.edu/c1.res.pub/c2.ftp/HILTON2000_Linderman.pdf

Electrostatique : Impact drive actuator

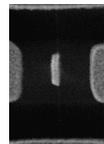
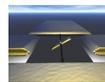


Résolution : quelques nanomètres



Le plus petit moteur électrostatique du monde

- Rotor : pastille d'or montée sur un axe en nanotubes de carbone



Conception de Microsystèmes

Actionneurs Electrostatiques Et Electromagnétiques

Magnétique

- Première approche : microbobine

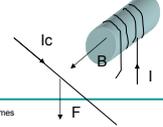
$$B = \frac{1}{\mu_0} \frac{n}{L} I \sim I^1$$

$$E = \frac{1}{2} BH = \frac{B^2 V}{2\mu_0} = \frac{(I^2)(l^3)}{(l^0)} \sim I^5$$

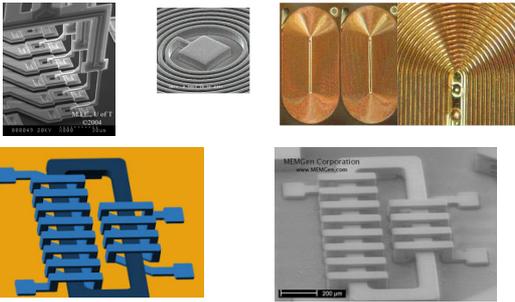
$$dF = I_c dl \times B$$

$$F = I_c L_c B \sim (I^4)_{J=cte}$$

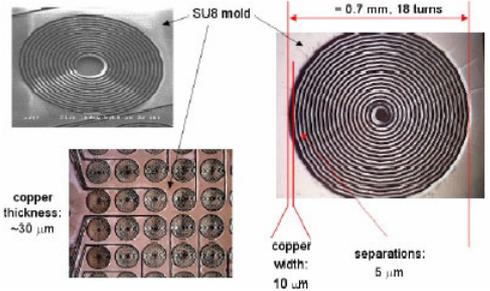
B : champ magnétique
 n : nb de tours
 L : longueur
 I : courant
 H : excitation magnétique
 V : volume
 μ_0 : perméabilité



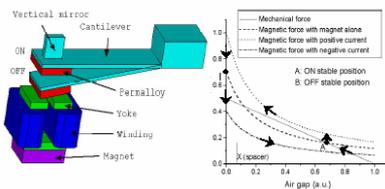
Magnétique



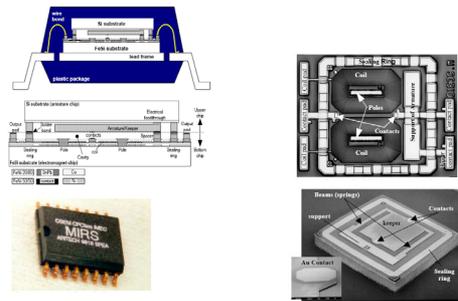
Magnétique



Magnétique



Micro Relai magnétique



Micro Relai magnetique

- Fabriqué sur un substrat de FeSi
 - Bobines :Cu
 - Armature :NiFe
 - Contacts :Or
- $R_{pass}=0,4\Omega$, Rouvert $10^{13}\Omega$

Moteur magnétique

- Moteur à reluctance variable

$$W_M = I^2 L(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(NI)^2}{R_e}$$

$$R_e = \int \frac{e}{\mu_0 S_e}$$

$$\Gamma_M = \frac{\partial W_M}{\partial \alpha} = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\alpha}$$

R_e : Reluctance magnétique de l'entrefer
 NI : nb d'ampères tours
 S_e : Surface d'un jeu de pôles de l'entrefer
 e : longueur moyenne de l'entre fer
 H : excitation magnétique
 $L(\alpha)$: inductance variant en fonction de l'angle
 μ_0 : perméabilité du vide

Moteur magnétique

- Moteur à reluctance variable
 - Prise en compte de la reluctance du noyau

$$W_M = I^2 L(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(NI)^2}{R_e + R_n}$$

$$R_n = \int \frac{l_n}{\mu_0 \mu_r S_n}$$

$$R_n \sim l^{-1}$$

R_e : Reluctance du circuit magnétique
 l_n : longueur moyenne du circuit magnétique
 S_n : Surface de la section du noyau
 μ_r : perméabilité relative

Moteur magnétique

- Optimisation de l'énergie
 - Minimiser R_n
 - Maximiser Sn
 - Couches minces
 - Minimiser L_n
 - Nombre de spires ...

$$W_M^{\max} \Rightarrow \frac{\partial W_M}{\partial S_e} = 0 \Rightarrow R_e = R_n$$

Moteur magnétique

- Facteur d'échelle

$$W_M = \frac{1}{2} \cdot \frac{(NI)^2}{R_e + R_n} \sim \frac{(l \cdot j \cdot I)^2}{l^{-1}} = j^2 I^5$$

$$\Gamma_M = \frac{\partial W_M}{\partial \alpha} \sim j^2 I^5$$

Moteur magnétique

- Puissance mécanique

$$P_{mec} = \Gamma_M \Omega$$

$$\Omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{2\pi f}{N_p}$$

$$P_{mec} = j^2 I^5 f$$

Moteur magnétique

- Pertes

- Joules

$$P_j = RI^2 = \rho \frac{L}{S} I^2 = \rho \frac{L}{S} (jS)^2 \sim j^2 l^3$$

- Fer

$$P_f = C_w \left(\frac{f}{f_0} \right)^2 \left(\frac{e}{e_0} \right)^2 \left(\frac{B}{B_0} \right)^2 m \sim f^2 e^2 B^2 l^3$$

C_w : coefficient spécifique du matériau

f : fréquence

e : épaisseur des tôles

B : induction magnétique

m : masse

Moteur magnétique

- Pertes relatives

- Joules

$$\frac{P_j}{P_{mec}} \sim \frac{1}{l^2 f}$$

- Fer

$$\frac{P_f}{P_{mec}} \sim f e^2$$

- Si e identique et f identique

$$\frac{P_j}{P_{mec}} \sim 1$$

Moteur magnétique

- Rendement

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_{mec} + P_j + P_f}$$

$$\eta \sim \frac{1}{1 + \frac{1}{fl^2}}$$

- Note : les pertes par hystérésis sont négligées

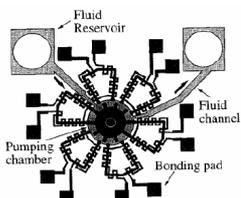
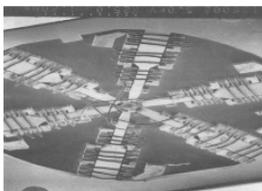
Moteur magnétique

- Comparaison

	Couple	Puissance	Pertes relatives	rendement
à induction = cte				
$j \sim 1/l$ et $B \sim 1$	$\Gamma_m = h^3$	$P_m = h^3 f$	$P_j / P_{mec} = \frac{1}{fl^2}$	
à échauffement = cte				
$j \sim 1/\sqrt{l}$ et $B \sim \sqrt{l}$	$\Gamma_m = h^4$	$P_m = h^4 f$	$P_j / P_{mec} = \frac{1}{fl^2}$	$\eta \sim \frac{1}{1 + \frac{1}{fl^2}}$
densité de courant = cte				
$j \sim 1$ et $B \sim l$	$\Gamma_m = h^5$	$P_m = h^5 f$	$P_j / P_{mec} = \frac{1}{fl^2}$	

Moteur magnétique

- Moteur magnétique de pompe



Magnétostrictif

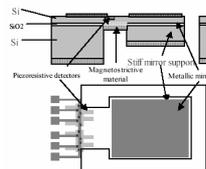


Fig.1. Structure of the 2D-optical-scanner with magnetostrictive actuation and piezoresistive detection.

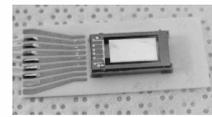
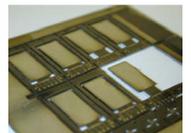


Fig.2. Photograph of the optical scanner mounted on its packaging support, before assembly with electromagnetic excitation circuit.

Matériel magnétostrictif :
Tb/Fe : giant magnetostrictive
FeCo : soft magnetic high magnetization
Couches de 10 nm, puis recuit à 250°C



Comparaison des actionneurs

	tension	force	vitesse	densité d'énergie	rendement	Compatibilité
Electrostatique	10 à 500	Faible	Rapide	Faible	Très bon	+++
Electrothermique	1 à 10	Forte	Moyenne	Moyenne	Bon	++
Electromagnétique	<1	Forte	Rapide	Forte	Bon	-
Piézoélectrique	10 à 500	Forte	Rapide	Forte	Très bon	++

La chimie en microtechnique

Dr Frédéric Chérioux
Chargé de Recherche CNRS
FEMTO-ST

Les composés utilisés

1. Matériaux
Silicium, Silice, Métaux (nobles)
2. Polymères
Résines (SU8), Elastomères (PDMS)
3. Acides - Bases
HCl, H₂SO₄, CH₃COOH, HF, NaOH
4. Solvants
Acétone, Chloroforme, Alcools

Procédés

Procédés de fabrication connus (procédé BOSH)

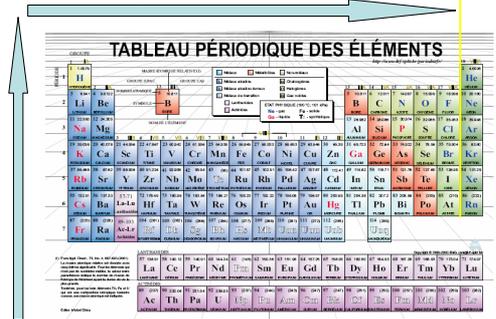
Mais

« Recettes » propres à chaque expérimentateur
→ Dégénérescence des modes opératoires

Absence des chimistes en « recherche technologique »

RAPPEL

Electronégativité croissante



Principales forces attractives ions molécules

Type	Exemples	ΔH_{vap} (kJ.mol ⁻¹)
Ion-ion	NaCl, KBr	100
Liaison Hydrogène	Eau, NH ₃	20-40
Dipôle-Dipôle	acétone	20
London	Ar, CH ₄	5-20

Forces de van der Waals

Liaisons Hydrogène

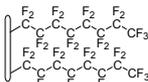
Cas particulier de l'interaction dipôle-dipôle :

Liaison entre un atome d'hydrogène et un atome fortement électronégatif



L'eau est liquide conditions normales à cause des liaisons H (H₂S T_{eb} -86 °C)

Hydrophobicité - hydrophilicité



Frédéric Chérioux

13

Principes de solubilité

Cas de l'eau

Le moment dipolaire électrique de l'eau : une grande constante diélectrique 80,2 à 20°C).

Loi de Coulomb : attraction entre cation et anion est d'autant plus faible que la constante diélectrique du milieu est grande

La dissociation est favorisée

L'eau solvate Na^+ : doublets non liants interactions orbitales vides du cation, l'eau solvate Cl^- par formation de liaisons hydrogène

L'eau dissout les sels

Frédéric Chérioux

14

Principes de solubilité

Ammoniaque (NH_3 – solution aqueuse) polaire, bonne constante diélectrique (23 à -50°C), très bon complexant des cations

Solvants organiques

Alcools (méthanol, éthanol) constantes diélectriques à 25°C : 33,0 et 25,3. Polaires : propriétés similaires à l'eau

Dissolution des sels et un peu les organiques

Frédéric Chérioux

15

Principes de solubilité

Solvants organiques

Très polaires (acétone, DMF, DMSO)
Constantes diélectriques à 25°C : 20,7, 36,7 et 46,7.
Aprotique

Solvants organiques

Polaires (Chloroforme, Dichlorométhane, THF, AcOEt)
Constantes diélectriques à 25°C > 20, Aprotique

Dissolution des sels et des molécules organiques

Frédéric Chérioux

16

Principes de solubilité

Solvants organiques peu ou apolaire
 CCl_4 , Benzène, Ether, Alcanes

Faibles constantes diélectriques à 25°C : benzène 2,28
Aprotique

Dissolution des molécules organiques peu polaires ou proche structurellement

Frédéric Chérioux

17

Applications : Les nettoyages « légers »

Acétone – éthanol - eau
ou

Trichloroéthylène – acétone - eau

**1 solvant très polaire (organique),
1 solvant polaire (organique)
eau (sels)**

Frédéric Chérioux

18

Cas des métaux

Comment dissoudre un métal ?



Quel est le type de la réaction d'un métal avec un acide ?

Principes Redox

Rappel : Définitions électroniques

Réduction Gain d'électrons



Oxydation Perte d'électrons

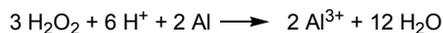
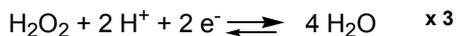


Principes Redox

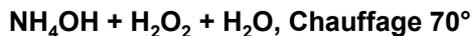
Systèmes redox

Nécessité d'avoir un oxydant et un réducteur pour équilibrer l'échange d'électrons

Application à l'aluminium



Applications :
Le nettoyage RCA 1§



1 oxydant fort
1 acide faible
eau (sels)

La température fournit l'énergie supplémentaire pour oxyder les molécules organiques

§ W. Kern, 1965, Radio Corporation of America

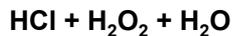
Applications :
Le nettoyage Piranha



1 oxydant fort
1 acide très fort

La température fournit l'énergie supplémentaire pour oxyder les molécules organiques

Applications :
Les nettoyages des métaux (RCA 2)

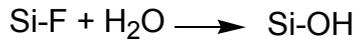


1 oxydant fort
1 acide fort
eau (sels)

Gravure de l'oxyde natif



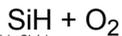
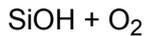
Oxyde natif dissout



Quelques sites Si-F sont hydrolysés (30s)

Rugosité de l'ordre de 0,15nm (AFM)

Couche instable



Stabilité : 3h

Frédéric Chérioux

25

Energie des liaisons (kJ/mol)

- Simple

C-H: 411; C-C: 346 ; C-Si: 318; C-O: 358;
C-X (Cl, Br, I): 280-300; C-N: 305; C-F: 485

- Double

C=C: 602; C=O: 346 ; C=N: 318

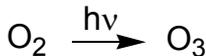
Intermoléculaire Ion-ion: 100; Dipole-Dipole: 40; H: 20

Frédéric Chérioux

26

Nettoyages Lourds

- UV-Ozone



- Plasma O₂

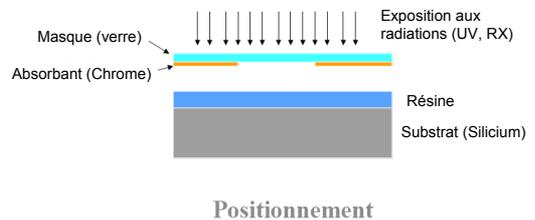
Assez d'énergie pour casser les liaisons C-C

Employé aussi pour processus « secs »

Frédéric Chérioux

27

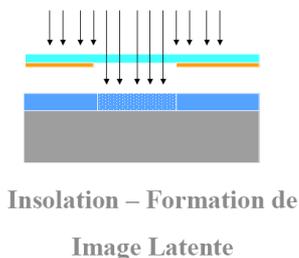
Principes de la photolithographie



Frédéric Chérioux

28

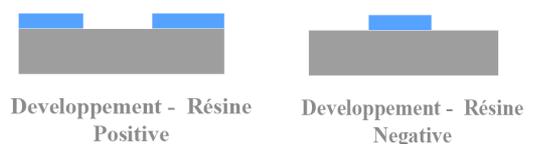
Principes de la photolithographie



Frédéric Chérioux

29

Principes de la photolithographie

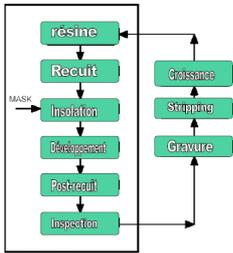


Frédéric Chérioux

30

Principes de la photolithographie

Les séquences de lithographie classique



- Un masque pour exposer la résine grâce à un photopétreur :
 - une image est projetée sur la résine
- La résine est développée et dissoute (zone exposées ou non)
- La résine est utilisée comme masque pour transférer les structures dans le wafer

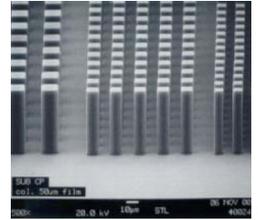
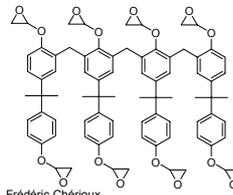
Photolithographie

Résine Négative

Dissolution de la zone non-illuminée

Excitation : création de liaison ➡ INSOLUBILITE

Exemple SU8

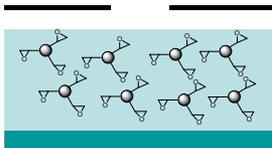


Résine Négative

Dissolution de la zone non-illuminée

Excitation : création de liaison ➡ INSOLUBILITE

Exemple SU8

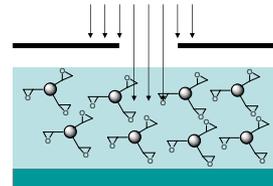


Résine Négative

Dissolution de la zone non-illuminée

Excitation : création de liaison ➡ INSOLUBILITE

Exemple SU8

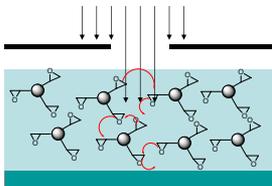


Résine Négative

Dissolution de la zone non-illuminée

Excitation : création de liaison ➡ INSOLUBILITE

Exemple SU8

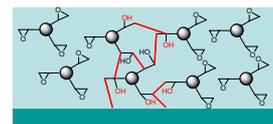


Résine Négative

Dissolution de la zone non-illuminée

Excitation : création de liaison ➡ INSOLUBILITE

Exemple SU8

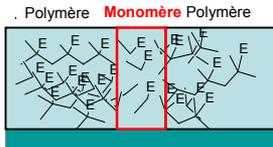


Résine positive

Dissolution de la zone illuminée

Excitation : rupture de liaison → SOLUBILITE

Exemple MMA/PMMA



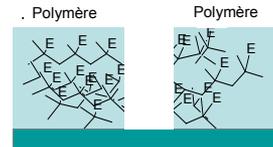
43

Résine positive

Dissolution de la zone illuminée

Excitation : rupture de liaison → SOLUBILITE

Exemple PMMA

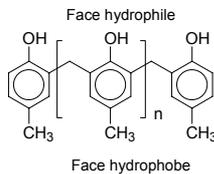


44

Résine positive : Novalak

Dérivées du phénol et formaldéhyde

Propriétés dépendantes de la longueur

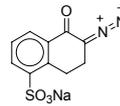


45

Résine positive : Novalak

Insensible à la lumière

Photo-initiateur : sulfonate de diazonaphtoquinone



DNQ

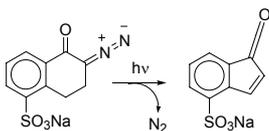
Frédéric Chérioux

46

Résine positive : Novalak

Insensible à la lumière

Photo-initiateur : sulfonate de diazonaphtoquinone



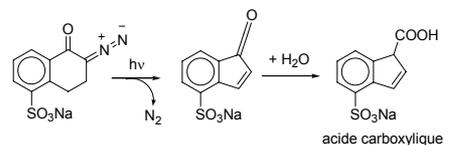
Frédéric Chérioux

47

Résine positive : Novalak

Insensible à la lumière

Photo-initiateur : sulfonate de diazonaphtoquinone



Frédéric Chérioux

48

fentost LABORATOIRES FÉDÉRIC CHERIUX

Résine positive : Novalak

Principe du développement

Frédéric Chérioux 49

fentost LABORATOIRES FÉDÉRIC CHERIUX

Résine positive : Novalak

Principe du développement

Frédéric Chérioux 50

fentost LABORATOIRES FÉDÉRIC CHERIUX

Résine positive : Novalak

Principe du développement

Fonctions hydrophiles

Frédéric Chérioux 51

fentost LABORATOIRES FÉDÉRIC CHERIUX

Résine positive : Novalak

Principe du développement

Réactions acido-basiques

Frédéric Chérioux 52

fentost LABORATOIRES FÉDÉRIC CHERIUX

Résine positive : Novalak

Principe du développement

Sels

Frédéric Chérioux 53

fentost LABORATOIRES FÉDÉRIC CHERIUX

Résine positive : Novalak

Principe du développement ; Lavage basique

Frédéric Chérioux 54

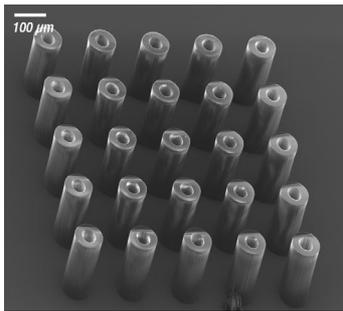
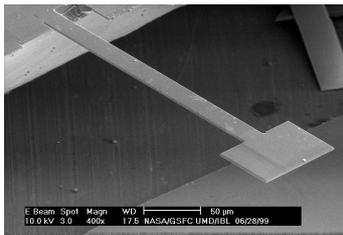
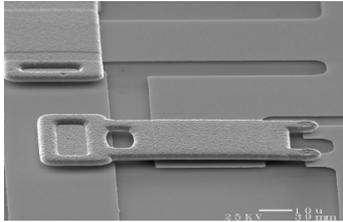
Conclusion

CHIMIE ≠ CUISINE

Ordre des étapes DOIT être conservé

Ne jamais modifier ou adapter un procédé

Optimisation d'un procédé  **Chimiste**



TRAVAUX DIRIGÉS DE CONCEPTION DE MEMS

Le micro-cantilever calorimètre

L'actionneur électrostatique vertical

Phénomènes microfluidiques

Le micro miroir suspendu (examen février 2005)

La micro valve (examen juin 2005)

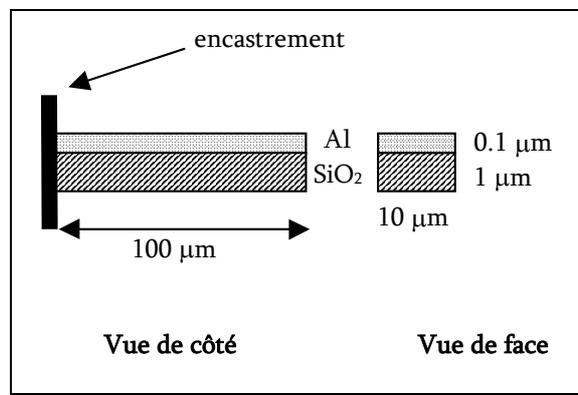
Auteurs : Nolwenn Baron
Nathalie Boudeau
Gonzalo Cabodevila
Frédéric Thiebaud
Gaël Thuillier

**TD n°1 de conception de microsystèmes
Le micro-cantilever calorimètre**



Le micro-cantilever est un des composants de base des microsystèmes. En effet, sa géométrie très simple est facile à réaliser par les techniques de fabrication de type Salle Blanche. On va étudier ici son application comme calorimètre.

On considère le micro-cantilever bi-matériaux suivant :



On donne quelques données pour ces deux matériaux :

	ρ (kg/m ³)	E (GPa)	ν	α (10 ⁻⁶ K ⁻¹)	σ_Y (MPa)
SiO ₂	2 203	73	0.17	0.55	
Al	2 700	70	0.35	23.10	

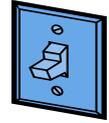
Q-1 Expliquez en quoi ce cantilever bi-matériaux peut être utilisé comme calorimètre ?

Q-2 Effectuez la mise en équation de ce système lorsque le cantilever bi-matériaux est soumis à un chargement en température ΔT . Pour cela, on préconise de suivre la démarche suivante :

- ❑ Déterminez les allongements respectifs des poutres en SiO₂ et en Al, en les supposant non liées.
- ❑ Les poutres étant collées, elles ne peuvent pas se déformer indépendamment l'une de l'autre. Déterminez alors la longueur finale du système à l'équilibre.
- ❑ Déterminez la contrainte qui apparaît alors à l'interface et transformez-la en un chargement de poutre.
- ❑ Déterminez enfin le flèche de la poutre en SiO₂. Pour simplifier les calculs à ce niveau des développements, on négligera l'effet de la fine couche d'Al.

Q-6 Proposez un process pour fabriquer ce micro-cantilever bi-matériaux.

**TD n°2 de conception de microsystèmes
L'actionneur électrostatique vertical**



L'actionneur électrostatique est l'actionneur le plus utilisé dans les MEMS notamment grâce à son bon facteur d'échelle et sa compatibilité avec les process CMOS. Nous étudierons son application en interrupteur électrique ainsi qu'en ressort à raideur variable.

On considère le cantilever suivant, inspiré de :

Majumder S., McGruyer N.E., «Measurement and modeling of surface micromachined electrostatically actuated microswitches», Tech. Digest, Transducers 1997, Chicago, June 1997, pp 1145-1148

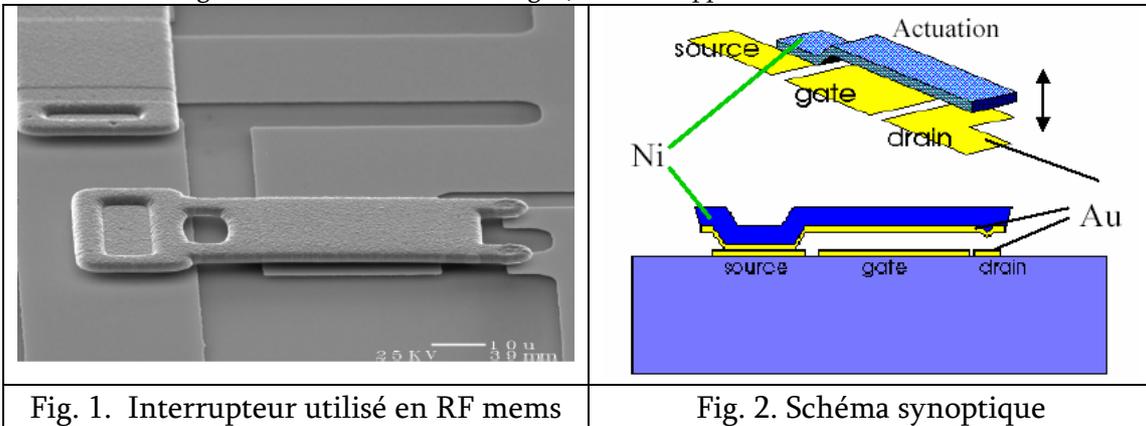


Fig. 1. Interrupteur utilisé en RF mems

Fig. 2. Schéma synoptique

Données matériaux :

	ρ (kg/m ³)	E (GPa)	ν
Nickel	8908	214	0.312

Données géométriques :

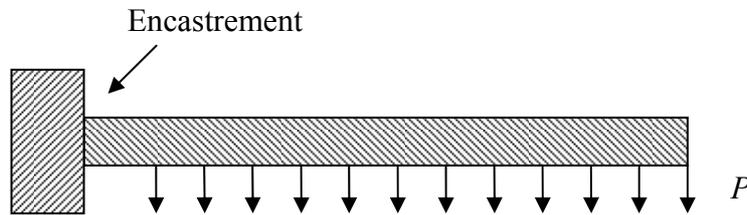
- Longueur de la poutre : $L= 60 \mu\text{m}$
- Largeur de la poutre : $b= 30 \mu\text{m}$
- Distance au repos : $e = 2 \mu\text{m}$
- Epaisseur de la poutre : $h= 2 \mu\text{m}$
- Distance minimale : $\text{gap}=e/10$

Données électriques :

Résistance $R=1000 \Omega$

Etude mécanique

Dans cette partie nous supposerons que la poutre est modélisée de la façon suivante :



Q-1 Nous supposons que la poutre est soumise à une charge répartie P sur toute sa longueur. En se plaçant au bout de la poutre, quelle est la raideur équivalente de cette poutre encastree ?

Q-2 La poutre n'est plus soumise à cette charge répartie qu'entre $x=x_0$ et $x=x_l$. Que devient la raideur équivalente ? (Réponse qualitative).

Q-3 Proposez un process pour fabriquer ce cantilever (voir fig.2.).

Etude statique

Q-1 L'expression de la force électrostatique est :

$$F_s = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r V^2 S}{2(e-x)^2}$$

Exprimer la relation fondamentale de la dynamique appliquée au cantilever.

Q-2 Tracez les caractéristiques de la force de rappel du ressort et de la force électrostatique pour x variant de 0 à e et pour plusieurs tensions : 30, 50 et 80.

Q-3 Montrez qu'en fonction de la tension V , il existe 0, 1 ou 2 points satisfaisant :

$$\frac{\epsilon_0 \epsilon_r V^2 S}{2(e-x)^2} = kx$$

Q-4 Montrez « avec les mains » que l'un des deux points est instable.

Q-5 Déterminer V , pour atteindre la position $x=x_0$. En utilisant le critère de Loeb, montrez que pour $x \geq e/3$ la position est instable. Déduisez-en la tension V_{pull_in} . Expliquez pourquoi ce switch est assez peu utilisé sur les circuits type CMOS.

Q-6 Le cantilever est supposé collé, déterminer V_{pull_out} tel que le cantilever se décolle.

Etude dynamique

Dans cette partie, le modèle dynamique du système sera :

$$m\ddot{x} + \lambda\dot{x} + kx = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r V^2 S}{2(e-x)^2}$$

Q-2 Déterminez la fréquence propre de ce système.

Q-3 On suppose une excitation de la forme :

$$V = \bar{V} + v \cos(\omega t)$$

Avec : $v \ll \bar{V}$

En appliquant le théorème de superposition, on suppose que cette application engendre un mouvement décomposable sous la forme :

$$x = \bar{X} + \hat{x}$$

Montrez que la tension de polarisation \bar{V} agit comme un modificateur de la valeur du ressort équivalent.

Q-4 Déterminez le coefficient de qualité de cet oscillateur.

Etude électrique

Q-1 Calculez la capacité entre grille et source. En particulier, déterminez la capacité maximum et la capacité minimum.

Q-2 En supposant que la capacité est égale à la capacité minimum quelle que soit la position du cantilever et que le circuit de commande présente une résistance $R=1000\Omega$. Calculez le courant pour une tension d'entrée $V=70V$.

Q-3 En supposant une fréquence de commutation de 1 kHz, quelle est la puissance consommée par ce switch.

Q-4 Comparez ce switch par rapport à un transistor CMOS classique utilisé en commutation.

Simulations

Q-1 Ouvrez le fichier trace_xy.mdl sous simulink puis exécutez le fichier donnees.m dans la fenêtre Matlab. Choisissez une méthode d'intégration appropriée puis retrouvez les valeurs calculées dans la partie étude statique.

Q-2 Déterminez expérimentalement, la valeur de du gap initial e , tel que la tension nécessaire au collage soit inférieure à 5V (changez e dans donnees.m et relancer l'exécution !). Vérifiez la valeur du champ électrique dans ce cas. Qu'en pensez-vous ?

Q-3 Pour différentes valeurs de V , observez les caractéristiques statiques de $F_{\text{électrostatique}}(V)$ et $F_{\text{ressort}}(V)$.

Q-4 Ouvrez le fichier reponse_echelon.mdl sous simulink puis exécutez le fichier donnees.m dans la fenêtre Matlab. Observez le comportement du cantilever, en particulier pour un échelon de tension de valeur proche mais inférieure à la tension $V_{\text{pull.in}}$. Que se passe-t-il ?

Q-5 Ouvrez le fichier reponse_frequence.mdl sous simulink puis exécutez le fichier donnees.m dans la fenêtre Matlab. Observez le comportement du cantilever.

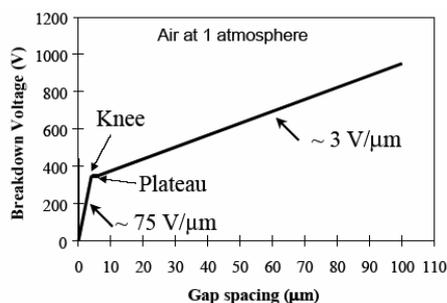
Q-6 Observez le courant et interprétez ce résultat. Que représentent les pics ? Comparez les valeurs simulées et les valeurs obtenues analytiquement.

Q-7 En changeant la fréquence des impulsions d'entrée, déterminez la fréquence maximum d'utilisation de ce switch.

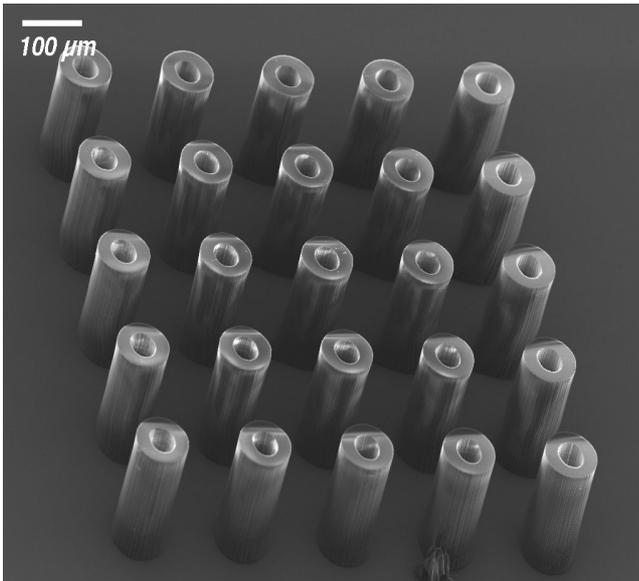
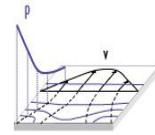
Q-8 On décide, afin de s'affranchir d'éventuels problèmes de convergence numérique, de changer d'échelle. Les dimensions de la poutre deviennent alors : $L=60\text{m}$ $b=30\text{m}$ et $h=2\text{m}$. Quelles valeurs faut-il changer pour avoir des résultats cohérents ?

Q-9 A l'aide d'ANSYS, vérifiez les principales caractéristiques de ce switch.

Annexe : Courbe de Pashen



TD n°3 de conception des microsystèmes :
 Etude de différents phénomènes micro fluidiques :
 écoulement de Poiseuille dans un tube capillaire,
 tension de surface, l'électro mouillage.



La conception de micro aiguilles exige une connaissance aigüe de l'écoulement qui peut exister dans des canaux de très faibles diamètres (de l'ordre de quelques micromètres). Dans ce TD vous allez appliquer les équations de Navier Stokes classiques des modèles Macroscopiques afin de déterminer les champs de vitesse et de pression qui caractérisent l'écoulement. Puis vous discuterez de la validité des résultats obtenus par rapport à une série de mesures établie au préalable.

Considérons un tube capillaire de génératrices parallèles à l'axe $0\vec{e}_z$, de rayon R et de longueur L (annexe 1). On considère que l'écoulement est laminaire, permanent, incompressible, axisymétrique et unidirectionnel. On néglige également les effets de la pesanteur. Evidemment, le système d'axe le plus approprié est le système d'axe cylindrique. Ainsi on définit les champs de vitesses et de pression de la manière suivante :

$$\begin{cases} \vec{V} = V_r(r, \theta, z)\vec{e}_r + V_\theta(r, \theta, z)\vec{e}_\theta + V_z(r, \theta, z)\vec{e}_z \\ p = p(r, \theta, z) \end{cases}$$

Des conditions aux limites caractérisent l'écoulement, ainsi $p(z = 0) = p_1$ et $p(z = L) = p_2$, on pose $\Delta p = p_1 - p_2$. Le fluide en écoulement est de l'eau donc visqueux. Il adhère aux parois, ce qui se traduit par un champ de vitesse nul aux parois, soit : $\vec{V}(r = R) = \vec{0}$.

La mécanique des milieux continus, en particulier la mécanique des fluides peut prédire l'écoulement en question. La formulation forte du problème se décompose en deux types d'équations : des équations globales valables dans tout le domaine de fluide et des équations locales, valables uniquement sur les bords de domaine de fluide.

Equations globales :

- **Conservation de la masse** (équation de continuité) :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \cdot \text{div}(\vec{V}) = 0 \quad (0.1)$$

- **Conservation de la quantité de mouvement** (équation d'équilibre) :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \overline{\text{div}}(\underline{\sigma}) + \vec{f} \quad (0.2)$$

- **Relation de comportement** (équation de fermeture) :

$$\underline{\sigma} = -p \cdot \underline{Id} + 2\mu \cdot \underline{D} \quad \text{où } \underline{D} = \frac{1}{2}(\text{grad}(\vec{V}) + \text{grad}^t(\vec{V})) \quad (0.3)$$

Hypothèses :

- **H1** écoulement permanent (stationnaire) : $\frac{\partial \bullet}{\partial t} = 0$
- **H2** écoulement axisymétrique : $\frac{\partial \bullet}{\partial \theta} = 0$
- **H3** écoulement unidirectionnel : $\vec{V} = V_z(r, z) \cdot \vec{e}_z$
- **H4** fluide incompressible : $\frac{d\rho}{dt} = 0$
- **H5** fluide homogène : $\rho(M, t) = \rho_0, \mu(M, t) = \mu_0$
- **H6** aucune force volumique : $\vec{f} = \vec{0}$

Equations locales (conditions aux limites) :

- adhérence du fluide à la paroi : $\vec{V}(r = R) = \vec{0}$
- effort imposé sur S_0 en $z = 0$ et sur S_1 en $z = L$: $p(z = 0) = p_1$ et $p(z = L) = p_2$

Questions :

Q-1. En utilisant l'équation de conservation de la masse et compte tenu des hypothèses, montrer que :

$$\vec{V} = V_z(r) \cdot \vec{e}_z$$

Q-2. Toujours en prenant en compte les hypothèses, en reportant la relation de comportement (1.3) dans l'équation de la conservation de la quantité de mouvement (1.2), montrer que :

$$\rho \cdot \text{grad}(\vec{V}) \cdot \vec{V} = -\overline{\text{grad}}(p) + \mu \cdot \bar{\Delta}(\vec{V})$$

Q-3. A partir du résultat précédent, en déduire les trois équations scalaires qui régissent l'écoulement.

Q-4. En déduire que $\frac{dp}{dz}$ est nécessairement constant.

Q-5. Etablir l'expression du champ de pression à l'aide des conditions aux limites.

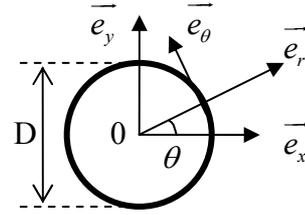
Q-6. Tracer le champ de pression en fonction de z .

Q-7. Après intégration et application des conditions aux limites, donner l'expression du champ de vitesses.

Q-8. Tracer le champ de vitesses dans une section droite en fonction de r , calculer la vitesse au centre de la conduite.

Q-9. On définit le débit volumique Q_v , par $Q_v = \int_S \vec{V} \cdot \vec{e}_z dS$, où S représente la section droite de la conduite. Calculer Q_v et le débit massique Q_m ainsi que la vitesse moyenne V_m .

Q-10. Evaluer la contrainte de cisaillement à la paroi τ_p .



Gradient en coordonnées cylindriques :

$$R = (\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$$

$$\underline{\text{Grad}}(\vec{V})_R = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_r}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{r} & \frac{\partial V_r}{\partial z} \\ \frac{\partial V_\theta}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_r}{r} & \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial V_z}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} & \frac{\partial V_z}{\partial z} \end{pmatrix}_R$$

Données :

$$L = 5\text{cm}$$

$$D = 10\mu\text{m}$$

$$\text{Viscosité dynamique : } \mu = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{Pa}\cdot\text{s}$$

$$\text{Masse volumique : } \rho = 10^{-3} \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$$

$$P_1 = 1,8 \cdot 10^5 \text{Pa}$$

$$P_2 = 1 \cdot 10^5 \text{Pa}$$

$$\text{grad}(\vec{f}) = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{e}_z$$

$$\text{div}(\vec{V}) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(r \cdot V_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

$$\text{rot}(\vec{V}) = \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(V_z)}{\partial \theta} - \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \right) \vec{e}_r + \left(\frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \vec{e}_\theta + \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(r \cdot V_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right) \vec{e}_z$$

$$\Delta f = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

$$\overline{\Delta V} = \left(\Delta V_r - \frac{1}{r^2} V_r - \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} \right) \vec{e}_r + \left(\Delta V_\theta - \frac{1}{r^2} V_\theta + \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right) \vec{e}_\theta + \Delta V_z \cdot \vec{e}_z$$

Annexe 1 : géométrie et données du problème

Tension de surface

Nous allons dans un premier temps établir la loi de Laplace. Considérons un élément de surface dS , courbé dont les rayons de courbure sont R_1 et R_2 dans deux directions orthogonales. Il subit de par ses côtés des forces linéiques de tension de surface, exercées par le reste de l'interface. Cet élément de surface est également soumis à des forces de pression. On note P_{ext} la pression extérieure et P_{int} la pression à l'intérieur du fluide. Les détails sont donnés sur la figure 1.

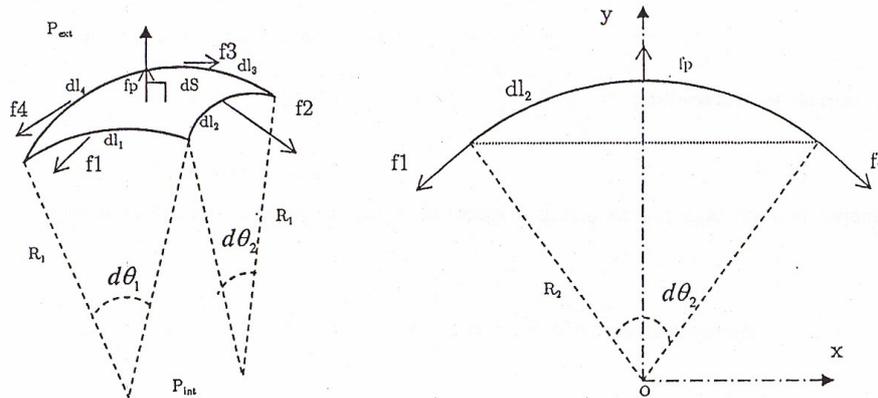


Figure 1 : détails et géométrie du problème

Questions :

- Q-1. A partir de la définition de la tension superficielle, exprimer les composantes normales (sur l'axe Oy) de chaque effort f_i , en fonction de γ , $d\theta_1$, $d\theta_2$, R_1 et R_2 .
- Q-2. Que pouvez-vous dire des composantes tangentielles (selon l'axe Ox) des efforts f_i ?
- Q-3. Calculer l'effort dû aux actions de pression f_p en fonction de P_{ext} , P_{int} , $d\theta_1$, $d\theta_2$, R_1 et R_2 .
- Q-4. En déduire une relation entre P_{ext} , P_{int} , R_1 , R_2 et γ .
- Q-5. On pose $\frac{2}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, où R représente le rayon de courbure moyen au point considéré. En

déduire la loi de Laplace liant P_{ext} , P_{int} , R et γ .

Considérons maintenant le micro canal de rayon r. Afin d'évaluer les effets de la capillarité, on plonge celui-ci dans un récipient rempli d'eau (figure 2). L'objectif est de trouver une relation entre la hauteur de colonne de fluide h et la tension superficielle du fluide γ .

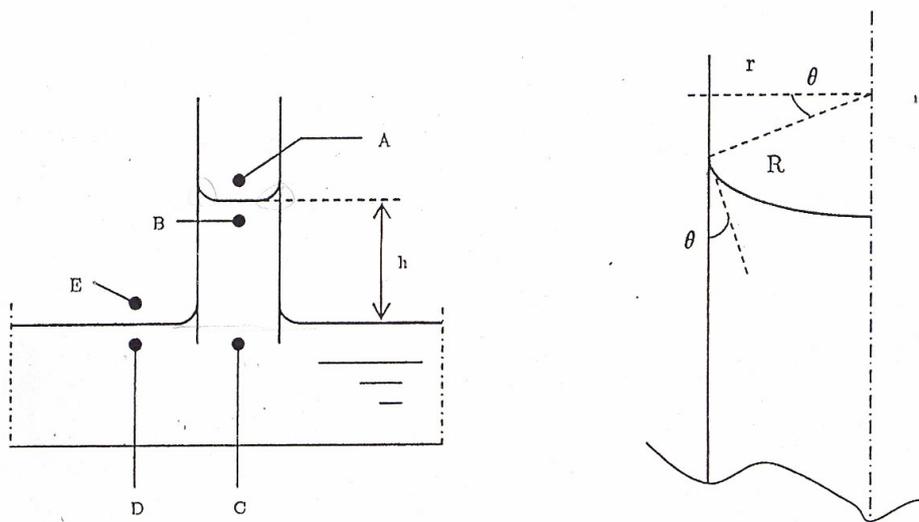


Figure 2 : tube capillaire en immersion

Questions :

- Q-6. Appliquer la loi de Laplace entre A et B. En déduire une relation entre P_A , P_B , γ et r .
- Q-7. Appliquer la loi de Laplace entre E et D. En déduire une relation entre P_E , P_D , γ et r .
- Q-8. Appliquer la loi de la statique des fluides entre les points B, C et D. En déduire une relation entre P_B , P_C , ρ , g et h .
- Q-9. En déduire la loi de Jurin qui lie h , γ , ρ , g , θ et r .
- Q-10. Application numérique : on donne $r = 1\mu\text{m}$, $\gamma = 73 \cdot 10^{-6} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, $\rho = 1 \text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$, $g = 9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Calculer alors la hauteur de liquide obtenue dans le cas d'un mouillage parfait.

Etude de l'électro-mouillage

Une différence de potentiel électrique appliquée entre un liquide et un solide en contact perturbe la distribution des charges et des dipôles électriques, ce qui modifie l'énergie de surface de l'interface. Plus précisément la répulsion électrostatique entre les charges est favorable à une augmentation de la surface de contact (Figure 3).

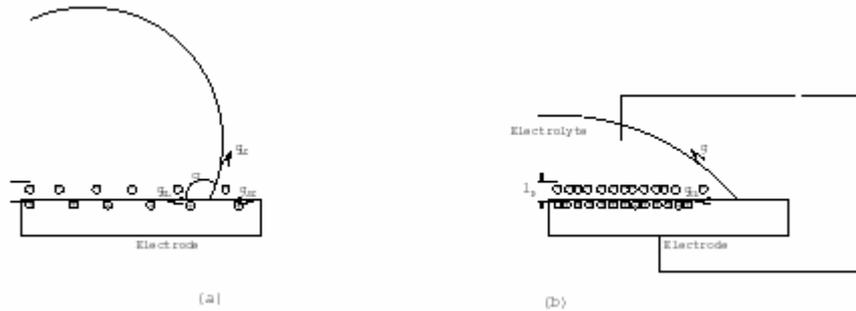


Figure 3 : Principe de l'électrowetting. (a) En absence de champ électrique, les charges sont distribuées à l'interface sur une distance $\lambda_D \approx 1 - 10$ nm. (b) En présence d'un champ électrique, la densité de charges dans la couche de Debye change, modifiant γ_{SL} et par donc l'angle de contact θ .

L'expression classique reliant le champ électrique à la tension de surface est l'équation de Lippmann :

$$\gamma_{SL} = \gamma_{SL0} - \frac{1}{2} c V^2$$

où γ_{SL0} est la tension de surface en absence de charge de surface et c représente la capacitance par unité de surface en considérant que la couche de Debye se comporte comme une capacité de Helmholtz symétrique.

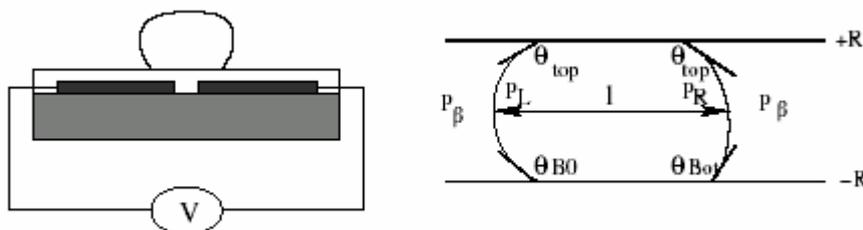


Figure 4 : (a) Schéma montrant l'arrangement des électrodes. (b) Schéma d'une goutte placée dans le canal montrant quatre angles de contact.

Questions :

- Statique :

Q-11. Déterminer θ en fonction de θ_0 , γ_{LG} , c et V à partir des équations d'Young et de Lippman.

Q-12. A partir des notations de la figure 4, calculer la différence de pression $P_L - P_R$ dans la goutte, à partir de l'équation de Laplace. On notera par la suite $(\cos \theta_{bot} - \cos \theta_{bo}) = f(V, d, \epsilon, \gamma_{SL} \dots)$.

• **Modèle hydrodynamique du déplacement moyen de la goutte :**

A partir de la différence de pression calculée à la question précédente, nous allons maintenant essayer de modéliser le déplacement moyen de la goutte dl/dt , où l est le diamètre de la goutte, i.e. trouver une équation différentielle pour l solvable par simulations numériques. On considère que le mouvement global de la goutte est dirigé selon la direction x , i.e. perpendiculairement au bord des électrodes. Nous allons intégrer l'équation de Navier-Stokes sur les directions perpendiculaires à l'écoulement de la goutte pour déterminer la vitesse globale selon x . On considère le liquide incompressible et newtonien.

Q-13. Que devient la pression calculée en Q-12 dans l'équation de Navier-Stokes ?

Q-14. Intégrer l'équation de Navier-Stokes selon y et z sachant que les dimensions de la goutte valent : l selon x , R selon y et W selon la direction z .

Q-15. Le profil de vitesse est supposé parabolique à l'intérieur de la goutte (cette hypothèse est raisonnable tant que l'on reste à une distance suffisamment éloignée du ménisque). En notant $V_x(y)$ la vitesse du liquide à l'intérieur de la goutte, rappeler la forme de $V_x(y)$ en fonction de $V_{avg} = dl/dt$ où V_{avg} est la vitesse moyenne. Que devient le terme diffusif dans l'équation de Navier-Stokes intégrée ?

Q-16. En déduire l'équation différentielle pour l .

Annexe

Afin de déterminer les énergies de surface, on utilise la technique de mesure de l'angle de contact.

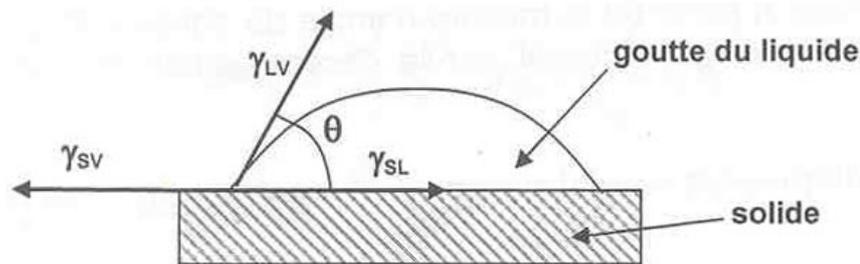


Figure 5 : Définition de l'angle de contact

L'équilibre du système présenté sur la figure 5 est décrit par la relation de Young (1805) :

$$\gamma_{LV} \cos(\theta) = \gamma_{SV} - \gamma_{SL}$$

Avec γ_{LV} : tension superficielle du liquide (L) en présence de sa vapeur (V)
 γ_{SV} : tension superficielle du liquide (S) en présence de sa vapeur (V)
 γ_{SL} : tension interfaciale solide (S) – liquide (L)

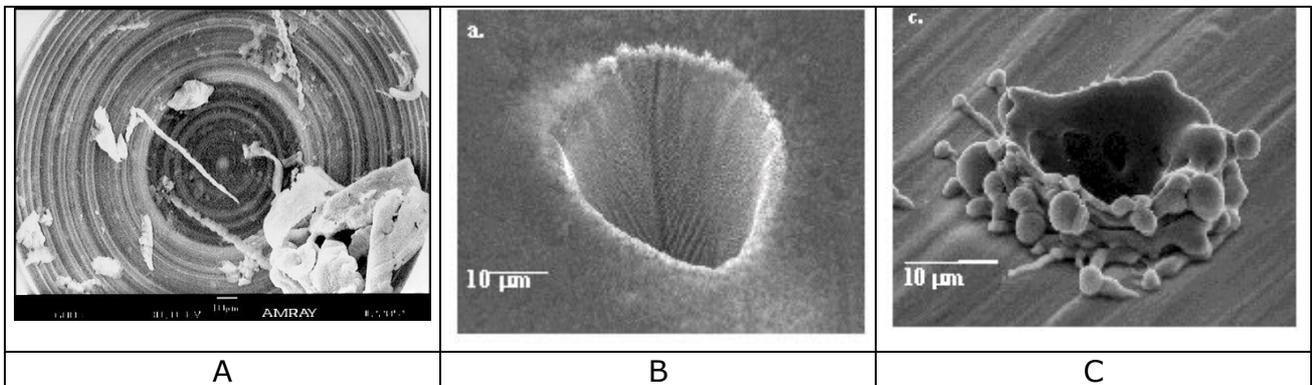
Examen Conception de microsystèmes

Mercredi 26 janvier 2005
Durée : 2 heures

Documents autorisés : notes manuscrites et non photocopiées de TD uniquement
Calculatrice recommandée

Questions de cours (~5 points)

- 1) Donnez un exemple de la vie courante où les effets d'échelle se manifestent.
- 2) Qu'est-ce qu'une salle blanche ? Indiquez au moins 3 critères.
- 3) Citez 2 applications MEMS commercialisées.
- 4) Le titane est-il usinable au diamant ?
- 5) Quel perçage ci-dessous a été réalisé avec un laser nanosecond ? Justifiez en quelques mots.



Problème : Micro-miroir

On s'intéresse à la modélisation d'un micro-miroir dont le mouvement est assuré par un actionneur électrostatique. Le micro-miroir est suspendu à une poutre élastique en polysilicium encastrée à son autre extrémité. Le dispositif réel est représenté en figure 1.

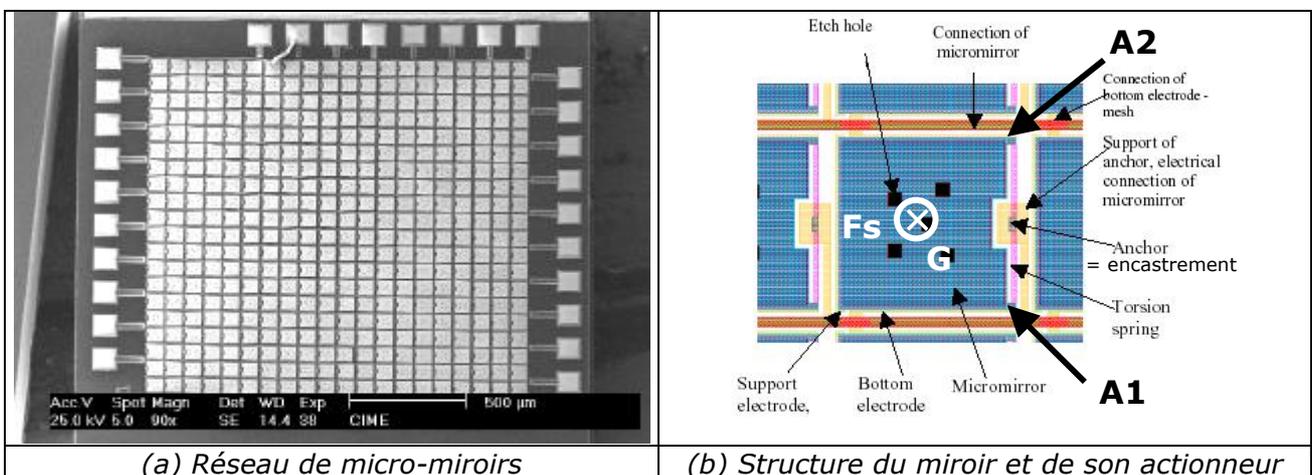


Figure 1. Présentation du dispositif

Le miroir est assimilé à une plaque rigide en polysilicium recouverte d'une fine couche d'or sur sa partie inférieure en vis-à-vis d'une électrode elle aussi en or et à une distance d . Sa face supérieure est recouverte d'une fine couche d'un matériau réfléchissant. On n'en tiendra pas compte par la suite.

Le micro-miroir est suspendu à une poutre élastique en polysilicium en deux points A1 et A2 encastrée en son centre (figure 1.b).

Lorsqu'une tension V est appliquée entre les deux électrodes, l'ensemble se comporte comme une capacité C et il apparaît une force électrostatique F_s qu'on assimilera à un effort ponctuel en G , centre d'inertie du miroir. On rappelle les expressions de C et F_s en annexe 1.

On propose le modèle mécanique simple représenté à la figure 2 pour mener l'étude où seule une moitié du système sera étudiée. Les données numériques du problème sont rassemblées dans les tableaux 1 et 2.

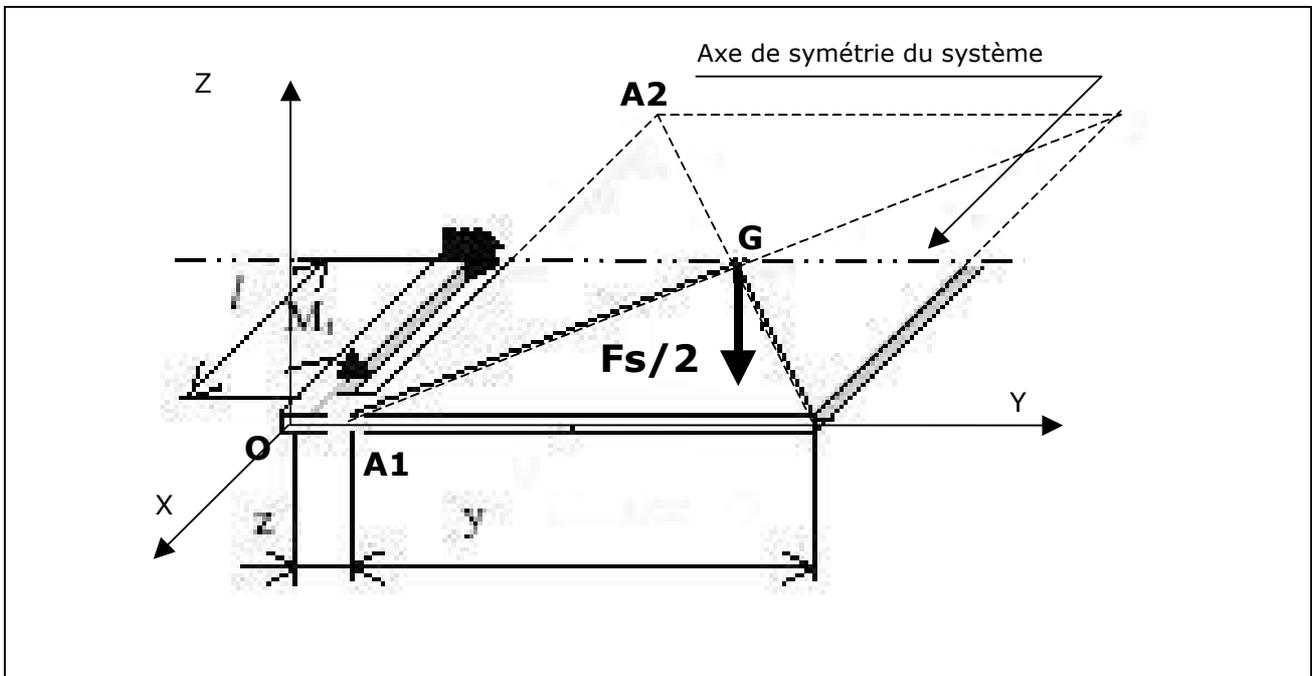


Figure 2. Modèle mécanique simple pour l'étude du système

Tableau 1.
Données géométriques

Poutre		
longueur	l	$35 \mu\text{m}$
largeur	b	$5 \mu\text{m}$
épaisseur	e	$3 \mu\text{m}$
Miroir		
côté	y	$70 \mu\text{m}$
épaisseur	e	$3 \mu\text{m}$
Electrodes		
distance	d	$2 \mu\text{m}$
Autres dimensions		
	z	$\ll y$

Tableau 2.
Autres données numériques

Matériau : polysilicium		
Module d'Young	E	169 GPa
Densité	ρ	2.33g/cm^3
Coefficient de Poisson	ν	0.22
Module de torsion	G	69 GPa
Tension		
Tension appliquée	V	36 V
Permittivité		
du vide	ϵ_0	8.85 pF/m
de l'air sec	ϵ_r	1

Partie 1 (~6 points)

La poutre est l'élément déformable du dispositif. Sa longueur est l , sa largeur b et son épaisseur e . Le miroir est supposé rigide. En annexe 2, on donne un memento sur la théorie des poutres.

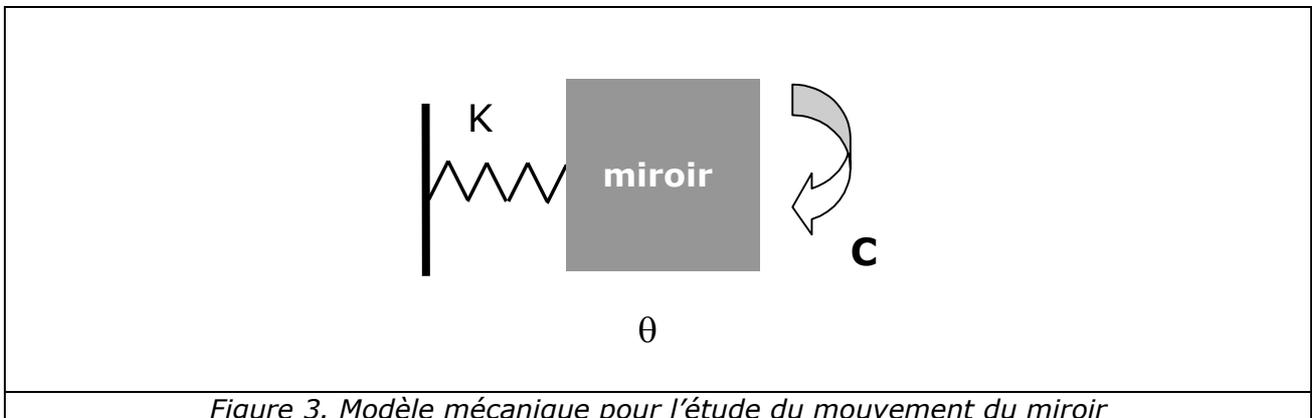
- 1) Justifier très rapidement le modèle.
- 2) Ecrire le torseur des actions extérieures aux points $A1(0,z,0)$ et $O(0,0,0)$.
- 3) Montrer que la poutre est sollicitée en flexion et en torsion. Préciser l'axe de torsion et le(s) plan(s) de flexion. Préciser également pour chaque cas la section (avec ses dimensions) qui travaille et donner ses caractéristiques.
- 4) Déterminer la raideur de torsion équivalente K de la poutre en torsion vue du point $A1$.
- 5) Application numérique : calculer F_s et K .

Partie 2 (~6 points)

On s'intéresse ici à la mise en équation du mouvement du miroir.

Le miroir est assimilé à une plaque rigide carrée de côté y , d'épaisseur e ; son paramètre de mouvement est θ . La poutre quant à elle est assimilée à un ressort de torsion (on néglige ses déformations de flexion). Dans ce cas, le modèle mécanique est celui illustré à la figure 3.

On raisonnera encore sur le demi-modèle du miroir.



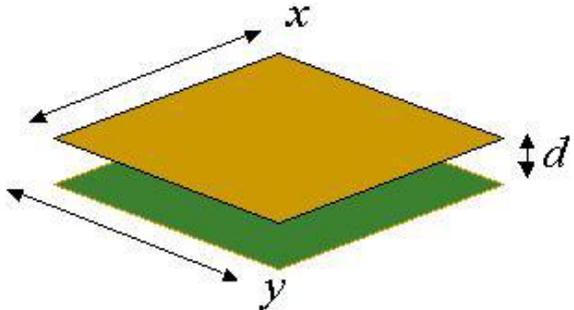
- 1) Donner l'expression du couple C appliqué au miroir.
- 2) Calculer le moment d'inertie J en $A1$ équivalent à la moitié du miroir (annexe 3).
- 3) Appliquer le Principe Fondamental de la Dynamique en $A1$ en projection suivant l'axe X et montrer que si on néglige l'amortissement, on obtient une équation de mouvement du type $a \ddot{\theta} + b \theta = F$. Préciser les coefficients a , b et F .
- 4) En déduire la pulsation propre ω_0 , puis la fréquence propre f_0 du système.
- 5) Application numérique : calculer J , C , ω_0 et f_0 .

Partie 3 (~3 points)

On s'intéresse maintenant au calcul de la capacité entre les deux électrodes.

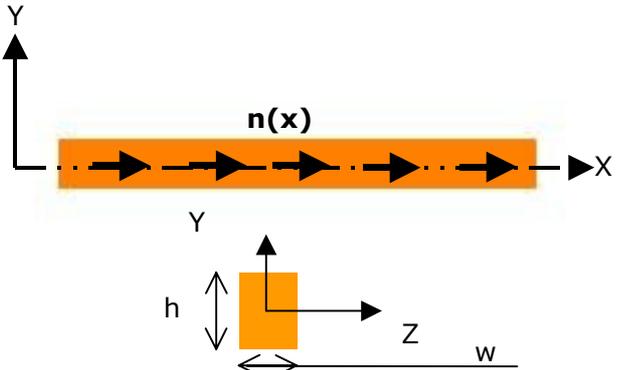
- 1) Dessiner l'allure du système quand la poutre s'est déformée en torsion.
- 2) On se place sous l'hypothèse des petites perturbations. Déterminer la distance entre les deux électrodes pour Y quelconque compris entre 0 et y .
- 3) Calculer alors la capacité en fonction de l'angle de torsion de la poutre. Donner le principe et poser simplement le calcul.
- 4) Expliquer en quoi les problèmes mécaniques et électrostatiques sont couplés.

Annexe 1 : Le condensateur plan

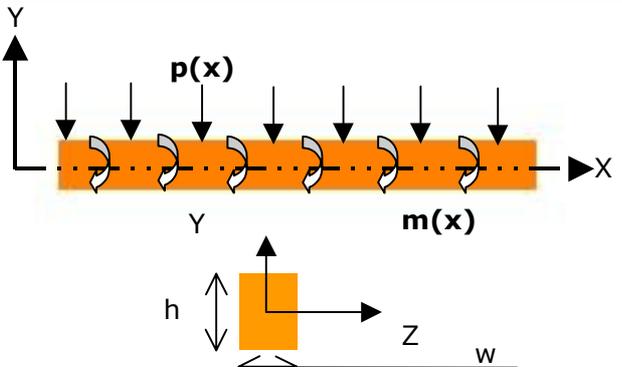
	<p>Force électrostatique</p> $Fs = \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot S \cdot \left(\frac{V}{d}\right)^2 \text{ avec } S=xy$ <p>Capacité</p> $C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d}$
---	---

Annexe 2 : Rappels sur la théorie des poutres

- Poutre en traction

	$\frac{dN}{dx} = n(x)$ $N = \frac{F}{S}$ $N(x) = E \cdot S \cdot \frac{du}{dx} \text{ avec } S = w \cdot h$ <p>u déplacement longitudinal</p>
---	---

- Poutre en flexion

	$\frac{dT}{dx} = p(x)$ $\frac{dM}{dx} - T(x) + m(x) = 0$ $M(x) = -E \cdot I \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} \text{ avec } I = \iint_{\Sigma} z^2 dS$ <p>y flèche ou déplacement transverse</p>
---	---

• **Poutre en torsion**

$$k.G.I. \frac{d\theta}{dx} = C$$

$$I = \iint_{\Sigma} (y^2 + z^2) dS$$

k est un facteur correcteur dont les valeurs sont données dans le tableau ci-dessous ; il permet de tenir compte du gauchissement des sections.

θ correspond à la rotation de la section

h/w	1	1.2	1.5	2	3	4	5	:
k	0.141	0.166	0.196	0.229	0.263	0.281	0.291	1/3

Annexe 3 : Matrice d'inertie

$$[J_O]_{xyz} = \begin{bmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{xy} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J_{zz} \end{bmatrix}$$

avec :

$$J_{xx} = \iint_{\Sigma} (y^2 + z^2) dm$$

$$J_{yy} = \iint_{\Sigma} (x^2 + z^2) dm$$

$$J_{zz} = \iint_{\Sigma} (x^2 + y^2) dm$$

$$J_{xy} = \iint_{\Sigma} xy dm$$

$$J_{xz} = \iint_{\Sigma} xz dm$$

$$J_{yz} = \iint_{\Sigma} yz dm$$

Examen Conception de microsystemes

Mercredi 22 juin 2005

Durée : 2 heures

Documents autorisés : notes manuscrites et non photocopiées de TD uniquement
Calculatrice recommandée

Questions de cours (~5 points)

- 6) Expliquez pourquoi les écoulements en microfluidique sont toujours des écoulements en flux laminaire.
- 7) Pourquoi la salle blanche de lithographie est-elle en lumière jaune ?
- 8) Expliquez brièvement le fonctionnement d'un « nez électronique ».
- 9) Comment a été réalisée la pièce montrée en figure 1 ?
- 10) Proposez plusieurs méthodes pour réaliser un trou de diamètre 100µm sur 500µm de profondeur.

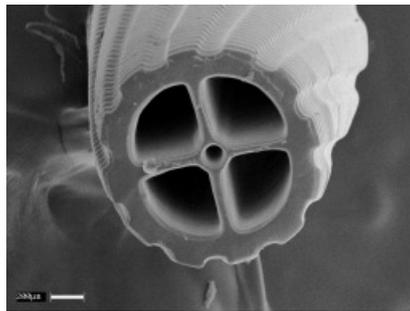


Figure 1 voir question de cours n°4

Problème : micro valve

On s'intéresse à la modélisation d'une micro valve dont le mouvement est assuré par un actionneur électrostatique. La micro valve est en fait une poutre élastique en polysilicium encastrée à une extrémité. Le dispositif étudié est présenté en figure 2.

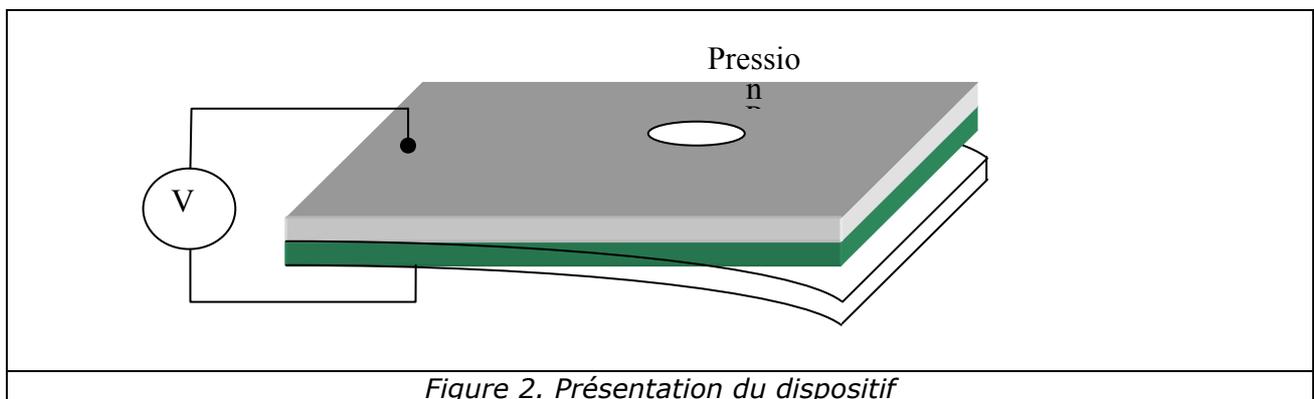


Figure 2. Présentation du dispositif

La valve est constituée de deux parties : une plaque rigide percée d'un trou de diamètre 100µm et d'une plaque souple de polysilicium. Entre les deux plaques, il existe un isolant (non représenté) de 100nm d'épaisseur.

Pour calculer la déformation nous appliquerons la théorie des poutres sur la plaque souple. Cette plaque est donc modélisée par une poutre dont les dimensions sont données dans le tableau 1.

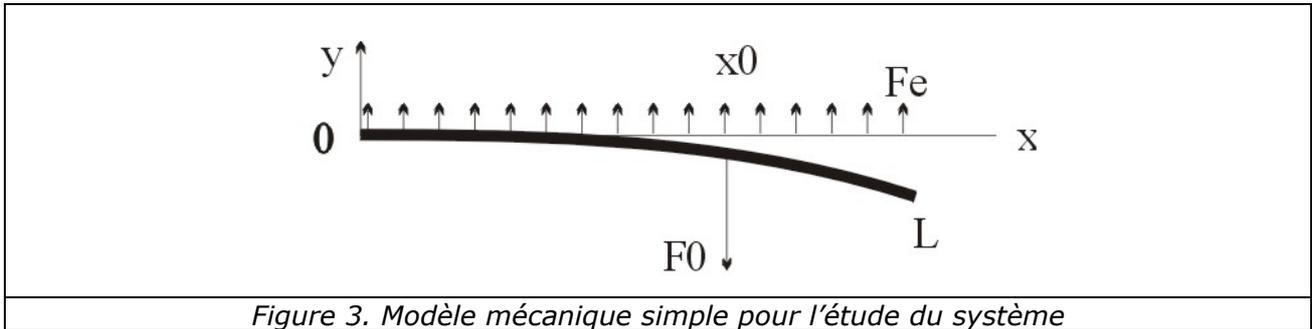


Figure 3. Modèle mécanique simple pour l'étude du système

Tableau 1. Données géométriques		
Poutre		
longueur	L	500 μm
largeur	b	200 μm
épaisseur	e	μm
Orifice		
diamètre	y	100 μm
position	x0	400μm
En position ouverte		
angle	φ	5 °

Tableau 2. Autres données numériques		
Matériau : polysilicium		
Module d'Young	E	169 GPa
Densité	ρ	2.33g/cm ³
Coefficient de Poisson	ν	0.22
Module de torsion	G	69 GPa
Tension		
Tension appliquée	V	V
Permittivité		
du vide	ε0	8.85 pF/m
de l'air sec	εr	1

Partie 1 : Etude de la vanne ouverte (~5 points)

La poutre est supposée encastree en $x=y=0$ et soumise à une seule force F_0 ($F_e=0$) supposée ponctuelle en $x=x_0$, F_0 résultant de la pression P et appliquée en $x=x_0$.

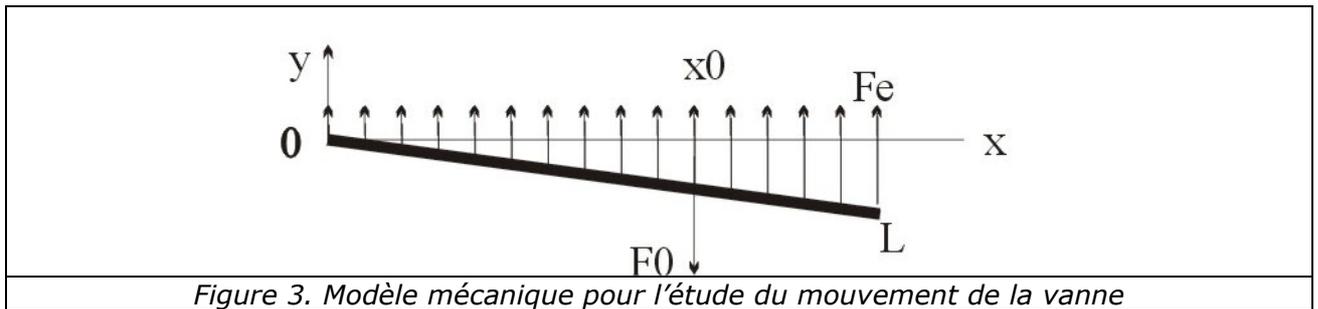
- 6) Justifiez très rapidement le modèle.
- 7) Déterminez la déformation de la poutre.
- 8) On désire que pour une pression de 100 hPa, la déformation en $x=x_0$ soit de 30μm, déterminez alors l'épaisseur de la poutre.

Partie 2 : Etude de la vanne fermée (~3points)

La vanne est dans ce cas soumise à deux forces opposées. F_0 supposée ponctuelle et F_e , densité linéique de force (on supposera que le trou n'a aucune influence sur la surface ni les forces électrostatiques).

- 6) Calculez F_e .
- 7) Proposez une méthode de calcul très simple de la tension $V_{minimum}$ pour que la poutre reste collée au diélectrique. Vous expliquerez vos hypothèses simplificatrices

- 8) Déterminez la tension V nécessaire pour que la vanne reste fermée avec une pression de 100 hPa.



Partie 3 Etude de la fermeture de la vanne (~5points)

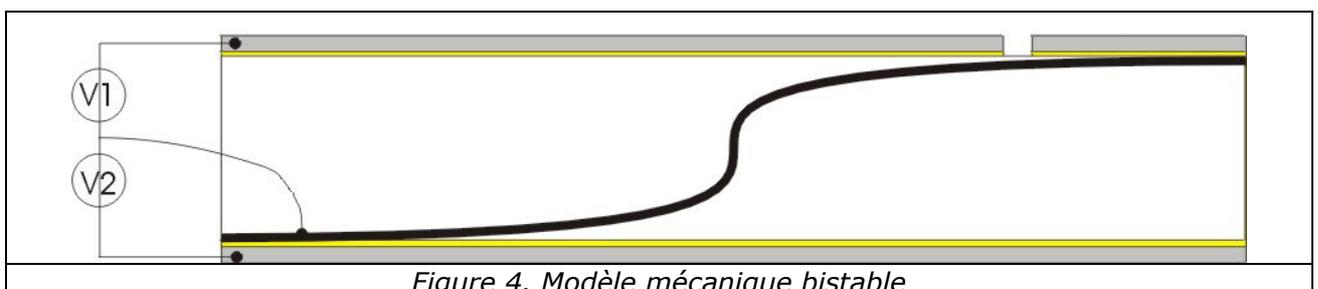
- 5) Expliquez pourquoi la vanne ne se fermera pas si l'on applique la tension V calculée précédemment et si la pression P existe (donc $F0$ existe).
- 6) En faisant les hypothèses suivantes :
 - la poutre ne se déforme pas et forme un angle φ (très petit) avec l'horizontale,
 - en $x=0$, il existe une liaison pivot,
 Calculez $F_e(x)$ en fonction de φ , de l'épaisseur du diélectrique et des autres paramètres.
- 7) Calculer les couples résultants de $F_e(x)$ et de $F0$ (Voir annexe 4).
- 8) Déterminez alors la tension V nécessaire pour que la vanne se ferme.
- 9) Cette tension est plutôt surévaluée ou sous évaluée ?
- 10) Pourquoi l'augmentation de la longueur L ($x0$ restant identique) n'améliore pas sensiblement les caractéristiques de la vanne ?

Partie 4 Solution utilisant une structure instable (~3points)

ETUDE SANS CALCUL

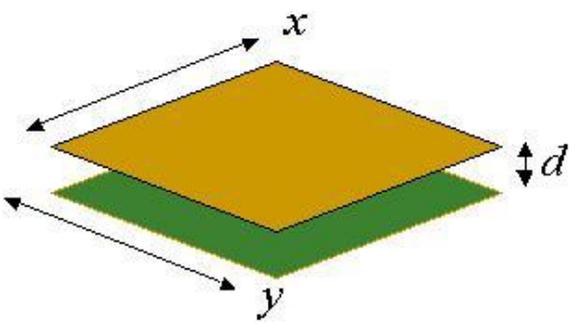
La solution précédente n'étant pas satisfaisante, on se propose d'étudier une autre solution décrite en figure 4. La lame servant de vanne est supposée précompressée et encastrée aux deux extrémités, la longueur L est très grande devant la distance entre les électrodes.

- 1) En supposant $V1=V2$ montrez qu'il existe toute une gamme de positions stables.
- 2) Expliquez brièvement les avantages d'une telle structure vis-à-vis de la structure précédente.
- 3) Quel phénomène limite la course ?



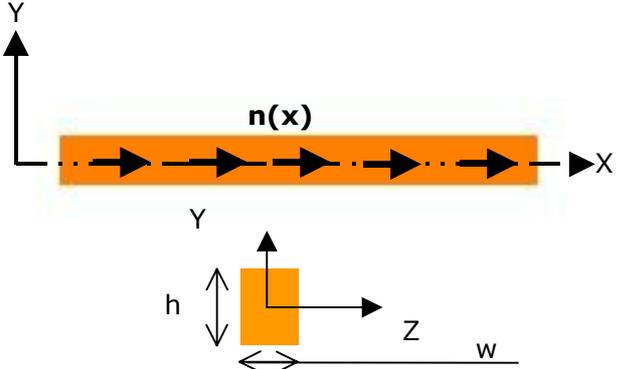
Partie 5 Si vous n'avez vraiment rien d'autre à faire, je connais quelqu'un qui payerait cher pour avoir une solution analytique du mouvement de la vanne représentée en figure 4.

Annexe 1 : Le condensateur plan

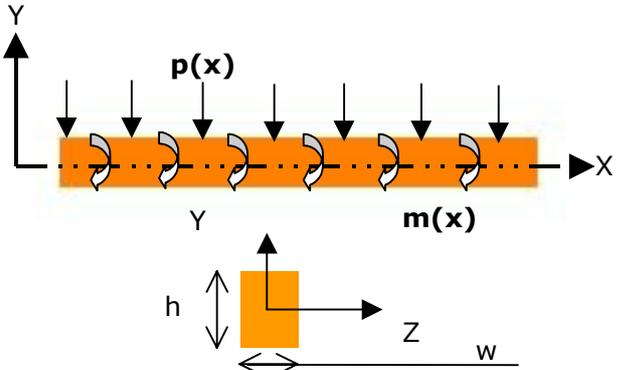
	<p>Force électrostatique</p> $F_s = \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot S \cdot \left(\frac{V}{d}\right)^2 \text{ avec } S=xy$ <p>Capacité</p> $C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d}$
---	--

Annexe 2 : Rappels sur la théorie des poutres

- Poutre en traction

	$\frac{dN}{dx} = n(x)$ $N = \frac{F}{S}$ $N(x) = E \cdot S \cdot \frac{du}{dx} \text{ avec } S = w \cdot h$ <p>u déplacement longitudinal</p>
---	---

- Poutre en flexion

	$\frac{dT}{dx} = p(x)$ $\frac{dM}{dx} - T(x) + m(x) = 0$ $M(x) = -E \cdot I \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} \text{ avec } I = \iint_{\Sigma} z^2 dS$ <p>y flèche ou déplacement transverse</p>
---	---

• **Poutre en torsion**

$$k.G.I. \frac{d\theta}{dx} = C$$

$$I = \iint_{\Sigma} (y^2 + z^2) dS$$

k est un facteur correcteur dont les valeurs sont données dans le tableau ci-dessous ; il permet de tenir compte du gauchissement des sections.

θ correspond à la rotation de la section

h/w	1	1.2	1.5	2	3	4	5	:
k	0.141	0.166	0.196	0.229	0.263	0.281	0.291	1/3

Annexe 3 : Matrice d'inertie

$$[J_O]_{xyz} = \begin{bmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{xy} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J_{zz} \end{bmatrix}$$

avec :

$$J_{xx} = \iint_{\Sigma} (y^2 + z^2) dm$$

$$J_{yy} = \iint_{\Sigma} (x^2 + z^2) dm$$

$$J_{zz} = \iint_{\Sigma} (x^2 + y^2) dm$$

$$J_{xy} = \iint_{\Sigma} xy dm$$

$$J_{xz} = \iint_{\Sigma} xz dm$$

$$J_{yz} = \iint_{\Sigma} yz dm$$

Annexe 4 : calcul d'intégrales

$$\int_0^l \frac{\alpha x}{(\beta + \delta x)^2} dx = - \frac{\alpha (-\ln(\beta + l\delta) \beta - \ln(\beta + l\delta) l\delta + l\delta + \ln(\beta) \beta + \ln(\beta) l\delta)}{\delta^2 (\beta + l\delta)}$$