Logique et Déduction – Licence 2 – Preuve et Déduction

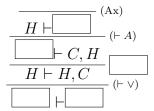
UFR-ST – Université de Franche-Comté

Tous les exercices ne seront pas nécessairement traités en TD. Les chercher chez soi est une bonne façon d'approfondir les notions abordées ici sont à la base de nombreux concepts fondateurs en informatique. Vous pouvez questionner en fin (ou pendant si la situation le permet) le/la chargé(é) de TD sur les exercices non traités en cas de besoin.

Une feuille qui récapitule toutes les règles de calcul des séquents est disponible sur moodle.

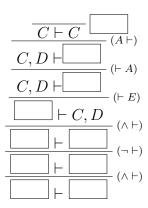
Exercice 1. Preuve à compléter.

On considère l'arbre de preuve (incomplet suivant). Remplacer ce qui manque (dans les rectanles) et, pour chaque règle utilisée, dire que valent $\Gamma, \Delta, A...$



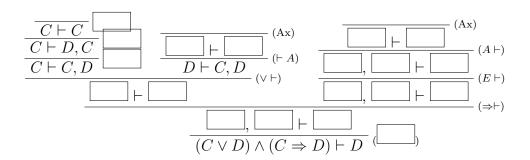
Exercice 2. Preuve à compléter.

Mêmes questions que l'exercice précédent.



Exercice 3. Preuve à compléter.

Compléter l'arbre de preuve suivant.



Exercice 4. (Preuves)

En utilisant le calcul de séquents, donner des arbres de preuve justifant que les séquents suivant sont valides.

- 1. $A, B, C \vdash B, C, A$
- $2. A, B, A \vdash A$
- 3. $A \vdash \neg \neg A$
- $4. \neg \neg A \vdash A$
- 5. $A \wedge B \vdash B \wedge A$
- 6. $A \wedge A \vdash A$
- 7. $A \wedge B \vdash \neg(\neg A \vee \neg B)$
- 8. $\vdash A \lor (A \Rightarrow B)$
- 9. $(A \Rightarrow B) \land \neg B \vdash \neg A$

Exercice 5. (Preuves courtes)

- 1. Donner un arbre prouvant que le séquent $A_1 \wedge A_2 \vdash A_1 \vee A_2$ est valide.
- 2. Même question avec $A_1 \wedge (A_2 \wedge A_3) \vdash (A_1 \vee A_2) \vee A_3$.
- 3. Même question avec $(A_1 \wedge (A_2 \wedge (A_3 \dots (A_{n-1} \wedge A_n) \dots))) \vdash ((\dots (A_1 \vee A_2) \vee A_3 \dots \vee A_{n-1}) \vee A_n)$. Combien de règles l'arbre utilise-t-il?
- 4. Combien de ligne a la table de vérité d'un formule avec n variables?

Exercice 6. Donner un arbre de preuve montrant que le séquent

$$(\neg A \land C) \lor (A \land \neg B \land \neg C) \vdash (A \Rightarrow B) \Rightarrow C$$

est valide.