
Examen CNP 2017 - Master 2 Informatique

Le seul document autorisé pour l'examen est une feuille format A5 recto-verso manuscrite. Tous les autres documents sont interdits. Les calculatrices, ordinateurs, PDA, téléphones,... sont interdits. Les exercices peuvent être traités dans l'ordre de votre choix. La présentation et la rédaction sont des éléments d'appréciation des réponses. **Le sujet comporte une page.**

Exercice 1

1. Qu'est-ce qu'un problème indécidable? Donner un exemple (même informel).
2. Quelle est la définition d'un problème NP? NP-complet?
3. Que dit la *thèse de Church*?
4. Qu'est-ce que le problème SAT?

Exercice 2

Décrire une machine de Turing reconnaissant exactement, sur l'alphabet $\{a, b\}$, le langage de mots qui sont un palindrome, c'est-à-dire qu'ils sont identiques si on les lit de droite à gauche ou de gauche à droite. Par exemple *aba* ou *aababbbabaa*. Il est important pour répondre à cette question de bien expliquer comment fonctionne la machine et il n'est pas demandé de la donner entièrement.

Exercice 3

On considère le problème suivant, appelé VERTEX COVER :

Données : $G = (V, E)$ un graphe fini non orienté, et $k \in \mathbb{N}$.

Question : Existe-t-il $H \subseteq V$ contenant au plus k éléments et tel que pour tout $\{x, y\} \in E$, $x \in H$ ou $y \in H$.

1. On considère le graphe G' dont les sommets sont $\{1, 2, \dots, 9\}$ et les arêtes

$$\{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 8\}, \{4, 8\}, \{5, 6\}, \{5, 7\}, \{8, 9\}\}.$$

Dessiner G' .

2. Justifier que pour $k = 3$ et pour G' , la réponse au problème VERTEX COVER est vraie.
3. Justifier que pour $k = 2$ et pour G' , la réponse au problème VERTEX COVER est fausse.
4. Justifier que VERTEX COVER est dans NP.
5. Proposer un codage SAT pour VERTEX COVER. Commencer par bien préciser les variables utilisées et leur signification *en pratique*. Puis, pour chaque formule introduite, expliquer son rôle.
6. On considère une version du problème où k n'est plus une donnée mais une constante, version appelée k -VERTEX COVER :

Données : $G = (V, E)$ un graphe fini non orienté.

Question : Existe-t-il $H \subseteq V$ contenant au plus k éléments et tel que pour tout $\{x, y\} \in E$, $x \in H$ ou $y \in H$.
Montrer que le problème k -VERTEX COVER est dans NLOGSPACE.