

Examen Probabilités et Statistiques - S3 - 2017

Le seul document autorisé pour l'examen est une feuille format A5 recto-verso manuscrite. Tous les autres documents sont interdits. Les calculatrices, ordinateurs, PDA, téléphones,... sont interdits. Les exercices peuvent être traités dans l'ordre de votre choix. La présentation et la rédaction sont des éléments d'appréciation des réponses. **Le sujet comporte une page.**

Exercice 1

1. Expliquer brièvement pourquoi on ne doit pas présenter des résultats statistiques à l'aide de camemberts en relief?
2. Qu'est-ce que la loi uniforme sur un espace fini Ω ?
3. Justifier (avec les formules ou par un argument combinatoire) que $C_n^k = C_n^{n-k}$.
4. Quand dit-on que deux événements sont indépendants?

Exercice 2

On considère $\Omega = \{a, b, c, d\}$ et \mathbb{P} définie par $\mathbb{P}(\{a\}) = \frac{1}{6}$, $\mathbb{P}(\{b\}) = \frac{1}{3}$ et $\mathbb{P}(\{c\}) = \mathbb{P}(\{d\}) = \frac{1}{4}$.

1. Pourquoi \mathbb{P} est-elle bien une loi de probabilités?
2. Que vaut $\mathbb{P}(\{a, c\})$?
3. En utilisant la valeur de $\mathbb{P}(\{a, c\})$ trouvée, que vaut $\mathbb{P}(\{b, d\})$?

Exercice 3

On considère un enclos contenant des pokemons de type feu et des pokemons de type eau (un pokemon en peut pas être des deux types). Certains pokemons sont de première génération, d'autres de génération supérieure. On sait que $\frac{3}{8}$ -ième des pokemons sont des pokemons de type eau, la moitié des pokemons sont de première génération, et que parmi les pokemons de type eau, $\frac{4}{5}$ -ième sont de première génération. Si on tire au sort un pokemon parmi ceux de première génération, quelle est la probabilité qu'il soit de type eau? Justifier.

Exercice 4

Dans cet exercice les résultats peuvent être données à l'aide de formules non simplifiées (par exemple $\frac{3*5*C_{11}^4}{6!A_7^2}$). **Il faut justifier les réponses.**

On considère une urne contenant 49 neufs balles numérotée de 1 à 49.

- P : La balle porte un numéro paire.
- T : La balle porte un numéro multiple de 3.
- S : La balle a un numéro supérieur à 31.
- U : La carte balle porte un numéro à un chiffre.

1. On tire au sort une balle parmi toutes les balles. Exprimer à l'aide d'opérations sur les ensembles et des événements ci-dessus les événements suivants :
 - (a) La balle a un numéro impair qui est un multiple de 3.
 - (b) La balle a un numéro multiple de 3 ou de 2.
 - (c) La balle a un numéro a un chiffre ou un numéro qui est à la fois plus grand que 31 et qui est multiple de 6.
2. On tire au sort uniformément une balle parmi toutes, quelle est la probabilité des événements P et U ?
3. Un tirage simple au loto est constituée de cinq balles prises parmi les 49. Il n'y a pas d'ordre.
 - (a) Combien y a-t-il de tirages simples possibles?
 - (b) Combien y a-t-il de tirages simples contenant la balle numérotée 1?
 - (c) Combien y a-t-il de tirages simples contenant aucun numéro pair?
 - (d) Combien y a-t-il de tirages simples contenant au moins un numéro pair?
 - (e) Combien y a-t-il de tirages simples dont tous les numeros sont strictement supérieurs à 29?
4. Un tirage complet du loto consiste à faire un triage simple (uniformément) suivi du tirage uniforme d'une balle qui n'apparaît pas dans le tirage simple. Le numéro de cette dernière balle est appelé *le numéro complémentaire*.
 - (a) Combien y-a-t-il de tirages complets?
 - (b) En effectuant un triage complet, quelle est la probabilité que le numéro complémentaire soit le 1?
 - (c) En effectuant un triage complet, quelle est la probabilité que tous les numéros (ceux du tirage simple et le numéro complémentaire) soient strictement supérieurs à 29?