

# Exemple d'application de la métrologie des temps et fréquences

---

*SALZENSTEIN Patrice – Ingénieur EUDIL (École universitaire d'ingénieurs de Lille) – Docteur en électronique de l'Université de Lille 1 – Ingénieur de recherche au CNRS, Laboratoire FEMTO-ST (Franche-Comté électronique mécanique thermique optique – Sciences et technologies)*

## 1 Contexte

Le domaine d'application de la métrologie du temps et des fréquences est vaste. La nécessité de maîtriser la stabilité et l'exactitude des références de fréquences est partout présente dans l'industrie tant civile que militaire, les laboratoires de recherche ou de développement, publics ou privés, ainsi qu'auprès du grand public pour tout ce qui touche à des applications liées aux technologies des fréquences.

Dans cet article, seront uniquement abordées des applications qui sont développées à Besançon, et plus en profondeur les mesures de densité spectrale de puissance de bruit de phase. Pour commencer, et afin de comprendre pourquoi Besançon est une ville phare du temps-fréquence, il est nécessaire de rappeler un bref historique.

### 1.1 Les laboratoires français publics accrédités du temps-fréquence

En France, pour des raisons historiques, le domaine temps-fréquence est géographiquement présent à Paris et à Besançon. Paris a une tradition de mesure du temps liée aux Observatoires de Paris et de Meudon. La présence de l'industrie horlogère à Besançon a nécessité le développement des mesures métrologiques liées au temps et aux fréquences. Les laboratoires publics impliqués dans ce domaine sont :

- Le LNE-SYRTE (système de référence temps espace) anciennement LPTF (Laboratoire primaire du temps et des fréquences), responsable pour la France des références de temps et de fréquences.
- L'Observatoire de Besançon, et le Laboratoire associé au LNE (Laboratoire national de métrologie et d'essais) n°2.06 réalisant le raccordement aux étalons nationaux dans le domaine temps-fréquence, notamment sur le long terme, accrédité depuis 1971.

- L'institut FEMTO-ST, créé en janvier 2004 par un regroupement de laboratoires, qui regroupe en particulier : d'une part, le département LPMO (Laboratoire de physique et métrologie des oscillateurs) et le Laboratoire associé (LA) au LNE n° 2.13 réalisant les étalonnages sur le court terme, accrédité depuis 1973, et d'autre part, le département LCEP (Laboratoire de chronométrie électronique et piézoélectricité) qui possède notamment un laser à hydrogène, référence de stabilité moyen terme

Au sein du département LPMO, la structure dans laquelle sont réalisés les étalonnages est le LA-LNE n° 2.13, anciennement Centre d'étalonnage accrédité (CEtA) COFRAC n° 2.13. Ce laboratoire réalise, avec les meilleures incertitudes, des activités d'étalonnage dans les domaines suivants :

- mesure de densité spectrale de bruit de phase ;
- stabilité court terme des oscillateurs dans le domaine temporel.

Ces activités complètent celles du LNE-SYRTE et celles du LA-LNE n° 2.06 de l'Observatoire de Besançon.

Avec la disparition de la notion de CEtA, les domaines couverts par ce laboratoire s'inscrivent dorénavant au premier niveau de la chaîne nationale d'étalonnage comprenant les laboratoires nationaux, auxquels on peut ajouter les laboratoires associés pour les grandeurs qui ne sont pas couvertes par les laboratoires nationaux ; le second niveau étant constitué par les services de métrologie habilités.

## 1.2 Le Temps-fréquence bisontin

À Besançon, le Temps-fréquence est fort de ses deux laboratoires associés au LNE, FEMTO-ST et l'Observatoire de Besançon, qui sont chargés de la diffusion des références nationales de temps et de fréquence [1]. De l'étalonnage des montres haut de gamme et des feux tricolores étalons à celui des horloges atomiques métrologiques et des oscillateurs ultra-stables destinés aux applications spatiales, les laboratoires bisontins interviennent sur toute la gamme des objets devant être raccordés d'une manière ou d'une autre au Temps-fréquence accrédité. Couvrant le domaine des stabilités court terme et du bruit de phase, aux stabilités de fréquence long terme du millième de hertz jusqu'au-delà du gigahertz, délivrant des certificats d'étalonnage en intervalle de temps, stabilité court terme, exactitude de fréquence, densité spectrale de puissance de bruit de phase, le pôle Temps-fréquence bisontin, dans un environnement de recherche reconnu sur le plan international, balaye largement les domaines ayant trait à la diffusion des références nationales.

## 1.3 FEMTO-ST

Créé en 1958 par les professeurs A. Kastler (Prix Nobel de physique) et J. Ubersfeld, le Laboratoire de l'horloge atomique, section de Besançon, a eu dès cette époque une vocation dans le Temps-fréquence. Il est devenu Laboratoire de physique et métrologie des oscillateurs en 1974. Intégré dans l'institut FEMTO-ST le 1<sup>er</sup> janvier 2004, il constitue actuellement un département de ce laboratoire CNRS. Depuis 1973, le LPMO est accrédité pour les mesures de stabilité court terme de fréquence ainsi que pour les mesures de densité spectrale de puissance de bruit de phase. Il délivre des certificats d'étalonnage COFRAC (Comité français d'accréditation), conformément à la norme NF EN ISO 17025. Le laboratoire est officiellement accrédité pour caractériser des signaux de fréquences 1 MHz-1 GHz avec les

meilleures incertitudes en variance d'Allan pour des temps d'intégration de 0,1 s à 100 s. Hors accréditation, il est possible de caractériser des signaux des radiofréquences (RF) aux hyperfréquences. Le laboratoire est également accrédité pour l'étalonnage de sources de fréquence entre 5 MHz et 18 GHz en termes de densité spectrale de puissance de bruit de phase, et ses moyens actuels lui permettent même d'effectuer des mesures jusqu'à 40 GHz. Le champ d'accréditation couvre les fréquences de Fourier (écart à la porteuse) de 1 Hz à 100 kHz, toutefois il est possible de déterminer les spectres de bruit de phase aux fréquences de Fourier allant de 0,01 Hz à quelques mégahertz de la porteuse.

## 1.4 L'Observatoire de Besançon

Riche de son expérience acquise depuis sa création en 1871, l'Observatoire de Besançon est résolument tourné vers l'avenir avec ses recherches dans le domaine du temps-fréquence. Trois horloges atomiques à jet de Césium ont pris la suite des différents moyens de mesure du temps de l'Observatoire. Elles sont placées dans un local régulé en température et en humidité, et sont en permanence comparées les unes aux autres. Toutes trois participent à la réalisation du temps atomique français (TA[F]) et du temps atomique international (TAI). Laboratoire associé au LNE et accrédité au plus haut niveau national par le COFRAC, le laboratoire Temps-fréquence de l'Observatoire délivre tout type de certificat d'étalonnage dans le domaine temps-fréquence, de la simple montre-bracelet à l'horloge atomique [2].

## 2 Activités de diffusion et d'étalonnage des laboratoires bisontins

### Diffusion de la référence nationale de fréquence, TA(F)

L'Observatoire de Besançon s'est engagé depuis plusieurs années dans l'exploitation métrologique des modules récepteurs GPS (système global de positionnement) à bas coût disponible dans l'industrie [3]. Le marché du petit module récepteur GPS dédié temps est une niche qui bénéficie indirectement des développements GPS que les acteurs industriels majeurs soutiennent en visant principalement les plates-formes mobiles (téléphones portables, automobile). Les développements conduits à Besançon autour de ces modules se sont faits dans deux domaines aux finalités distinctes : la traçabilité au TA(F) et la datation d'événements dont un exemple typique est le système de datation développé par l'observatoire Auger [4].

### Le récepteur SYREF

Le récepteur SYREF<sup>1</sup> est la plus récente évolution d'un système complet de raccordement en temps et en fréquence qui a été développé à l'Observatoire de Besançon autour de ces modules GPS. Il est utilisé et proposé comme moyen de traçabilité aux références nationales de temps et de fréquence, comme alternative au système utilisant la fréquence porteuse de France Inter. À la date du 1<sup>er</sup> septembre 2005, dix-neuf laboratoires utilisaient déjà différentes versions du système, essentiellement en tant qu'outil de traçabilité pour accéder à la fréquence du TA(F). Ce chiffre est en augmentation régulière au rythme de deux à trois nouveaux laboratoires chaque année. Les récepteurs utilisés permettent d'atteindre quelques  $10^{-13}$  après 24 heures, offrant ainsi un gain d'un ordre de grandeur par rapport à la réception de la porteuse de France Inter à 162 kHz. L'exploitation, la collecte des données et la maintenance sont effectuées à l'Observatoire de Besançon. Deux systèmes de référence redondants sont installés au LNE-SYRTE à Paris et assurent le raccordement à UTC(OP).

1. Système de référence : c'est le nom d'un système basé sur le principe de transfert de fréquence via GPS de raccordement aux références nationales sous accréditation ISO CEI 17025

UTC(OP) signifie Universal Time Coordinated (Observatoire de Paris), il s'agit donc du temps universel coordonné à l'Observatoire de Paris. L'UTC a la même marche que le TAI (Temps atomique international), mais il en diffère par un nombre entier de secondes. On l'ajuste par insertion ou omission de secondes pour assurer sa concordance avec l'échelle UT1 (Temps universel) qui désigne l'échelle de temps fondée sur la rotation de la Terre suivant la recommandation 460 du CCIR (Comité consultatif international des radiocommunications).

Dans le cadre d'une convention, un récepteur SYREF doit également être mis en place sur le site d'Allouis pour assurer la traçabilité aux références nationales du code horaire émis sur la porteuse à 162 kHz de France-Inter.

### **Intégration des références cryogéniques à haute stabilité court terme**

Au sein de l'institut FEMTO-ST, un oscillateur cryogénique présentant une stabilité de fréquence exceptionnelle de  $7.10^{-15}$  jusqu'à 10 000 s a été réalisé récemment [5]. Ce résultat constitue une performance à l'état de l'art international. Toutefois la régulation thermique de température utilisée pour contrôler la température du résonateur cryogénique limite la performance à court terme. Un travail autour de cette régulation est actuellement en cours au laboratoire. Ce système permettra à terme d'améliorer les performances du banc de mesures de stabilité court et moyen terme du laboratoire.

### **Comparaison inter-laboratoire en bruit de phase**

Une comparaison inter-laboratoire en bruit de phase pilotée par FEMTO-ST et impliquant des laboratoires français, allemands, suisses et tchèques, a démarré en octobre 2005 afin d'évaluer la reproductibilité des mesures effectuées par les différents bancs utilisés au sein de laboratoires français et étrangers. La dernière comparaison internationale a permis de qualifier les mesures réalisées à Besançon à mieux que 0,5 dB pour des signaux mesurés sur des oscillateurs étalons à 5 MHz et 100 MHz.

### **Évolution des moyens de mesure destinés aux étalonnages de stabilité court terme de fréquence**

Afin de pouvoir répondre à la demande des laboratoires et industriels impliqués dans la mise au point d'oscillateurs pour des applications spatiales, un problème critique de bruit propre se pose dans la caractérisation de la stabilité court terme des sources de fréquences à l'aide d'étage à multiplicateurs d'écart par 10. Ce bruit propre limite en effet le plancher de bruit mesurable. Les multiplicateurs commerciaux disponibles ne permettent pas d'atteindre, en sortie des bancs de variance d'Allan, des stabilités meilleures que quelques  $10^{-14}$  à 5 ou 10 MHz. Au travers du développement d'un prototype, l'institut FEMTO-ST a démontré la faisabilité d'un multiplicateur d'écart à l'état de l'art avec des performances typiques de stabilités inférieures à  $5.10^{-14}$ ,  $10^{-14}$  et  $3,5.10^{-14}$  respectivement sur 1, 10 et 100. De plus, un autre problème est posé. Les amplificateurs de distribution à intégrer dans les bancs de mesures de stabilité court terme de fréquence ne doivent pas masquer les performances des meilleurs quartz commerciaux disponibles sur le marché, qui possèdent une variance d'Allan de l'ordre de 5 à  $6.10^{-14}$  sur un temps d'intégration de une seconde à 5 MHz. Un prototype développé au laboratoire permet d'atteindre des variances d'Allan meilleures que  $1,5.10^{-14}$  à 5 MHz et  $7,5.10^{-15}$  à 10 MHz pour des temps d'intégration de une seconde. Dans de telles conditions, l'amplificateur de distribution est transparent aux performances des références disponibles et des quartz à mesurer [6].

### Lien optique inter-laboratoire

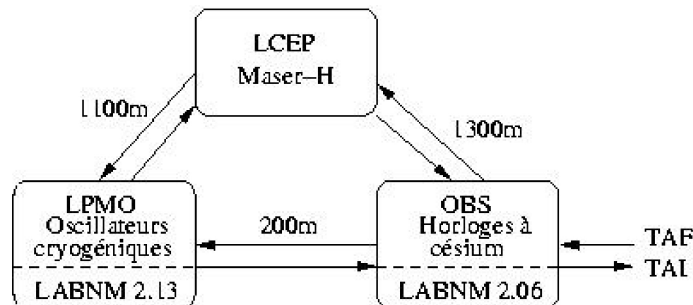


Figure 2.1 Lien optique inter-laboratoire à Besançon

Comme schématisé sur la Figure 2.1, la mise en place d'une liaison par fibre optique entre les deux départements Temps-fréquence de FEMTO-ST, leLCEP et le LPMO et l'Observatoire de Besançon avec leur deux laboratoires associés au LNE et accrédités COFRAC sous les numéros 2.06 et 2.13, s'inscrit dans une perspective de regroupement du pôle Temps-fréquence bisontin, au travers d'une démarche de mutualisation des moyens [7]. L'objectif est la mise en commun des oscillateurs des composantes (saphir cryogénique, maser hydrogène, horloges à jet de Césium) à l'aide d'une liaison optique et des équipements de compensation des délais de transmission qui ont été mis au point en collaboration entre ces laboratoires. Chacun des laboratoires souhaite ainsi bénéficier des qualités respectives des trois types d'oscillateurs à court terme (saphir cryogénique FEMTO-ST), moyen terme (Maser Hydrogène FEMTO-ST) et long terme (Césium de l'Observatoire de Besançon).

## 3 Mesure de la densité spectrale de puissance de bruit de phase de sources de fréquence

Un signal peut être stable sur le long terme, c'est-à-dire 24 heures ou un mois, mais ne pas l'être sur des durées courtes, sur une seconde par exemple. Ce sera le cas des horloges atomiques qui constituent des références du temps. Inversement, des oscillateurs peuvent être très stables sur le court terme, des temps d'intégration de une seconde par exemple, et non sur le long terme. Cette stabilité court terme peut être traitée dans le domaine spectral en termes de bruit de phase.

Dans cet article nous choisissons de présenter la mesure de densité spectrale de puissance de bruit de phase sur une source de fréquence qui est généralement un oscillateur ultra-stable. Toutefois, un des problèmes qui se posent au concepteur des oscillateurs à quartz de haute stabilité est le bruit propre des résonateurs seuls et non plus du résonateur déjà monté en oscillateur [8]. D'autre part nous aurions pu expliciter les mesures de bruit de phase sur les composants actifs tels que les amplificateurs, ou encore sur les diviseurs de fréquence et sur les éléments passifs divers de l'électronique. Le domaine de la mesure de bruit de phase est vaste cependant, il est naturellement à aborder sous l'angle des sources de fréquences qui font dorénavant partie de notre environnement technologique à tous.

La nécessité de disposer de sources de fréquences stables sur le court terme est dictée par les impératifs des applications qui utilisent ces oscillateurs. Ainsi, dans les télécommunications, les exigences concernent plus particulièrement les performances en bruit de phase loin de la

porteuse, typiquement au-delà du mégahertz pour des signaux de quelques gigahertz, afin que des canaux consécutifs ne soient pas affectés par de l'intermodulation indésirable et perturbés par les bandes latérales de bruit. Dans le domaine des radars, les performances en bruit de phase sont plutôt recherchées entre 1 et 10 kHz d'une porteuse hyperfréquence, enfin, les applications purement métrologiques commandent des niveaux de bruit faibles près de la porteuse quelle que soit sa fréquence, c'est-à-dire pour des fréquences de Fourier plutôt inférieures à 100 Hz.

Dans ce chapitre est développée de manière plus approfondie la manière de caractériser la stabilité court terme des sources de fréquences par la mesure de la densité spectrale de puissance de bruit de phase. En effet, un oscillateur peut être caractérisé, soit dans le domaine temporel, soit dans le domaine spectral. Par comparaison avec le domaine temporel dans lequel on mesure la valeur de la fréquence moyenne, la variance et la dérive, dans le domaine spectral on ne s'intéresse qu'aux fluctuations de phase, de fréquence ou de fréquence relative. On perd ainsi la notion de valeur absolue de la fréquence, un peu comme si l'on ne caractérisait un signal dans le domaine temporel qu'à l'aide de sa variance. On mesure le signal par rapport à une référence qui doit présenter des fluctuations de phase meilleures que celle du signal à mesurer. Mais, et c'est un fait qui mérite d'être souligné, contrairement au domaine temporel où la référence doit être reliée à l'étalon national, il n'existe pas de référence spectrale étalon.

### 3.1 Quelques définitions théoriques

Un signal idéal sans bruit et sans dérive peut être représenté par une sinusoïdale pure  $V(t) = V_0 \sin(2\pi \nu_0 t)$  où  $V_0$  et  $\nu_0$  sont respectivement l'amplitude et la fréquence du signal.

Un signal réel est donné par l'expression suivante.

$$V(t) = (V_0 + \varepsilon(t)) \sin(2\pi\nu_0 t + \Phi(t))$$

Où  $\varepsilon(t)$  et  $\Phi(t)$  sont des processus aléatoires représentant les fluctuations de l'amplitude nominale  $V_0$  et de la fréquence nominale  $\nu_0$ .

En faisant l'hypothèse que les fluctuations d'amplitude  $\varepsilon(t)$  sont négligeables, ce qui est généralement le cas pour des oscillateurs de bonne qualité, le signal réel s'exprime plus simplement :

$$V(t) = V_0 \sin(2\pi\nu_0 t + \Phi(t))$$

Par définition, la fréquence instantanée est la dérivée de la phase totale :

$$\nu(t) = [1/2\pi] \cdot [d(2\pi\nu_0 t + \Phi(t))/dt] = \nu_0 + [1/2\pi] \cdot [d(\Phi(t))/dt]$$

que l'on peut écrire sous la forme :

$$\nu(t) = \nu_0 + \Delta\nu(t) \text{ avec } \Delta\nu(t) = [1/2\pi] \cdot [d(\Phi(t))/dt]$$

Le paramètre  $y(t) = \Delta\nu(t)/\nu_0$  représente les fluctuations relatives de fréquence.

La densité spectrale de puissance des fluctuations de phase  $S_\Phi(f)$  est par définition la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation des fluctuations de phase  $\Phi(t)$  :

$$S_\Phi(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \phi(t-\tau) \rangle \cdot (e^{-i2\pi f\tau}) \cdot d\tau$$

Le résultat expérimental donne un repliement du spectre et  $S_\Phi(f)$  est la somme des bandes latérales.  $S_\Phi(f)$  s'exprime en  $\text{rad}^2/\text{Hz}$ .

$\xi(f)$  est le rapport de la puissance de bruit à la fréquence de Fourier  $f$  de la porteuse  $F$  dans une bande d'analyse de 1 Hz à la puissance totale du signal ( $P$ ) :

$$\xi(f) = S_{RF}(F + f)/P_{totale}$$

Pour des fréquences de Fourier faibles,  $\xi(f) = 1/2 \cdot S_{\phi}(f)$

### 3.2 Origines du bruit de phase

#### Bruit thermique

Le bruit thermique est défini par la relation  $N = kTB$  où  $k$  est la constante de Boltzmann ( $k = 1,37 \cdot 10^{-23}$  J/K) ;  $T$  est la température absolue exprimée en Kelvin ;  $B$  est la bande passante de mesure en Hz.

Pour avoir un ordre de grandeur, dans un laboratoire d'étalonnage où la température est typiquement de 20°C, soit 290 K environ,  $N = 4 \cdot 10^{-21}$  watt/Hz soit -204 dBW/Hz ou encore,  $N = -174$  dBm/Hz

#### Bruit dans les amplificateurs

Le bruit dans les amplificateurs est défini par le facteur de bruit  $F$  qui est le bruit en excès défini par le rapport des rapports signal sur bruit en entrée et en sortie.

$$F = [S/N_{entrée}]/[N_{sortie}]$$

#### Bruit de phase provoqué sur le signal

Le signal peut être représenté par un vecteur tournant auquel on superpose un bruit. Ce vecteur tournant est représenté sur la Figure 3.1.

Lorsque  $\Delta\Phi$  est petit,  $\tan \Delta\Phi_{RMS} = e_{nRMS}/e_{sRMS}$  d'où  $\Delta\Phi_{RMS} = (e_{nRMS}/e_{sRMS})$

Ce qui se traduit sur le bruit de phase par  $S_{\phi}(f) = \Delta\Phi_{RMS}^2/B = FkT/P$

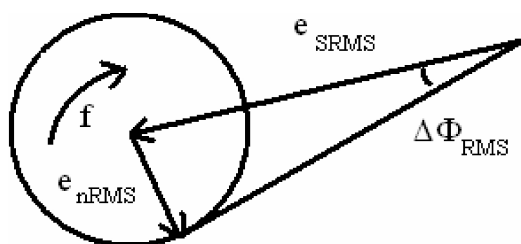


Figure 3.1 Représentation du vecteur tournant

Concrètement, plus la puissance du signal sera élevée, plus le plancher de bruit de phase mesuré pourra être faible. Un oscillateur sortant suffisamment de puissance aura donc un plancher de bruit très bas loin de la porteuse.

#### Bruit d'amplification en 1/f

$$S_{\phi}(f) = FkT/P \cdot [1 + (f_c/f)^2]$$

$f_c$  : fréquence de coupure de l'amplificateur

Ce bruit en 1/f est typiquement de -120db-rad<sup>2</sup>/Hz à 1 Hz. L'allure est représentée sur la Figure 3.2.

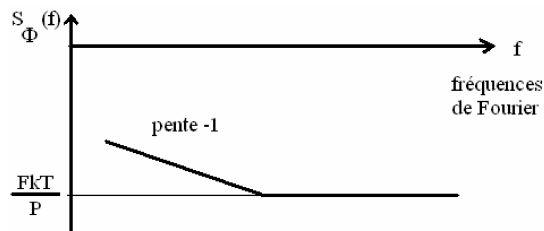


Figure 3.2 Allure du bruit d'un amplificateur

### Transformation du bruit dans un oscillateur

Un oscillateur à la fréquence  $f_0$  est constitué d'un résonateur de coefficient de qualité  $Q$ , bouclé sur un amplificateur. La condition d'oscillation impose un gain supérieur à 1. Le bruit de phase  $\Delta\Phi$  produira un bruit de fréquence  $\Delta f = \Delta\Phi(f_0/2Q)$ . Un bruit de phase en  $f_0$  ou en  $f_{-1}$  produira donc un bruit de fréquence en  $f_0$  ou en  $f_{-1}$  donc un bruit de phase sur le signal de sortie de l'oscillateur en  $f_{-2}$  ou  $f_{-3}$  dans une bande  $f_0/2Q$ .

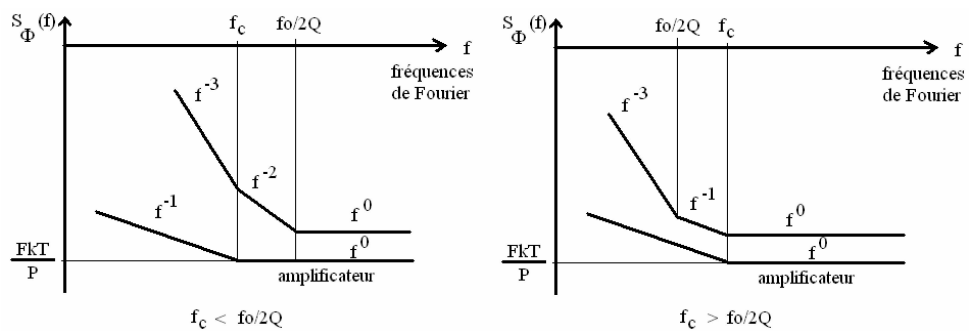


Figure 3.3 Transformation du bruit dans un oscillateur

Sur la Figure 3.3, la transformation du bruit dans un oscillateur en fonction du coefficient de qualité  $Q$ , de la fréquence de la porteuse et de la fréquence de coupure de l'amplificateur.

### Bruit de phase de l'oscillateur complet

Afin de découpler l'oscillateur de la charge, il est nécessaire de mettre un amplificateur en sortie de l'oscillateur. Cet amplificateur de sortie ne produit qu'un bruit additif et ne subit aucune transformation.

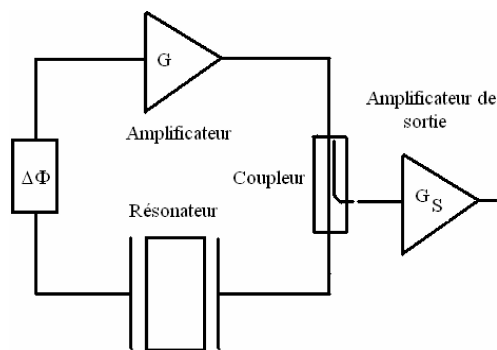


Figure 3.4 Schéma d'un oscillateur



Le spectre de phase d'un oscillateur peut en effet être modélisé par une succession de droites dans un tracé log-log avec  $S_{\Phi}(f) = \sum_0^{-4} b_n \cdot f^n$  (en  $\text{rad}^2/\text{Hz}$ ) où  $b_n = 10^{a_n/10}$ , expression dans laquelle  $a_n$  est la valeur en dB que prendrait l'asymptote des différentes pentes à 1 Hz.

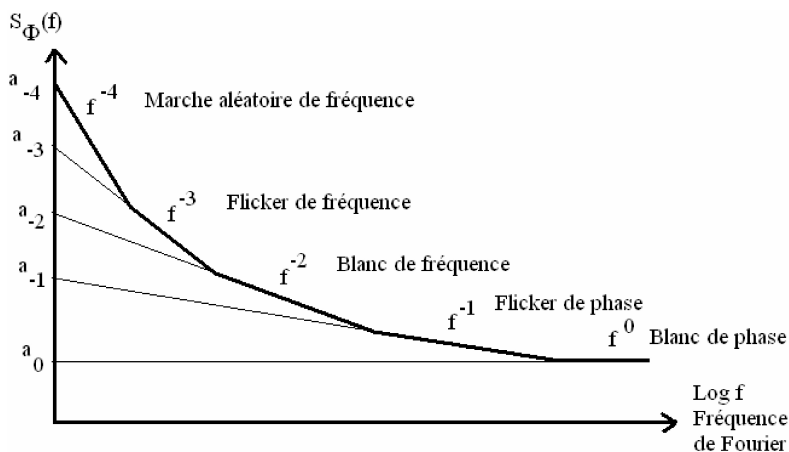


Figure 3.5 Différents types de bruits

Les pentes des différents types de bruits sont représentées sur la Figure 3.5, dans un diagramme log-log représentant la densité spectrale de bruit de phase en fonction des fréquences de Fourier.

### 3.3 Banc de mesure bruit de phase

Les bancs de mesures de bruit de phase sont constitués par un ou plusieurs mélangeurs, des éléments de filtrage et des amplificateurs. La mesure du bruit du banc (Figure 3.6) s'effectue en attaquant les deux entrées du mélangeur par le même signal et en introduisant un déphasage dans l'une des voies afin d'obtenir la quadrature sur le mélangeur.

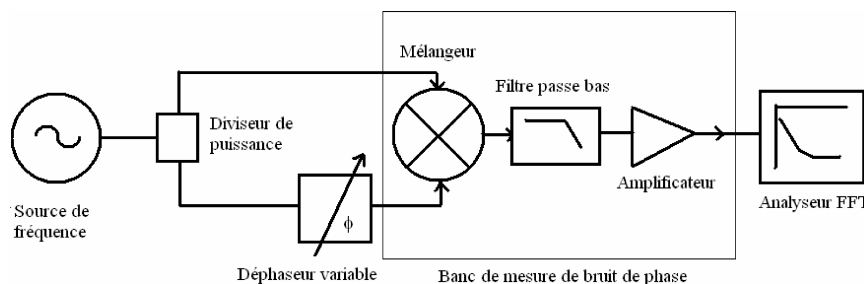


Figure 3.6 Mesure du bruit du banc

Le palier de bruit détectable est fonction du niveau d'entrée sur le mélangeur. Un système commercial HP3048 développé par Hewlett Packard permet d'attaquer le mélangeur avec des signaux de + 15 dBm. Les performances de ce système sont limitées par le bruit flicker du mélangeur dans la partie inférieure du spectre et par le bruit blanc de tension de l'amplificateur qui se traduit, compte tenu de la sensibilité du mélangeur, par un plancher de bruit de phase équivalent de l'ordre de - 177  $\text{dB} \cdot \text{rad}^2/\text{Hz}$ .

### 3.4 Principe de l'étalonnage d'un oscillateur

Le principe consiste à asservir un oscillateur de référence de même fréquence que l'oscillateur à étalonner au moyen d'une boucle à verrouillage de phase (Figure 3.7). Le principe des mesures spectrales consiste donc à démoduler en phase le signal à étudier en asservissant un signal de référence sur l'oscillateur à étudier au moyen d'une boucle de phase. La tension d'erreur de cet asservissement est alors proportionnelle aux fluctuations de phase de l'oscillateur à tester et de l'oscillateur de référence, pour les fréquences de Fourier situées à l'extérieur de la bande passante de l'asservissement. Elle est proportionnelle aux fluctuations de fréquence dans la bande passante de l'asservissement. Cette tension est amplifiée et envoyée sur un analyseur de spectre dynamique qui calcule et affiche sa densité spectrale des fluctuations.

Note : Ce paragraphe traite de l'étalonnage en densité spectrale de bruit de phase d'un oscillateur, toutefois, un oscillateur pourrait aussi être étalonné en puissance RF ou hyperfréquence (dans ce cas on donnerait une puissance en dBm ou en Watt), en stabilité long terme (dans ce cas on donnerait par exemple sa stabilité sur 24 heures en variance d'Allan) ou encore en exactitude de fréquence (dans ce cas on donnerait sa fréquence en Hz avec telle ou telle exactitude).

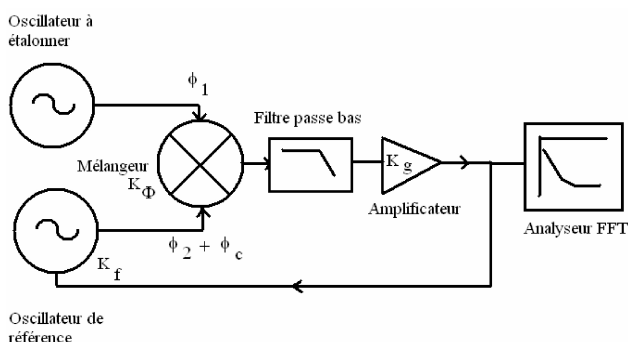


Figure 3.7 Synoptique de l'étalonnage

$\Phi_1$  étant les fluctuations de phase de l'oscillateur à mesurer,

$\Phi_2$  les fluctuations de phase de la référence,

$(\Phi_2 + \Phi_c)$  les fluctuations de phase de la référence asservie,

La tension en sortie du mélangeur de sensibilité  $K_\phi$  (exprimée en rad/V) et après filtrage est donnée par la relation  $V_1 = K_\phi(\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_c)$ .

À la sortie de l'amplificateur de gain  $K_g$ , la tension est  $V_2 = K_\phi K_g(\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_c)$ .

Si  $K_f$  est la sensibilité de l'accord électronique de l'oscillateur de référence (en Hz/V), nous pouvons écrire que

$$\Phi_c = [K_f K_\phi K_g / p][\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_c] \text{ où } p = j\omega$$

On en déduit que la tension d'erreur

$$V_2 = [(K_\phi K_g) / (1 + K_f K_\phi K_g / p)][\Phi_1 - \Phi_2]$$

On pose  $G = K_f K_\phi K_g / p$

Pour les fréquences de Fourier pour lesquelles  $G \ll 1$ ,  $V_2$  est proportionnelle aux fluctuations de phase.

En termes de densité spectrale,  $S_{V_2}(f) = [(K_\phi K_g)/(1 + G)]^2 [S_{\phi_1}(f) - S_{\phi_2}(f)]$

La connaissance du spectre de bruit de phase passe par la mesure de  $S_{V_2}(f)$  à l'aide d'un analyseur de spectre à transformée de Fourier rapide (FFT), et par la détermination du coefficient  $K_\phi$  égal à  $dV/dt$  au voisinage de  $V$  égal à zéro, de la constante  $K_g$  et de la fonction de transfert  $1/(1 + G)$ .

La tension de bruit est reliée aux fluctuations de phase par un coefficient de proportionnalité égal à :

$$e_b = K_g K_\phi (\Phi_1 - \Phi_2)$$

où  $K_g$  est le gain de l'amplificateur et  $K_\phi$  la sensibilité du mélangeur utilisé en phasemètre (V/rad).

Pour une paire d'oscillateurs identiques :  $S_{\phi_1} = S_{\phi_2} = S_\phi$

La densité spectrale de bruit de phase dans 1 Hz de bande passante est donnée par la relation :

$$S_\phi(f) = \left(\frac{1}{2}\right) e_b^2(f) / (K_g K_\phi)^2 \rightarrow \text{pour } f > f_c \text{ (i)}$$

$$S_\phi(f) = \left(\frac{1}{2}\right) e_b^2(f) / (K_g K_\phi)^2 \cdot (f/f_c)^2 \rightarrow \text{pour } f < f_c \text{ (ii)}$$

Où  $e_b$  est la valeur de la tension de bruit mesurée dans 1 Hz de bande passante.

### 3.5 Bilan des incertitudes

Le calcul d'incertitude est réalisé conformément aux documents Cofrac n°2064 et n°2021.

En reprenant dans la formule (i) l'expression  $S_\phi(f) = \left(\frac{1}{2}\right) e_b^2(f) / (K_g K_\phi)^2$ , l'incertitude sur la densité spectrale  $S$  est donnée par la relation suivante :

$$\Delta S/S = 2 \cdot d(e_b)/e_b + 2 \cdot dK_g/K_g + 2 \cdot d(K_\phi)/K_\phi$$

Un coefficient 2, dû au fait que les expressions sont au carré, viendra donc en facteur de la contribution des termes élémentaires, dans les calculs qui suivent.

#### Termes d'incertitudes élémentaires :

##### Incertitudes de type A :

Estimables par une méthode statistique.

##### A1 : Répétabilité des mesures :

incertitude négligeable, les mesures de densité spectrales étant effectuées dans des conditions similaires (les appareils sont mis en chauffe suffisamment à l'avance).

##### A2 : Reproductibilité :

Les bancs sont à demeure et sont constamment connectés. Cette incertitude est donc négligeable. Ces incertitudes sont évaluées à l'aide de comparaisons inter-laboratoires.

##### A3 : Incertitude due au nombre d'échantillons :

La mesure est faite systématiquement sur la moyenne de 16 échantillons, rendant ce terme négligeable.

**Incertitude de type B :**

1<sup>re</sup> catégorie BR : liées aux raccordements externes et internes, et 2<sup>e</sup> catégorie BL : liées au montage et évaluées par d'autres méthodes que statistiques.

Le principe de mesure ne faisant pas l'objet de raccordement externe ou interne, il n'y a pas de terme d'incertitude dans la première catégorie. Les termes considérés seront donc les suivants :

**BL1 : incertitude sur la détermination de  $e_b$  :**

Le constructeur de l'analyseur de spectre à Transformée de Fourier Rapide donne typiquement une incertitude sur la mesure du bruit de 0,25 dB

**BL2 : incertitude sur la détermination du gain G :**

Le gain des deux amplificateurs est obtenu avec des amplificateurs contre-réactionnés :

$$G = G_1 \cdot G_2, G_1 = R_1/R_2 \text{ et } G_2 = R_3/R_4.$$

$$G = G_1 \cdot G_2, G_1 = R_1/R_2 \text{ et } G_2 = R_3/R_4$$

$$D'où \Delta G/G = \Delta R_1/R_1 + \Delta R_2/R_2 + \Delta R_3/R_3 + \Delta R_4/R_4$$

Les résistances étant à 1 % près, on a :

$$\Delta G/G = 0.04 \text{ d'où } BL2 = 2\Delta G/G = 0.08$$

**BL3 : incertitude sur la détermination du coefficient KF :**

Le calcul de la pente du mélangeur en Volt par radian utilise la mesure de la durée de deux impulsions, réalisée au moyen d'un microprocesseur, impulsions générées à l'aide de comparateurs sur le signal issu du mélangeur amplifié par un gain G :

$$K_\Phi = T_2 \cdot \Delta V / T_1 2\pi G$$

où  $\Delta V$  représente l'écart des seuils de déclenchement des deux comparateurs.

On a :

$$dK_\Phi/K_\Phi = \Delta T_2/T_2 + \Delta(\Delta V)/\Delta V + \Delta T_1/T_1 + \Delta G/G$$

$$\Delta(\Delta V)/\Delta V = 0.01 \text{ et } \Delta G/G = 0.02$$

L'erreur  $\Delta T_2/T_2$  sera bien inférieure à  $\Delta T_1/T_1$  puisque :

$$T_2 > T_1 \text{ et } \Delta T_2 = \Delta T_1 = 1\mu\text{s (période de l'horloge du microprocesseur)}$$

On peut estimer cette incertitude à 1 % d'où  $dK_\Phi/K_\Phi = 0.00 + 0.01 + 0.01 + 0.02 = 0.04$

$$\text{Donc } dK_\Phi/K_\Phi = 0.04$$

$$\text{d'où } BL3 = 2 \cdot K_\Phi/K_\Phi = 0.08$$

**BL4 : Influence de la température :**

L'influence de la température sur deux oscillateurs asservis l'un sur l'autre reste négligeable vis-à-vis des fluctuations ambiantes de la température de la salle de manipulation. En effet, les deux oscillateurs étant asservis l'un sur l'autre, toute variation de la fréquence de l'un va entraîner une même variation de la fréquence de l'autre. Par ailleurs, durant le temps de la mesure, la variation de température des résistances est négligeable.

### BL5 : Résolution du banc :

La résolution du banc est inférieure à 0.05 dB soit en linéaire  $BL5 = 0,006$

**Calcul de l'incertitude globale :** L'incertitude type composée  $u_c$  sur la grandeur  $S_{\phi}(f)$  est la somme quadratique des incertitudes-type composées intermédiaires : A, BR et BL :  $A = (\sum A_i)^{1/2}$  et  $BR = (\sum BR_i^2)^{1/2}$  sont négligeables et en prenant l'hypothèse la plus défavorable que les termes BL sont corrélés, conformément au Document Cofrac n° 2021,  $BL = \sum L_i \cdot u_c = (A^2 + BR^2 + BL^2)^{1/2}$  devient

$u_c = BL1 + BL2 + BL3 + BL5$  (les autres termes étant négligeables).

En prenant un facteur d'élargissement égal à 2, on obtient l'incertitude élargie  $U = u_c \times 2$  soit en dB une erreur U vérifiant l'inégalité  $U < 1,80$  dB.

L'incertitude retenue est typiquement de  $\pm 2$ dB donnée à 2 écarts types.

## 4 Conclusions et perspectives

À la lecture de cet article, la lectrice, ou le lecteur, aura pu se rendre compte d'une part que le temps-fréquence est un domaine pouvant le concerner puisque les mesures ayant trait à ce domaine concernent un spectre d'applications important et, d'autre part, au travers de l'exemple développé sur la mesure du bruit de phase de sources de fréquences, que la mesure renseigne sur des propriétés plus fondamentales des oscillateurs et permet de comprendre des phénomènes physiques.

Ce domaine est en perpétuelle évolution. Au gré des besoins, les références métrologiques évoluent vers des fréquences de plus en plus élevées. Les chaînes de synthèse de fréquences pour ramener les performances d'oscillateurs hyperfréquences aux fréquences utilisables par les instruments les plus répandus, c'est-à-dire cinq, dix ou cent MégaHertz, sont miniaturisées, et de plus en plus complexes. Elles font intervenir dorénavant l'électronique numérique avec des oscillateurs internes commandés numériquement.

L'avenir des références ultra-stables passe certainement par la maîtrise des technologies optoélectroniques. En effet, les quartz montrent actuellement leurs limites en termes de performances, et on ne peut plus guère espérer progresser. Les oscillateurs cryogéniques en hyperfréquences présentent l'état de l'art sur le court terme, toutefois leur mise en œuvre reste délicate et lourde, et donc incompatibles avec une utilisation hors des laboratoires. En revanche, la possibilité de bénéficier des techniques optiques largement développées par les télécommunications laisse entrevoir déjà des possibilités importantes pour disposer d'oscillateurs ultra-stables. Le besoin de sources à haute pureté spectrale et d'excellente stabilité temporelle dans le domaine micro-onde est un point essentiel souligné dans le bilan de performance de nombreux systèmes couvrant maints domaines majeurs d'applications stratégiques, allant de celui des radars jusqu'aux besoins des télécommunications et de systèmes de navigation ultra-précis. Des bouleversements récents tant au niveau de l'approche théorique que des révolutions technologiques sont en train de donner naissance à des systèmes de métrologie temps-fréquence aux performances très nettement au-delà de l'état de l'art, non seulement pour des applications de recherche, mais aussi pour des utilisations industrielles. C'est le sens de travaux qui sont développés au sein de nos laboratoires Temps-fréquences [9].

## 5 Bibliographie

- [1] P. Salzenstein, F. Meyer, E. Tisserand, G. Martin, J. Petetin, N. Franquet, F. Lardet-Vieudrin, O. Lavederine and M. Vincent, « Time and frequency metrology accredited laboratories in Besançon » 19<sup>th</sup> European Frequency and Time Forum, Besançon, France, March 2005
- [2] Observatoire de Besançon, <http://www.obs-besancon.fr/>
- [3] F. Meyer, N. Gautherot, Frequency transfer using low cost GPS receivers, Accessing national frequency references, Proceedings of the 19<sup>th</sup> European Frequency and Time Forum, Besançon, France, march 2005
- [4] F. Meyer, P. A. Tuckey, F. Vernotte. Time tagging for the Auger observatory, Proceedings of the 16<sup>th</sup> European Frequency and Time Forum, St Petersburg, Russia, march 2002
- [5] P.-Y. Bourgeois, F. Lardet-Vieudrin, Y. Kersalé, N. Bazin, V. Giordano, « Ultra low drift microwave oscillator », Electronics Letters, 13 may 2004, Vol.40, n° 10, pp. 605-606
- [6] P. Salzenstein, F. Lardet-Vieudrin, P. Vuillemin, G. Martin and V. Giordano, « Développement d'un multiplicateur d'écart et d'un amplificateur d'isolation pour les mesures de stabilité court terme de sources de fréquence à 5 et 10 MHz », 12<sup>e</sup> Congrès international de Métrologie, Lyon, France, 20-23 juin 2005
- [7] J. Saalaoui, P. Salzenstein, F. Lardet-Vieudrin, S. Galliou, F. Vernotte and V. Giordano, Inter-laboratory time and frequency transfer by optical fiber, Proceedings of the VI International Conference for Young Researchers Wave Electronics and its Applications in Information and telecommunications Systems, St-Petersburg, Russia, 7-11 september 2003, A2 pp. 5-8
- [8] P. Salzenstein, F. Sthal, S. Galliou, E. Rubiola, V. Giordano et R. Brendel, « Bruit des oscillateurs et des résonateurs à quartz », Workshop Bruit en régime linéaire et non-linéaire dans les composants et circuits de télécommunications, La Grande Motte, France, 7-8 juin 2004
- [9] H. Tavernier, S. Poinso, P. Salzenstein, L. Larger, E. Rubiola, V. Giordano, « High purity RF optoelectronic delay oscillator », VIII International Conference for Young Researchers, Wave Electronics and its Applications in Information and telecommunications Systems, St-Petersburg, Russia, 5-8 September 2005