

Département d'informatique, contrôle de mathématiques discrètes.

Semestre 1, mars 2014, 1heures.

Seule une fiche manuscrite RV de format A5 est autorisée.

1 Calculs dans une algèbre de Boole

Soit la fonction $F(a, b, c) = \bar{a}.b.\bar{c} + \bar{a}.\bar{b}.c + a.\bar{b}.\bar{c} + a.b.c$

1. Combien de lignes contiendrait la table de vérité de $F(a, b, c)$? La construire.
2. A l'aide de cette table, trouver une relation entre la valeur de la fonction et le nombre de 1 parmi les trois variables booléennes a, b et c .
3. On rappelle que pour deux variables booléennes, x et y , on a $x \oplus y = \bar{x}.y + x.\bar{y}$. Montrer que $F(a, b, c) = (a \oplus b) \oplus c$.

2 Formalisation

Les variables propositionnelles N et T serviront, dans cet exercice, à représenter (respectivement) les propositions « un étudiant a de bonnes notes » et « un étudiant travaille ». À l'aide des variables propositionnelles N et T , formaliser les propositions suivantes (si, pour l'une ou l'autre d'entre elles, la traduction vous paraît impossible, dites-le et expliquez pourquoi) :

1. C'est seulement si un étudiant travaille qu'il a de bonnes notes.
2. Un étudiant n'a de bonnes notes que s'il travaille.
3. Pour un étudiant, le travail est une condition nécessaire à l'obtention de bonnes notes.
4. Malgré son travail, un étudiant a de mauvaises notes.
5. Un étudiant travaille seulement s'il a de bonnes notes.

3 Négation

Donner la négation des affirmations suivantes, sans employer « il est faux que » ou un synonyme.

1. Ce triangle est rectangle donc ce triangle possède un angle droit.
2. Je travaille peu, pourtant, j'ai eu une bonne note.
3. Si l'on ne part pas à l'étranger, on risque d'être moins fort en langues.
4. Je mangerai dehors, a moins qu'il ne pleuve.

4 Conséquences logiques

Dire, en justifiant, si les conséquence logiques suivantes sont établies.

1. $\{\neg A \Rightarrow D, A \wedge B \Rightarrow C, D \Rightarrow A \vee E\} \models B \Rightarrow C$
2. $\{\neg A \Rightarrow D, A \wedge B \Rightarrow C, D \Rightarrow A \wedge E\} \models B \Rightarrow C$

5 Raisonnement erroné, ou pas

Que dire du raisonnement suivant ? Justifier à l'aide des *conséquences logiques* vues en cours.

Manger de la vache folle est dangereux pour la santé ; manger du poulet aux hormones aussi, d'ailleurs. Quand on ne mange pas de la vache folle, on mange du poulet aux hormones. Notre santé est donc en danger.