

L3 informatique, Sécurité Appliquée Cryptographie Symétrique

Jean-François COUCHOT

Université de Franche-Comté, UFR-ST



Plan

Introduction générale au chiffrement

Chiffres alphabétiques

Chiffres symétriques



Plan

Introduction générale au chiffrement

Terminologie

Grands principes en cryptologie

Chiffres alphabétiques

Chiffres symétriques



Plan

Introduction générale au chiffrement

Terminologie

Grands principes en cryptologie

Chiffres alphabétiques

Chiffres symétriques



La cryptographie

Définition et historique

Définition (Cryptographie)

La **cryptographie** («kryptos» caché, «graphein» écriture) est l'ensemble des techniques (algorithmes et protocoles) permettant de protéger un message

Historique : un art ancien et une science nouvelle

- ▶ 5 siècle avant J.C., Spartiates : utilisation de scytales
- ▶ Chiffre de César : décalage alphabétique
- ▶ 1580 : chiffre par substitution de symboles – Marie Stuart
- ▶ 1586 : traité des chiffres – Chiffre de Vigenère
- ▶ 1930 : enigma
- ▶ Fin 20ème : apparition du chiffrement à clé publique – RSA en 1977



La cryptographie

Formalisation

Notations

Le message en clair M est transformé en message chiffré C (*ciphertext*) via la fonction de chiffrement E (*encrypt*) et la clef K (*key*)

$$C = E(M, K)$$

Le message chiffré C est transformé en message en clair M via la fonction de déchiffrement D (*decrypt*) et la clef K^{-1} (qui peut être égale à K)

$$M = D(C, K^{-1})$$



La cryptanalyse

Définition

Définition (Cryptanalyse)

La *cryptanalyse* (analyse du secret) est la science qui consiste à tenter de trouver un message ayant été protégé par une technique de cryptographie

Des techniques diverses et variées

- ▶ Attaque par force brute
- ▶ Analyse fréquentielle, linéaire, différentielle, ...
- ▶ ...

Classes d'attaques

- ▶ *ciphertext-only* : Oscar connaît uniquement un chiffré C
- ▶ *known-plaintext* : Oscar connaît un message M et le chiffré C associé
- ▶ *chosen-plaintext* : Oscar choisit un message M ...
- ▶ *chosen-ciphertext* : Oscar choisit un chiffré C et obtient M associé

Chiffre, chiffrement, déchiffrement : vocabulaire

Définition (Chiffre)

Un **chiffre** est un code secret permettant de transcrire un texte clair (libellé) en un texte chiffré (cryptogramme), généralement à l'aide d'une **clef** de chiffrement

Définition (Chiffrement)

Le **chiffrement** est la réalisation de cette transcription. On **chiffre**

Définition (Déchiffrement)

Le **déchiffrement** est l'opération inverse du chiffrement. On **déchiffre**

Définition (Décryptage)

Le **décryptage** consiste à trouver un texte clair à partir d'un texte chiffré, **sans** la clef de chiffrement. On **décrypte**. *Cryptage* et *crypter* n'existent pas !

Définition (Cryptologie (science du secret))

La *cryptologie* est l'ensemble constitué de la cryptographie et de la cryptanalyse

Plan



Introduction générale au chiffrement

Terminologie

Grands principes en cryptologie

Chiffres alphabétiques

Chiffres symétriques



Principe de Kerckhoffs¹



Principe de Kerckhoffs

1. Un cryptogramme ne doit pas pouvoir être déchiffré sans la clé
2. Les clés doivent être simples et modifiables
3. Les cryptogrammes doivent être transportables, c'est-à-dire "télégraphiables"
4. L'appareil de codage et les documents doivent être transportables
5. Le système doit être simple d'utilisation
6. Le système de chiffrement doit être au préalable examiné par des experts

1. La cryptographie militaire, dans *Journal des sciences militaires*, Auguste Kerckhoffs, 1883

Maxime de Shannon²

Maxime de Shannon

«L'adversaire connaît le système.»

Dit autrement...

- ▶ La sécurité repose sur le secret de la clef et non sur le secret de l'algorithme
- ▶ Le déchiffrement sans la clef doit être impossible
- ▶ Trouver la clef à partir du texte clair et du texte chiffré est impossible

Confusion et diffusion

- ▶ *Confusion* : relation la plus complexe possible entre la clef de chiffrement et le cryptogramme
- ▶ *Diffusion* : dissipation de la redondance statistique d'un texte clair dans le cryptogramme Un bit changé en entrée doit changer chaque bit en sortie avec une probabilité $\frac{1}{2}$ → effet d'avalanche

2. *Communication Theory of Secrecy Systems*, Claude Shannon, 1949

Ordres de grandeur

Puissance des ordinateurs

La puissance d'un PC actuel (en 2021) est d'environ 2,4M Mips (millions d'instructions par secondes).

Temps (secondes)

2^{10}	15 minutes	
2^{20}	10 jours	
2^{30}	30 ans	
2^{40}	30000 ans	découverte du feu
2^{50}	30M années	extinction des dinosaures ³
2^{57}	4Md années	âge de la Terre
2^{59}	13Md années	âge de l'Univers





Introduction générale au chiffrement

Chiffres alphabétiques

- Chiffres monoalphabétiques

- Chiffres polyalphabétiques

Chiffres symétriques





Introduction générale au chiffrement

Chiffres alphabétiques

Chiffres monoalphabétiques

Chiffres polyalphabétiques

Chiffres symétriques



César : chiffre et exemple

Chiffrement par décalage

Le chiffrement monoalphabétique par décalage utilise une permutation circulaire de l'ensemble des lettres de l'alphabet

- ▶ On numérote les lettres de 0 (pour A) à 25 (pour Z)
- ▶ On choisit une clef $K \in \{1, \dots, 25\}$ à partager
- ▶ Pour chaque lettre $\sigma \in \{0, \dots, 25\}$: $E(\sigma, K) = (\sigma + K) \bmod 26$
- ▶ Pour chaque lettre $\bar{\sigma} \in \{0, \dots, 25\}$: $D(\bar{\sigma}, K) = (\bar{\sigma} - K) \bmod 26$

Exemple de chiffrement du message ZORRO avec $K = 3$

- ▶ $E(Z, 3) = E(25, 3) = (25 + 3) \bmod 26 = 28 \bmod 26 = 2 = C$
- ▶ $E(O, 3) = E(14, 3) = (14 + 3) \bmod 26 = 17 \bmod 26 = 17 = R$
- ▶ $E(R, 3) = E(17, 3) = (17 + 3) \bmod 26 = 20 \bmod 26 = 20 = U$

ZORRO \rightarrow CRUUR

Chiffrement par décalage

Inconvénients



Inconvénients du chiffrement par décalage

- ▶ Nombre de clefs petit : 25 (taille de l'alphabet - 1)
- ▶ Attaque par force brute possible
- ▶ Attaque par analyse fréquentielle



Substitution : principe et clef

Principe

Le chiffrement monoalphabétique par substitution utilise une permutation arbitraire de l'ensemble des lettres de l'alphabet

- ▶ Étend le principe du chiffrement par décalage
- ▶ Nombre clefs possibles : $26! \approx 2^{88}$

Exemple de construction une table de substitution à partir d'un mot-clef

1. A partir une clef (SECURITE), suppression des lettres doubles (SECURIT)
2. Correspondance entre les premières lettres de l'alphabet et clef simplifiée
3. Compléter la table en reprenant l'alphabet à partir de :
 - ▶ la dernière lettre de la clef nettoyée, ou
 - ▶ la première lettre de l'alphabet

et en supprimant les lettres présentes dans la clef

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
S	E	C	U	R	I	T	V	W	X	Y	Z	A	B	D	F	G	H	J	K	L	M	N	O	P	Q

Faiblesses du chiffrement par substitution

- ▶ Toutes les occurrences d'une même lettre ou groupe de lettres : chiffrées de la même manière!
- Analyse fréquentielle⁴
 - ▶ des lettres : $f_E(15.87\%) > f_A(9.42\%) > f_I(8.41\%)$
 - ▶ des digrammes : $f_{ES}(3.15\%) > f_{LE}(2.46\%) > f_{EN}(2.42\%)$

4. https://fr.wikipedia.org/wiki/Analyse_fr%C3%A9quentielle



Introduction générale au chiffrement

Chiffres alphabétiques

Chiffres monoalphabétiques

Chiffres polyalphabétiques

Chiffres symétriques



Le chiffre de Vigenère : motivations

Les chiffrements polyalphabétiques

But : masquer autant que possible la structure du texte clair, c'est-à-dire :

- ▶ répétitions des caractères
- ▶ répétitions des groupes de caractères

→ Appliquer un décalage fonction de la position du caractère dans le texte

Le chiffre de Vigenère : intuitions

A chaque caractère $M[i]$, une lettre de la clé $K[i]$ est utilisée pour effectuer la substitution → carré de Vigenère



Chiffre de Vigenère : exemple

Exemple⁵ : chiffrer "J'adore écouter la radio" avec la clef MUSIQUE

	Lettre en clair																										
Lettre de la clé	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	
...																											
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	

Texte en clair : j'adore ecouter la radio toute la journee

Cleé répétée : M USIQU EMUSIQU EM USIQU EMUSI QU EMUSIQU

| |Colonne 0, ligne I : on obtient la lettre W

| |Colonne D, ligne S : on obtient la lettre V

| Colonne A, ligne U : on obtient la lettre U

Colonne J, ligne M : on obtient la lettre V

Chiffré:

V'UVWHY IOIMBUL PM LSLYI XAOLM BU NAOJVUY

5. https://fr.wikipedia.org/wiki/Chiffre_de_Vigen%C3%A8re

Chiffre de Vigenère : formalisation



Chiffré C d'un message M de taille m avec une clef de K taille k

$$\forall i \in \{0, \dots, m-1\}, C[i] = (M[i] + K[i \bmod k]) \bmod 26$$



Chiffre de Vigenère : cryptanalyse

Indice de coïncidence⁶ pour un message de taille m

- ▶ Probabilité que 2 lettres choisies aléatoirement soient égales à σ , avec n_σ le nombre de fois où la lettre σ apparaît :

$$\mathcal{P}(\sigma) = \frac{\binom{n_\sigma}{2}}{\binom{m}{2}} = \dots = \frac{n_\sigma(n_\sigma - 1)}{m(m - 1)}$$

- ▶ Probabilité que 2 lettres choisies aléatoirement soient égales

$$IC = \sum_{\sigma=A}^Z \frac{n_\sigma(n_\sigma - 1)}{m(m - 1)}$$

Propriétés discriminantes

- ▶ Texte aléatoire : $IC \approx 0.0385$
- ▶ Texte français avec substitution monoalphabétique éventuelle : $IC \approx 0.075$
- ▶ Permet de déterminer la longueur de la clef si chiffrement polyalphabétique

6. Friedman, W. F. (1922). The index of coincidence and its applications in cryptography. Aegean Park Press.

Chiffre de Vigenère : cryptanalyse



Taille l de la clef pour un chiffré C de taille m

1. Initialiser $l = 1$

1.1 Construire C_0, \dots, C_{l-1} les sous chiffrés de C avec

$$\begin{aligned}C_0 &= C[0]C[l]C[2l]C[3l] \dots \\C_1 &= C[1]C[1+l]C[1+2l]C[1+3l] \dots \\&\dots \\C_{l-1} &= C[l-1]C[2l-1]C[3l-1]C[4l-1] \dots\end{aligned}$$

1.2 Si tous les $IC(C_k)$, $0 \leq k \leq l-1$ sont proches de 0.075, alors l est la taille de la clef

Analyse fréquentielle

Faire une analyse statistique pour déterminer chacune des lettres de la clef





Introduction générale au chiffrement

Chiffres alphabétiques

Chiffres symétriques

Chiffre de Vernam : élégant, utile ?

Chiffre Advanced Encryption Standard : référence par block





Introduction générale au chiffrement

Chiffres alphabétiques

Chiffres symétriques

Chiffre de Vernam : élégant, utile ?

Chiffre Advanced Encryption Standard : référence par block



Chiffre de Vernam, principe, propriété

Message M et clef K parfaitement aléatoire et de même longueur

- ▶ Le message chiffré C est : $C = M \oplus K$
- ▶ Déchiffrement : $M = C \oplus K$
- ▶ La clef K : jetée après le chiffrement (appelé aussi masque jetable)

Chiffrement inconditionnellement sûr

- ▶ Comme la clef est parfaitement aléatoire, toute clef est équiprobable, et donc elle n'apporte aucune information au message
- ▶ La relation entre le texte clair, le texte chiffré et la clef ne permet pas d'obtenir d'information
- ▶ On en déduit, que la connaissance du texte chiffré n'apporte aucune information sur le texte clair

Conséquences

- ▶ Attaque par force brute : impossible de trouver le texte original !
- ▶ Mais clef aussi longue que le message à transmettre : intérêt ?



Introduction générale au chiffrement

Chiffres alphabétiques

Chiffres symétriques

Chiffre de Vernam : élégant, utile ?

Chiffre Advanced Encryption Standard : référence par block



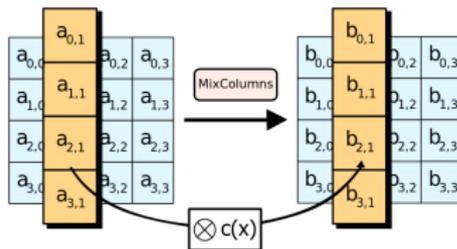
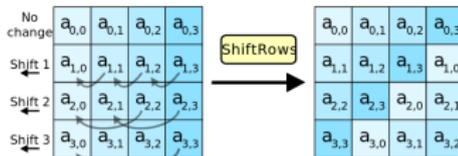
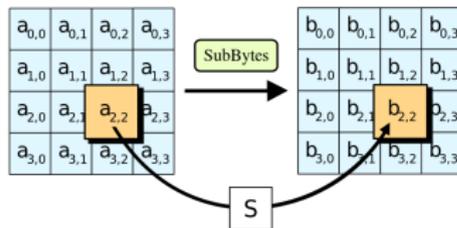
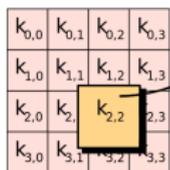
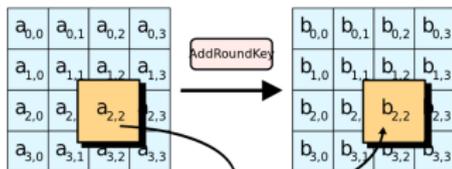
AES⁷ : chiffrement par bloc de 128b.

Chiffrement pr. clef K de 128b. et message M de taille multiple de 128b.

1. Message M et clef K : comme des tableaux 4×4 B.
2. KeyExpansion : génération des 11 clefs $K^0 \dots, K^{10}$ de 128b
3. Préliminaire : AddRoundKey sur l'état initial $XOR(a^0, K^0)$
4. Pour t de 0 à 8 :
 - 4.1 SubBytes : $\forall i, j$, application d'une fonction $a_{i,j}^t = S(a_{i,j}^t)$ non linéaire
 - 4.2 ShiftRows : décalage des cellules, ligne par ligne $a_i^t = a_i^t \lll i$
 - 4.3 MixColumns : produit matriciel, colonne par colonne $a_j^t = C.a_j^t$
 - 4.4 AddRoundKey $a^{t+1} = XOR(a^t, K^{t+1})$
5. Tour final :
 - 5.1 SubBytes
 - 5.2 ShiftRows
 - 5.3 AddRoundKey $a^{10} = XOR(a^9, K^{10})$

7. Daemen, Joan, & Rijmen, Vincent (2002). The design of Rijndael : AES-the advanced encryption standard. In Information Security and Cryptography. springer.

AES : en schéma ⁸



AddRoundKey

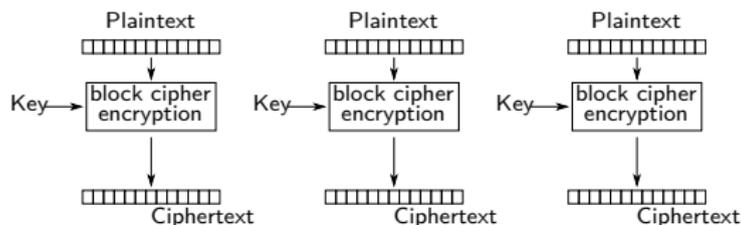
SubBytes

ShiftRows

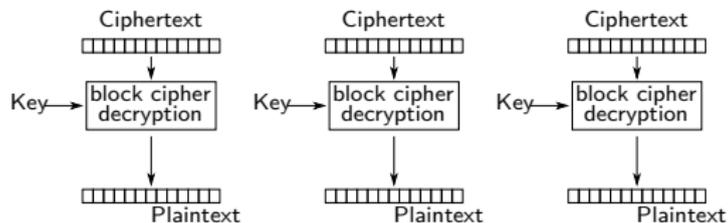
MixColumns

8. https://en.wikipedia.org/wiki/Advanced_Encryption_Standard

Mode Electronic CodeBook (ECB)⁹



Electronic Codebook (ECB) mode encryption

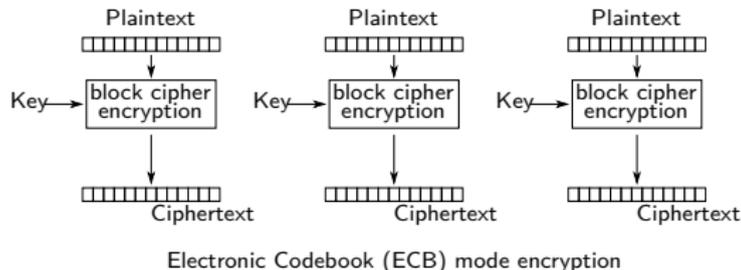


Electronic Codebook (ECB) mode decryption

- ▶ Chaque bloc de 128b. chiffré séparément : $C_i = E(M_i, K)$
- ▶ Chaque bloc de 128b. déchiffré séparément : $M'_i = D(C_i, K)$

9. https://en.wikipedia.org/wiki/Block_cipher_mode_of_operation

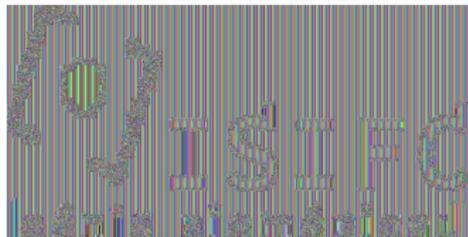
Mode ECB : analyse du cas d'école



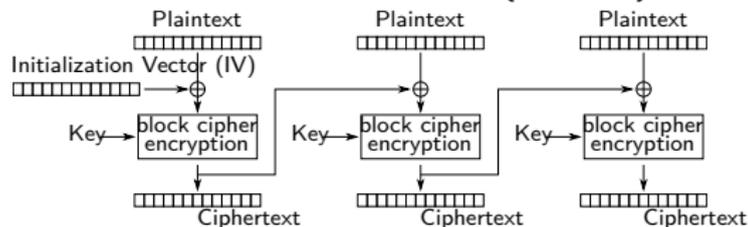
Inconvénients \rightsquigarrow ne PAS utiliser

- ▶ Taille du message nécessairement multiple de 128b ? Solution ?
- ▶ 2 blocs identique $M_1 = M_2 \rightsquigarrow$ chiffrés identiques $C_1 = C_2$

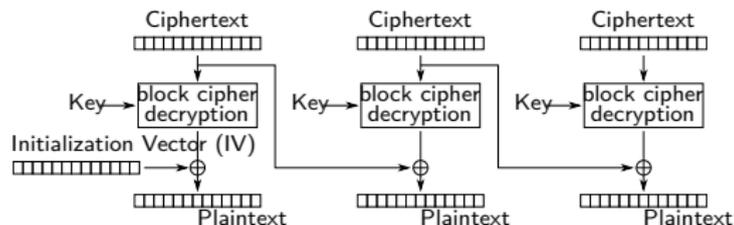
Exemple : chiffre d'une image régulière



Mode Cipher Block Chaining¹⁰ (CBC)



Cipher Block Chaining (CBC) mode encryption

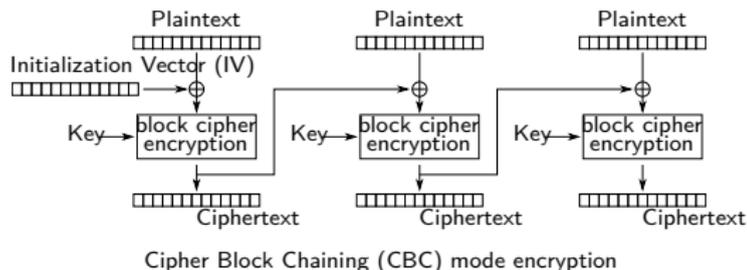


Cipher Block Chaining (CBC) mode decryption

- ▶ IV : vecteur d'initialisation, partagé en clair
- ▶ Mélange de chaque bloc M_i avec le chiffré C_{i-1} précédent :
 $C_0 = IV$ puis $C_i = E(M_i \oplus C_{i-1}, K)$
- ▶ Déchiffrement : $C_0 = IV$ puis $M'_i = D(C_i, K) \oplus C_{i-1}$

10. William F. Ehsam, Carl H. W. Meyer, John L. Smith, Walter L. Tuchman, "Message verification and transmission error detection by block chaining", US Patent 4074066, 1976.

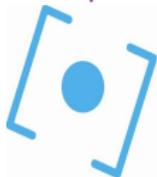
Mode CBC : analyse de cette amélioration



Inconvénients, avantages

- ▶ - Pas parallélisable ; 1 seul bit de changé dans $M_1 \rightsquigarrow$ tout recalculer
- ▶ + Meilleure diffusion qu'ECB ; IV erroné au déchiffrement \rightsquigarrow seul M'_1 est faux

Exemple : chiffre d'une image régulière



ISIFC
g é n i e B I O m é d i c a l



Mode CBC : code avec pycryptodome

```
from base64 import b64encode
from Crypto.Cipher import AES
from Crypto.Util.Padding import pad
from Crypto.Random import get_random_bytes

data = "isifc".encode('utf-8')
key = get_random_bytes(16)
with open(path+'aeskey', 'wb') as f:
    f.write(key)

cipher = AES.new(key, AES.MODE_CBC)
ct_bytes = cipher.encrypt(pad(data, AES.block_size))

iv = b64encode(cipher.iv).decode('utf-8')
ct = b64encode(ct_bytes).decode('utf-8')

json_string = json.dumps({'iv':iv, 'ciphertext':ct})
with open(path+'json_data.json', 'w') as outfile:
    outfile.write(json_string)
print(json_string)

{ "iv": "c0zSOIKdI51Yy6GrL7BGUQ==",
  "ciphertext": "EQ8KaZnFYPKRywZ1YpTTZA=="}
```

```
import json
from base64 import b64decode
from Crypto.Cipher import AES
from Crypto.Util.Padding import unpad

with open(path+'aeskey', 'rb') as f:
    key = f.read()

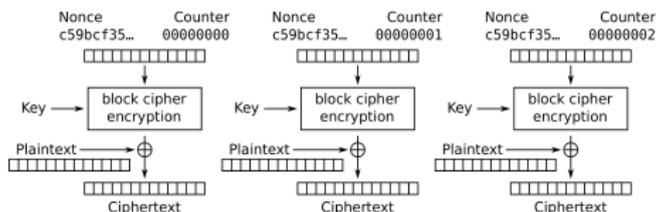
with open(path+'json_data.json') as json_file:
    b64 = json.load(json_file)

iv = b64decode(b64['iv'])
ct = b64decode(b64['ciphertext'])
cipher = AES.new(key, AES.MODE_CBC, iv)

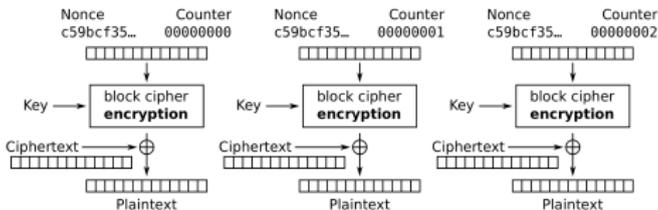
pt = unpad(cipher.decrypt(ct), AES.block_size)
print("The message was: ", pt.decode('utf-8'))
```

The message was: isifc

Mode CounTeR (CTR) : Diffie, Hellman 1979



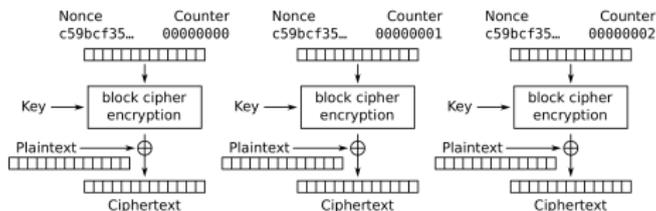
Counter (CTR) mode encryption



Counter (CTR) mode decryption

- ▶ Nonce \leftrightarrow IV : vecteur d'initialisation, comme ds CBC
- ▶ Mélange XOR du chiffrement de (Nonce||Counter) selon K avec M_i :
$$C_i = E((\text{Nonce}||\text{Counter}_i), K) \oplus M_i$$
- ▶ Déchiffrement : $M'_i = E((\text{Nonce}||\text{Counter}_i), K) \oplus C_i$

Mode CTR : analyse de cette amélioration



Counter (CTR) mode encryption

Inconvénients, avantages

- ▶ - Nonce erroné \rightsquigarrow tout M' est faux
- ▶ + Parallélisable ;

Exemple : chiffre d'une image régulière



Modes combinant intégrité et confidentialité



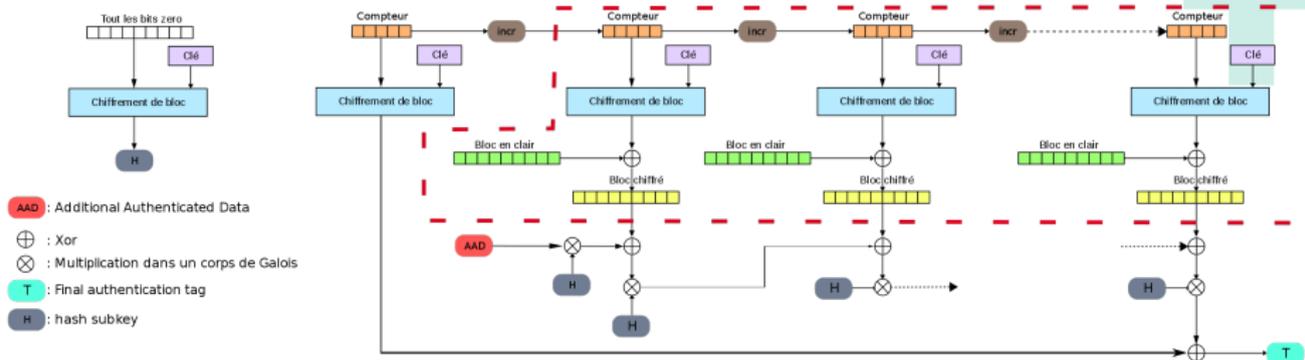
Motivation

- ▶ Modes précédents : confidentialité mais pas intégrité (impossible pour le destinataire d'établir si le message chiffré a été modifié)
- ▶ Apparition d'une autre famille de modes opératoires (2003) AEAD (Authenticated Encryption with Associated Data) combinant chiffrement et intégrité en une primitive unique
- ▶ Galois/Counter Mode (GCM), Counter with CBC-MAC (CCM)
- ▶ Nécessité de transférer en + des données pour l'intégrité



Galois/Counter Mode (GCM)

Chiffrement en image ¹¹



Analyse

- ▶ Intégrité : génération d'un TAG d'authentification à partir de d'AAD
- ▶ Inconvénients, avantages algorithmique : comme CTR

11. https://fr.wikipedia.org/wiki/Galois/Counter_Mode

Mode GCM : code avec pycryptodome

```
import json
from base64 import b64encode
from Crypto.Cipher import AES
from Crypto.Util.Padding import pad
from Crypto.Random import get_random_bytes
```

```
data = "isifc".encode('utf-8')
header = "entête".encode('utf-8')
key = get_random_bytes(16)
with open(path+'aeskey', 'wb') as f:
    f.write(key)
```

```
cipher = AES.new(key, AES.MODE_GCM)
cipher.update(header)
```

```
ciphertext, tag = cipher.encrypt_and_digest(data)
```

```
json_k = [ 'nonce', 'header', 'ciphertext', 'tag' ]
json_v = [ b64encode(x).decode('utf-8')
           for x in (cipher.nonce, header, ciphertext, tag)]
```

```
json_string = json.dumps(dict(zip(json_k, json_v)))
with open(path+'json_data.json', 'w') as outfile:
    outfile.write(json_string)
print(json_string)
```

```
{ "nonce": "TRzMW11WUKqAaIJDmDfSw==",
  "header": "ZW50w6p0ZSBxdWVsY29ucXV1",
  "ciphertext": "BvP9JVE=",
  "tag": "fMd65haAYwdEptYGm7t8Tg==" }
```

```
import json
from base64 import b64decode
from Crypto.Cipher import AES
```

```
with open(path+'aeskey', 'rb') as f:
    key = f.read()
```

```
with open(path+'json_data.json') as json_file:
    b64 = json.load(json_file)
```

```
json_k = [ 'nonce', 'header', 'ciphert', 'tag' ]
json_dict = {k:b64decode(b64[k]) for k in json_k}
```

```
try:
```

```
    cipher = AES.new(key, AES.MODE_GCM,
                     nonce=json_dict['nonce'])
    cipher.update(json_dict['header'])
    pt = cipher.decrypt_and_verify(json_dict['ciphert'],
                                   json_dict['tag'])
    print("The message was: ", pt.decode('utf-8'))
except (ValueError, KeyError):
    print("Incorrect decryption")
```

```
The message was: isifc
```