

Rappels – 4

Inéquations : 1^{er} degré, produits/quotients, second degré, fractions

1. Règles de base

On peut **ajouter/soustraire** le même nombre des deux côtés d'une inégalité sans rien changer. On peut **multiplier/diviser** les deux côtés par un nombre :

- si ce nombre est > 0 : l'inégalité **garde** son sens ;
- si ce nombre est < 0 : l'inégalité **change de sens**.

Danger : on ne multiplie/divise **jamais** par une expression contenant x dont on ne connaît pas le signe (voir sections 2 et 4).

2. Inégalités du 1^{er} degré

On isole x comme pour une équation, en appliquant la règle du signe ci-dessus.

Exemple : $-2x + 3 \geq x + 1 \Leftrightarrow -3x \geq -2 \Leftrightarrow x \leq \frac{2}{3}$ (on a divisé par $-3 < 0$, le sens change).

3. Signe d'un produit / quotient

Règle des signes : un produit ou un quotient de deux facteurs est positif si les deux facteurs sont de **même signe**, négatif sinon. *Méthode (tableau de signes)* :

- 1) déterminer le signe de **chaque facteur** séparément (chacun est du 1^{er} degré, donc négatif puis positif de part et d'autre de sa racine) ;
- 2) pour un **quotient**, exclure la valeur qui annule le dénominateur (valeur interdite) ;
- 3) placer toutes les racines/valeurs interdites dans l'ordre croissant sur une ligne, et appliquer la règle des signes dans chaque intervalle ;
- 4) lire le signe global dans chaque intervalle et conclure selon l'inégalité demandée.

4. Signe d'un trinôme $ax^2 + bx + c$

On calcule $\Delta = b^2 - 4ac$:

- $\Delta < 0$: le trinôme garde **toujours le signe de a** ;
- $\Delta = 0$: le trinôme a le signe de a **partout sauf** en $x_0 = -\frac{b}{2a}$ (où il s'annule) ;
- $\Delta > 0$: entre les racines $x_1 < x_2$, le trinôme est du signe de $-a$; **en dehors**, il est du signe de a .

Méthode : calculer Δ , trouver les racines si $\Delta \geq 0$ (formules Feuille 3), puis appliquer la règle ci-dessus.

Exemple : $x^2 + 3x - 5$ a $\Delta = 9 + 20 = 29 > 0$, racines $x_{1,2} = \frac{-3 \mp \sqrt{29}}{2}$; le trinôme (avec $a = 1 > 0$) est donc **négatif entre x_1 et x_2 , positif en dehors**.

5. Inégalités avec fractions

On ne fait jamais de produit en croix dans une inéquation (le signe du dénominateur est inconnu).

La méthode est :

- 1) tout ramener d'un **seul côté** : $\frac{A}{B} \geq C \iff \frac{A}{B} - C \geq 0$;
- 2) réduire au **même dénominateur** pour n'avoir qu'une **seule fraction** $\frac{N(x)}{D(x)} \geq 0$;
- 3) appliquer un **tableau de signes** (section 3) pour le quotient, en excluant les valeurs interdites.