A note on p-rational fields and the abc-conjecture

by

Christian Maire and Marine Rougnant

Proceedings of the AMS, (2020).

Remarques et commentaires

Dans [P], Wayne PENG généralise également le résultat de Silverman [32] utilisé de façon essentielle dans notre travail. **Ces généralisations ont été obtenues de manière indépendante**.
A noter qu'un argument de moyenne associé à l'identité de Jensen (cf la preuve du Lemma 4.3), permettent à Peng d'obtenir une généralisation de l'estimation de Silverman à un élément algébrique γ dès lors qu'un plongement de γ est en dehors du cercle unité (considérer γ ou γ^{-1}). Si l'on applique cette remarque à notre article, il vient que le Théorème A reste valable sans aucune condition sur u. En d'autres termes, l'hypothèse portant sur l'appartenance de u à $\mathbb{S}$ devient superflue (en effet la condition sur u n'est utilisée que pour l'estimation du Lemme 2.1) ; ensuite, il suffit simplement de considérer les caractères $\mathbb{Q}$-irréductibles χ qui apparaissent dans $\mathbb{Q} \otimes E_{\mathrm{K}}$. On a alors le résultat suivant:

Theorem. *Let* $\mathrm{K}/\mathbb{Q}$ *be a Galois extension of Galois group* G *and let* χ *be an irreducible* $\mathbb{Q}$*-character of* G *that appears in* $\mathbb{Q} \otimes E_{\mathrm{K}}$*. If the generalized abc-conjecture holds for* K*, then as* $X \to \infty$

$$\#\{\text{prime number } p \leq X,\ r_\psi(_p) < r_\psi(E_{\mathrm{K}}) \text{ for some irred. } \mathbb{Q}_p\text{-char. } \psi|\chi\} \geq c\, \log X,$$

for some constant $c > 0$ *depending on* K.

Le résultat principal de notre travail (Corollaire après le Théorème A) reste toujours valable sous la forme énoncée.

Bibliographie.

[P] W. Peng, *ABC implies there are infinitely many non-Fibonacci-Wieferich primes*, Journal of Number Theory (2020), no 212, 354-375.

Le 19 avril 2020