On the cohomological dimension of some pro-p-extensions above the cyclotomic $\mathbb{Z}_p$-extension of a number field

by

Julien Blondeau, Philippe Lebacque and Christian Maire

publié à

Moscow Mathematical Journal, **13** (2013), 601-619.

Remarques et commentaires

1) En 2017, Yasushi Mizusawa (*https://arxiv.org/pdf/1707.00113.pdf*) a, d'une certaine façon, "rendu explicite" le résultat principal de cet article quand le corps de base est ou bien le corps des rationnels ou bien un corps quadratique imaginaire (pour $T = S_p = \emptyset$). Pour ce faire, il donne une description du début des relations de $\widetilde{\mathrm{G}}_S$ en s'inspirant des travaux de Koch [Ko], puis il utilise un critère établi par Labute [La] pour s'assurer que $\widetilde{\mathrm{G}}_S$ est mild.

2) Avant le corollaire 1.3, lire : le groupe $H_2(\mathcal{H}_S, \mathbb{F}_p)$ est $\mathbb{F}_p[[\Gamma]]$-libre.

3) Remarque 2.7, lire : la série de Poincaré associée à l'algèbre $\mathbb{F}_p[[\mathrm{G}]]$ vaut $(1 - dt + rt^2)^{-1}$.

4) Dans le diagramme du haut de la page 9, le morphisme du milieu n'est pas forcément surjectif.

5) Toujours dans le même diagramme de la page 9, dans la définition de $\Delta(S, T)$ il faut remplacer G_v^{cr} (resp. G_v^{cyc}) par $\mathrm{Gal}(\overline{\mathrm{K}_v}/\mathrm{K}_v^{cr})$ (resp. par $\mathrm{Gal}(\overline{\mathrm{K}_v}/\mathrm{K}_v^{cyc})$).

6) Preuve du Lemme 3.9: bien entendu, $[\mathrm{G}, \mathrm{G}]$ n'est pas forcément ouvert dans G, mais l'existence d'un y tel que $x \equiv y^p (\mathrm{mod}\ [\mathrm{G}, \mathrm{G}])$ est toujours valable.

7) Proposition 5.3 : l'ensemble S est supposé vérifié les conditions de la Proposition 4.1.

8) Dans la preuve de la proposition 5.4, il est affirmé que les matrices sont de taille $m \times m$, où $m = |S_{odd}|$ (cf. le début de la section 5.2)... ce qui est vrai que si $\mathrm{Pl}_p = T \cup S_p$. Pour régler ce problème, il faut donc légèrement modifier le choix de S_{new} au niveau du début de la section 5.2. Tout d'abord, on pose $m = S_{odd} \cup (\mathrm{Pl}_p - S_p \cup T)$, et on choisit S_{new} de cardinal m satisfaisant les conditions de Schmidt en respectant S_{odd} et $\mathbf{T}$ (définition 5.1). Puis on pose comme indiqué $S = S_{odd} \cup S_{new}$.
Au passage, au début de la section 5.3 il faut faire une petite rectification en notant que les idéaux $\mathfrak{p}_i$ sont pris dans $S_{odd} \cup (\mathrm{Pl}_p - S_p \cup T)$.

Avec ce choix de S_{odd} la proposition 5.4 est alors valable (énoncée telle quelle) : cette fois-ci les matrices $A(\gamma_i)$ et $B(\gamma_i)$ sont bien des matrices carrées de taille $m \times m$. A noter qu'à la fin de la preuve de la proposition 5.4 il manque des "cup-produits" dans l'écriture des $\Theta((\chi_i)_i)$ et $\Theta((\psi_i)_i)$ (erreurs typographiques). Plus précisément, on a que la matrice carrée de taille $2m \times 2m$, $\begin{pmatrix} \Theta(\chi_i \cup \eta_i)_i \\ \Theta(\psi_i \cup \eta_i)_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(\chi_i) & B(\chi_i) \\ A(\psi_i) & B(\psi_i) \end{pmatrix}$, est inversible, ce qui implique que Θ est un isomorphisme.

Le 02 juin 2019