

Feuille 4

Exercice 1. Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

- (i) $x \mapsto x$, $x \mapsto 3x - 1$, $x \mapsto x^2$, $x \mapsto -x^2 + 3x + 4$, $x \mapsto x^5 - 5x^4 + 6x^2$.
- (ii) $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \mapsto \sqrt{3x - 2}$, $x \mapsto \sqrt{x^2 + \sqrt{x}}$, $x \mapsto \frac{1}{-2x^2 - x + 2}$, $x \mapsto \frac{1}{x + \sqrt{x}}$.
- (iii) $x \mapsto \cos(x)$, $x \mapsto \sin(x)$, $x \mapsto \cos(\sqrt{x})$, $x \mapsto \sin(x^2 + x)$.
- (iv) $x \mapsto x\sqrt{x}$, $x \mapsto x \sin x$, $x \mapsto (\sin x)(\cos x)$.
- (v) $x \mapsto \frac{x^3 - x + 2}{x^5 - 1}$, $x \mapsto \frac{x^4 + x}{x^2 + 2}$, $x \mapsto \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x}}$, $x \mapsto \frac{x}{\cos x}$, $x \mapsto \tan x$.

Exercice 2. Soient la fonction $f(x) = x^2 + 3x - 4$ et sa courbe représentative \mathcal{C}_f .

- (i) Représenter \mathcal{C}_f .
- (ii) Déterminer les équations des tangentes à \mathcal{C}_f en $x = 0$, en $x = 1$ et en $x = -1$.
- (iii) Déterminer les points de \mathcal{C}_f en lesquels la tangente est parallèle à la droite $y = x$.
- (iv) Déterminer les points de \mathcal{C}_f en lesquels la tangente est perpendiculaire à la droite $y = x$.

Exercice 3. Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 3x^2$.

- (i) Calculer $f'(x)$ et déterminer les variations de f .
- (ii) Représenter la courbe \mathcal{C}_f de f .
- (iii) Suivant le paramètre réel k , déterminer le nombre de solutions de l'équation

$$x^3 - 3x^2 - k = 0.$$

Exercice 4. Montrer que l'équation $x^3 + x - 3 = 0$ admet une unique solution réelle α . Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

Exercice 5. Montrer que l'équation $x^5 + x^3 + 1 = 0$ admet une unique solution réelle α . Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

Exercice 6. Dresser le tableau de variation des fonctions suivantes (on précisera les limites en l'infini et les éventuelles asymptotes horizontales et verticales)

(i) $x \mapsto \frac{x-1}{x+2}$;

(ii) $x \mapsto \frac{x^2-1}{3x-4}$;

(iii) $x \mapsto \frac{x+1}{x^2-4}$;

(iv) $x \mapsto \sqrt{x^2+1}$;

(v) $x \mapsto (x-1)\sqrt{x^2+1}$;

(vi) $x \mapsto (x-1)\sqrt{x^2-1}$;

Exercice 7. Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x^2-x}{x-1}$.

- (i) Dresser le tableau de variation de f .
- (ii) Soit la fonction $g(x) = f(x) - 2x - 1$. Etudier la fonction g .
- (iii) En déduire que la fonction f admet une asymptote oblique en l'infini.
- (iv) Représenter la courbe \mathcal{C}_f de f .

Exercice 8. Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^3+x-1}{x+1}$.

- (i) Dresser le tableau de variation de f .
- (ii) Soit la fonction $g(x) = f(x) - x^2 + x - 2$. Etudier la fonction g .
- (iii) En déduire le comportement de f en l'infini.
- (iv) Représenter la courbe \mathcal{C}_f de f .