

Feuille 12

Exercice 1. Ecrire sous la forme " $a + ib$ " les nombres complexes suivants :

(i) $(3 + 2i)(1 - i)$, $(1 + i)^2 + i^3(2 + i)$, $(5 - i)(2 + i) - 5i$, $i^5 + i^6$.

(ii) $\frac{1}{i}$, $\frac{2}{1 - i}$, $\frac{2 - 2i}{2 - i}$, $\frac{3 + i}{2 + 3i}$.

Exercice 2. Résoudre dans \mathbb{C} les systèmes suivants :

(i) $2i + iz = z - 1$

(ii) $1 - 2iz = (i - 1)(z - i)$

(iii) $(z + 1)(z - i) = z^2 - 3$

(iv) $z + \bar{z} - 4 = 0$

(v) $z - \bar{z} + 5 = 0$

Exercice 3. Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

(i) $z^2 + iz - 1 = 0$

(ii) $z^2 + 2z + 2 = 0$

(iii) $z^2 + z + 1 = 0$

(iv) $z^2 + 2z + 1 - i = 0$

Exercice 4.

(i) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 + (2 + i)z + 2i = 0$.

(ii) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 + (1 + i)z + 1 = 0$.

(iii) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 + iz + i = 0$.

Exercice 5. Ecrire la forme trigonométrique des nombres complexes : $2 + 2i$, $\frac{\sqrt{3} - i}{1 - i}$.

Exercice 6. Soit $z = \frac{\sqrt{3} + i}{1 - i}$.

- (i) Ecrire z sous la forme " $a + ib$ ".
- (ii) Ecrire z sous forme trigonométrique.
- (iii) En déduire la valeur de $\cos(5\pi/12)$ et de $\sin(5\pi/12)$.

Exercice 7. Ecrire sous la forme algébrique les nombres complexes : $(1 + i)^{30}$, $(1 + i\sqrt{3})^{20}$.
