Licence SVT 1ère année - 2022/23

Remise à niveau en mathématiques

Feuille 4

Exercice 1. Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

(i) $x \mapsto x,\ x \mapsto 3x-1,\ x \mapsto x^2,\ x \mapsto -x^2+3x+4,\ x \mapsto x^5-5x^4+6x^2.$

(ii) $x \mapsto \sqrt{x},\ x \mapsto \dfrac{1}{x},\ x \mapsto \sqrt{3x-2},\ x \mapsto \sqrt{x^2+\sqrt{x}},\ x \mapsto \dfrac{1}{-2x^2-x+2},\ x \mapsto \dfrac{1}{x+\sqrt{x}}.$

(iii) $x \mapsto \cos(x),\ x \mapsto \sin(x),\ x \mapsto \cos(\sqrt{x}),\ x \mapsto \sin(x^2+x).$

(iv) $x \mapsto x\sqrt{x},\ x \mapsto x\sin x,\ x \mapsto (\sin x)(\cos x).$

(v) $x \mapsto \dfrac{x^3-x+2}{x^5-1},\ x \mapsto \dfrac{x^4+x}{x^2+2},\ x \mapsto \dfrac{x^2+1}{\sqrt{x}+1},\ x \mapsto \dfrac{x}{\cos x},\ x \mapsto \tan x.$

Exercice 2. Soient la fonction $f(x) = x^2+3x-4$ et sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$.

(i) Représenter $\mathcal{C}_f$.

(ii) Déterminer les équations des tangentes à $\mathcal{C}_f$ en $x=0$, en $x=1$ et en $x=-1$.

(iii) Déterminer les points de $\mathcal{C}_f$ en lesquels la tangente est parallèle à la droite $y=2x$.

(iv) Déterminer les points de $\mathcal{C}_f$ en lesquels la tangente est perpendiculaire à la droite $y=x$

Exercice 3. Soit la fonction f définie par $f(x) = x^5+x^4-\frac{1}{3}x^3$ et soit la fonction $g(x) = 5x^4+4x^3-x^2$.

(i) Calculer $f'(x)$ et déterminer les variations de f.

(ii) Représenter la courbe $\mathcal{C}_f$ de f.

(iii) Calculer $g'(x)$. Déterminer les variations de g et représenter la courbe $\mathcal{C}_g$ de g.

(iv) Etudier la variation des coefficients des tangentes à $\mathcal{C}_f$?

Exercice 4. Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3-3x^2$.

(i) Calculer $f'(x)$ et déterminer les variations de f.

(ii) Représenter la courbe $\mathcal{C}_f$ de f.

(iii) Suivant le paramètre réel k, déterminer le nombre de solutions de l'équation

$$x^3 - 3x^2 - k = 0.$$

Exercice 5. Montrer que l'équation $x^3 + x - 3 = 0$ admet une unique solution réelle α. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

Exercice 6. Montrer que l'équation $x^5 + x^3 + 1 = 0$ admet une unique solution réelle α. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

Exercice 7. Dresser le tableau de variation des fonctions suivantes (on précisera les limites en l'infini et les éventuelles asymptotes horizontales et verticales)

(i) $x \mapsto \dfrac{x-1}{x+2}$;

(ii) $x \mapsto \dfrac{x^2-1}{3x-4}$;

(iii) $x \mapsto \dfrac{x+1}{x^2-4}$.

Exercice 8. Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2x^2 - x}{x-1}$.

(i) Dresser le tableau de variation de f.

(ii) Soit la fonction $g(x) = f(x) - 2x - 1$. Etudier la fonction g.

(iii) En déduire que la fonction f admet une asymptote oblique en l'infini.

(iv) Représenter la courbe $\mathcal{C}_f$ de f.