Exercice 1.
Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $e^{3x+4} = \dfrac{1}{e}$;
2. $e^{2x} - 3 = 0$;
3. $e^{2x} - 2e^{x} - 3 = 0$.
4. $\ln(2x-3) = \ln 2$
5. $2\ln\sqrt{x} + \ln(x+1) = \ln 2$.

Exercice 2.
Résoudre sur $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

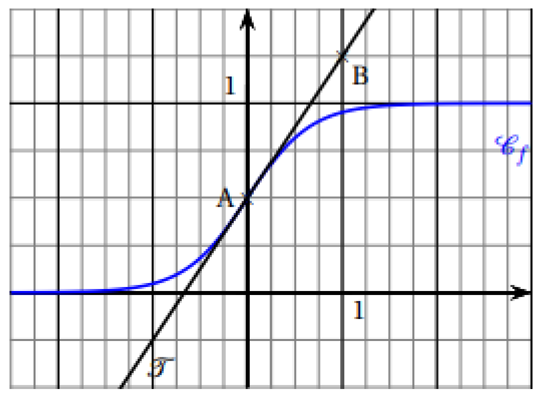
1. $e^{2x+1} < e$;
2. $3e^{x} + 1 > 0$;
3. $2e^{4x-2} - 4 < 0$.
4. $\ln(x^2 - 2x) > \ln 3$

Exercice 3.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{1+\mathrm{e}^{-3x}}.$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan.
On nomme A le point de coordonnées $\left(0\ ;\ \dfrac{1}{2}\right)$ et B le point de coordonnées $\left(1\ ;\ \dfrac{5}{4}\right)$.
On a tracé ci-contre la courbe $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{T}$ la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.



Partie A : lectures graphiques

Dans cette partie, les résultats seront obtenus par lecture graphique. Aucune justification n'est demandée.

1. Déterminer graphiquement l'équation réduite de la tangente $\mathcal{T}$.
2. On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$. Calculer l'équation réduite de la tangente $\mathcal{T}$.

Partie B : étude de la fonction

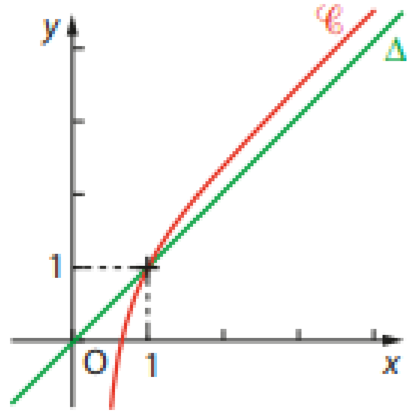
1. Justifier que la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
2. (a) Déterminer la limite en $+\infty$ de la fonction f.
   (b) Déterminer la limite en $-\infty$ de la fonction f.
3. Justifier que l'équation $f(x) = 0,99$ admet une solution unique, que l'on notera α. Préciser un encadrement de α.
4. Déterminer la valeur exacte de la solution α de l'équation $f(x) = 0,99$.

Exercice 4.

f est la fonction définie sur $I =]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x + \frac{\ln(x)}{x}.$$

Dans un repère orthonormé, on a tracé sa courbe représentative $\mathcal{C}$ ainsi que la droite Δ d'équation $y = x$.



1. (a) g est la fonction définie sur I par : $g(x) = x^2 + 1 - \ln(x)$. Quel est le signe de $g(x)$ sur l'intervalle I ?
   (b) Déduisez-en les variations de f et dressez son tableau de variation.
2. (a) Étudiez la position relative de $\mathcal{C}$ et Δ.
   (b) Quelle est la limite de $f(x) - x$ quand x tend vers $+\infty$?
   M et N étant deux points de $\mathcal{C}$ et Δ, de même abscisse x, que peut-on dire alors de la distance MN lorsque x tend vers $+\infty$?
   (c) Quelles sont les coordonnées du point A de $\mathcal{C}$ en lequel la tangente à $\mathcal{C}$ est parallèle à Δ ?

Exercice 5.

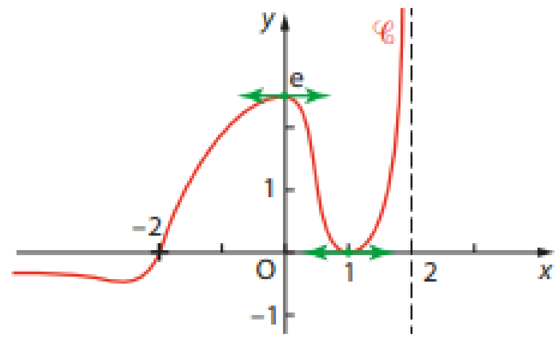
1. $\log 1 = \ldots.$
2. $\log 10 = \ldots$
3. $\log 100 = \ldots$
4. $\log 1000 = \ldots$
5. $\log 0,1 = \ldots$
6. $\log 0,01 = \ldots$

Exercice 6. L'acidité d'un milieu est mesurée par sa concentration en ions H_3O^+ en moles par litre. On note $pH = -\log[H_3O+]$.

1. Le pH de l'eau pure à $25°C$ est égal à 7 ; c'est la valeur de référence d'un milieu neutre. Quelle est la concentration en ions H_3O^+ d'un milieu neutre ?
2. Le pH idéal de l'eau d'une piscine est de 7,5. Quelle est alors sa concentration en ions H_3O^+ ?
3. Comment varie le pH lorsque la concentration en ions H_3O^+ augmente ?
4. La concentration en ions H_3O^+ d'un milieu est comprise entre $0,1$ (milieu très acide) et 10^{-14} (milieu très basique). Entre quelles valeurs se situe le pH ?

supplément

Exercice 7.



La courbe $\mathcal{C}$ ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $]-\infty; 2[$. La droite d'équation $x = 2$ et l'axe des abscisses sont asymptotes à $\mathcal{C}$. On note g la fonction $x \mapsto \ln(f(x))$.

Parmi les propositions suivantes, dites celles qui sont exactes. Justifiez vos réponses.

1. g est définie sur $]-2; 2[$.
2. g est dérivable en 0 et $g'(0) = \dfrac{1}{\mathrm{e}}$.
3. L'équation $g(x) = 1$ a exactement deux solutions dans l'intervalle $]-2; 2[$.
4. $\lim\limits_{x \to 0} g[g(x)] = -\infty$.

Exercice 8. La plus petite pression à laquelle l'oreille humaine est sensible est égale à $P_0 = 2 \times 10^{-5}$ pascals. Le niveau sonore d'un son de pression acoustique P est donné par le niveau de pression :

$$L_p = 20 \times \log\left(\frac{P}{P_0}\right)$$

exprimé en dBSPL (décibel Sound Pressure Level).

1. On estime que le seuil de la douleur correspond à une pression de 20 pascals. Quel est le niveau sonore correspondant ?
2. Le niveau sonore d'un aspirateur est d'environ 80 dBSPL. Quelle est la pression acoustique P mesurée ?
3. Si on fait fonctionner deux aspirateurs en même temps, quel est environ le niveau sonore ? (Les pressions acoustiques s'additionnent.)

Exercice 9.

75 Vrai ou faux

f et g sont les fonctions définies sur $\mathrm{I} =]-\infty ; 0[$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^x + \ln(-x) \quad \text{et} \quad g(x) = x\mathrm{e}^x + 1.$$

Parmi les propositions suivantes, dites celles qui sont exactes. Justifiez vos réponses.

1. Pour tout x de I, $g'(x) = \mathrm{e}^x$.

2. Pour tout x de I, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$.

3. Pour tout x de I, $g(x) > 0$.

4. La fonction f est strictement croissante sur I.

5. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

6. L'équation $f(x) = 0$ a une unique solution α dans I et $-1 < \alpha < 0$.