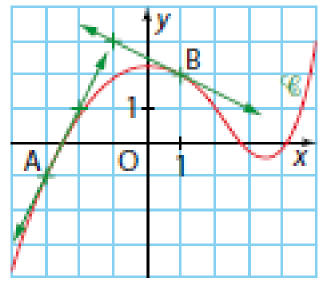
Exercice 1.



la courbe ci-contre est celle d'une fonction f.
Utilisez le quadrillage pour donner le nombre dérivé associé à la tangente en A et en B.

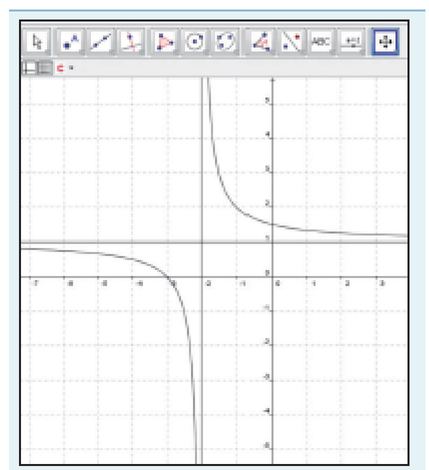
Exercice 2. La courbe $\mathcal{C} : y = x^3$ admet-elle des tangentes de coefficients directeurs 6 et -1 ?

Exercice 3. Courbes tangentes On considère les courbes $\mathcal{C}_1 : y = x^2 + 2x$ et $\mathcal{C}_2 : y = -x^2 + 6x - 2$.

1. Tracer $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ sur la calculatrice.
2. Montrer qu'elles n'ont qu'un point commun A.
3. Montrer que $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ ont la même tangente en A. On dit alors que $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ sont tangentes en A.

Exercice 4. Étudier la fonction $x \mapsto \tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ (ensemble de définition, parité, périodicité, variations, tangentes, approximations affines, limites, asymptotes).

Exercice 5.



On a tracé la courbe représentative d'une fonction f. Cette courbe admet une asymptote verticale et une asymptote horizontale.
Lire sur le graphique la limite de la fonction f :

1. en $+\infty$.
2. en $-\infty$.
3. à droite en -2.
4. à gauche en -2.

Exercice 6. Étudier la fonction $x \mapsto \exp(x)$ (ensemble de définition, rappel des règles de calcul, variations, tangentes, limites, asymptotes).

Exercice 7. Soit $f : x \mapsto \dfrac{x^3 - 3x + 6}{x - 1}$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

1. Préciser l'ensemble de définition de f.
2. Donner les coordonnées du point A où $\mathcal{C}$ coupe l'axe des ordonnées.
3. Déterminer la tangente T_A en A à la courbe $\mathcal{C}$.
4. Étudier la position de $\mathcal{C}$ par rapport à T_A .

Exercice 8.
1. En utilisant une approximation affine, donner sans calculatrice une valeur approchée de :

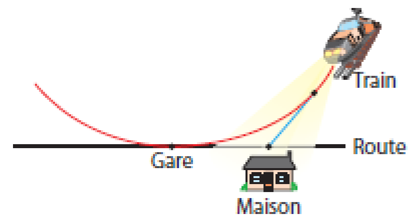
(a) $\sqrt{4,2}$. (b) $5,1^2$.

2. (a) Expliquer pourquoi une valeur approchée de $\exp(x)$ peut être $1+x$, pour x assez petit.
   (b) Donner sans calculatrice une valeur approchée de $\exp(0.01)$.

Exercice 9. Étudier la fonction Sinus hyperbolique : $x \mapsto \text{ sh } x = \dfrac{1}{2}(e^x - e^{-x})$.

Exercice 10.

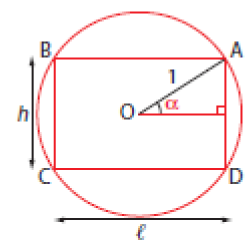
Un train roule sur une voie représentée ci-contre par un arc de la parabole d'équation $y = x^2$ les distances sont en km.



Une route est matérialisée par l'axe des abscisses. Une gare est située au point de contact entre la voie et la route, et une maison est située au bord de la route à 1 km de la gare. Quand le train est en approche de la gare, ses phares éclairent directement la maison. À quelle distance de la maison se trouve-t-il alors ?

Exercice 11.

Dans un tronc d'arbre circulaire, on découpe une poutre de forme parallélépipédique rectangle. La résistance à la flexion de cette poutre varie comme le produit $\ell \times h^2$ où ℓ et h sont les deux dimensions ci-contre :
(On prend comme unité de longueur le rayon du tronc d'arbre.)

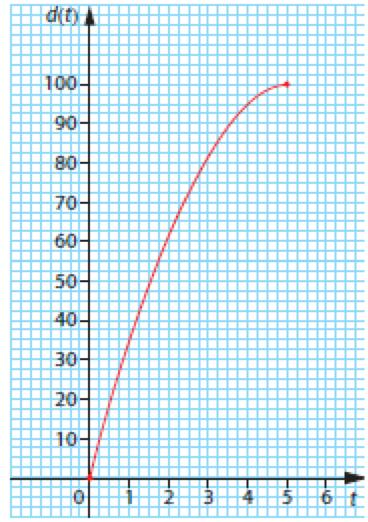


1. Montrer que $h^2 = 4 - \ell^2$.
2. En déduire que $\ell h^2 = -\ell^3 + 4\ell$.
3. Soit $f(x) = -x^3 + 4x$ pour $x \geq 0$.
   (a) Étudier le sens de variation de f sur $[O; +\infty[$.
   (b) Comment choisir ℓ et h pour que la poutre résiste au mieux à la flexion ?
4. Quel est l'angle α correspondant à 0,1° près ?

Exercice 12. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x-1)(2-e^{-x})$.

1. (a) Déterminer $f'(x)$ puis calculer $f'(0)$.
   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f'(x) > 2$.
2. (a) Déterminer $f''(x)$ puis étudier les variations de f'.
   (b) En utilisant les résultats des questions précédentes, étudier le signe de $f'(x)$ pour tout x réel.
3. En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 13.

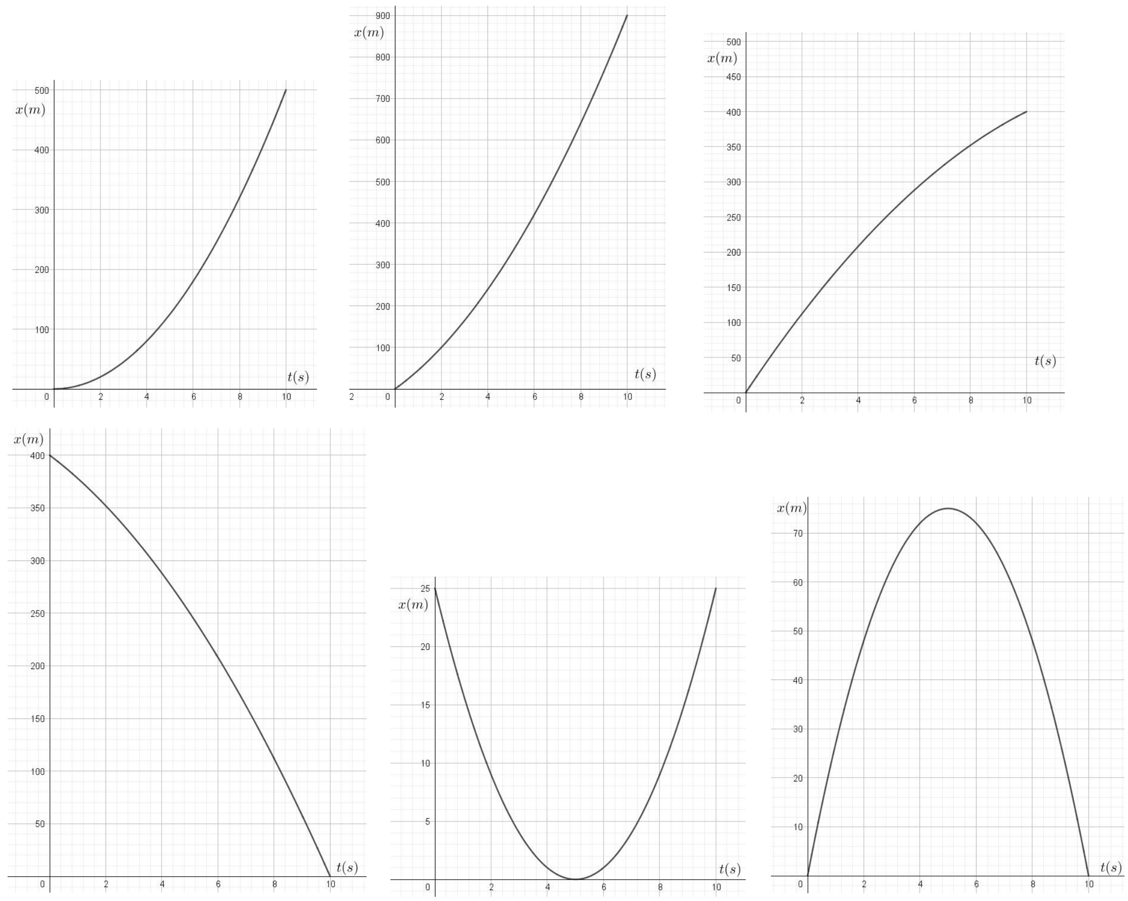


La courbe représente la distance $d(t)$ parcourue par un véhicule en fonction de la durée t écoulée depuis le début de son freinage à $t = 0$. Les distances sont en mètres, le temps en secondes, les vitesses en $m.s^{-1}$.

1. Estimer graphiquement la vitesse du véhicule :
   (a) à t = 5 s ;
   (b) juste au moment où il va commencer à freiner ;
   (c) au bout de 2 s ;
   (d) lorsqu'il arrive sur un obstacle situé à 84 m de l'endroit où il a commencé à freiner.
2. Reprendre la question 1 par le calcul, sachant que $d(t) = -4(t - 5)^2 + 100$ pour $t \in [0; 5]$.

Exercice 14. 1. Pour chacun des 6 graphiques x(t) ci-dessous, donner :

(a) La position initiale du mobile le long du référentiel.
(b) Le signe de la vitesse initiale du mobile.
(c) L'évolution de la vitesse initiale (qualitativement) en signe et valeur.
(d) Le signe de l'accélération



2. En réalité, les six graphiques que vous venez de caractériser correspondent aux équations suivantes. Est-ce cohérent avec ce que vous venez d'expliquer ?

(a) $x(t) = 5t^2$
(b) $x(t) = 40t + 5t^2$
(c) $x(t) = 60t - 2t^2$
(d) $x(t) = 400 - 20t - 2t^2$
(e) $x(t) = 25 - 10t + t^2$
(f) $x(t) = 30t - 3t^2$