Dans tout le chapitre, on munit le plan d'un repère orthonormé du plan $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Exercice 1. On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\x\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$. Que vaut x si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux ?

Exercice 2. $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ est un vecteur. Calculez $||\vec{u}||$.

Exercice 3. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs de coordonnées respectives $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\4\end{pmatrix}$.

Calculez $\vec{u}.\vec{v}$.

Exercice 4. $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur. Trouvez les coordonnées d'un vecteur $\vec{v}$ orthogonal à $\vec{u}$.

Exercice 5. La droite d a pour équation $y = 2x-1$. Trouvez les coordonnées d'un vecteur normal à d.

Exercice 6. $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont trois vecteurs, $\vec{u}.\vec{v} = -5$ et $\vec{v}.\vec{w} = 3$. Calculez $(2\vec{u}-\vec{v}).\vec{w}$.

Exercice 7. Les points A, B et C sont tels que $AB = 5$, $AC = 6$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -15$. Calculez une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$.

Exercice 8. On considère le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\a\end{pmatrix}$. Trouvez a pour que $\overrightarrow{AB}$ soit un vecteur normal à la droite d d'équation $x-2y+1 = 0$.

Exercice 9. Donner un vecteur normal et un vecteur directeur de la droite d'équation :

1. $2x-3y+4 = 0$;
2. $y = -7x+3$;
3. $x = -5$;
4. $y = 2$.

Exercice 10. Donner une équation cartésienne de la droite d passant par A et dont $\vec{n}$ est un vecteur normal.

1. $A(1;-2)$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$;
2. $A(3;4)$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$.

Exercice 11. Soit $A(0;2)$, $B(4;1)$ et $C(3;4)$.

1. Déterminer des équations de la hauteur issue de A et de la hauteur issue de B dans le triangle ABC.
2. (a) Déterminer le point d'intersection H de ces deux hauteurs.
   (b) Calculer $\overrightarrow{CH}.\overrightarrow{AB}$. Qu'en déduit-on ?

Exercice 12. les trois points $A(1,7)$, $B(8,3)$ et $C(\frac{9}{2},1)$ forment le triangle ABC. On considère les angles $\widehat{A} = (\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB})$, $\widehat{B} = (\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$ et $\widehat{C} = (\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA})$ du triangle ABC qui sont orientés positivement.

1. Déterminer les composantes et les normes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.
2. Calculer la valeur de $\widehat{A}$ en utilisant la définition du produit scalaire. En déduire la valeur de l'angle $\widehat{C}$.

3. A partir du produit scalaire, exprimer l'équation cartésienne du cercle $\mathcal{C}$ de diamètre AB.

Exercice 13. 1. A l'aide des formules d'addition, calculer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

2. A l'aide des formules de dupplication, calculer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

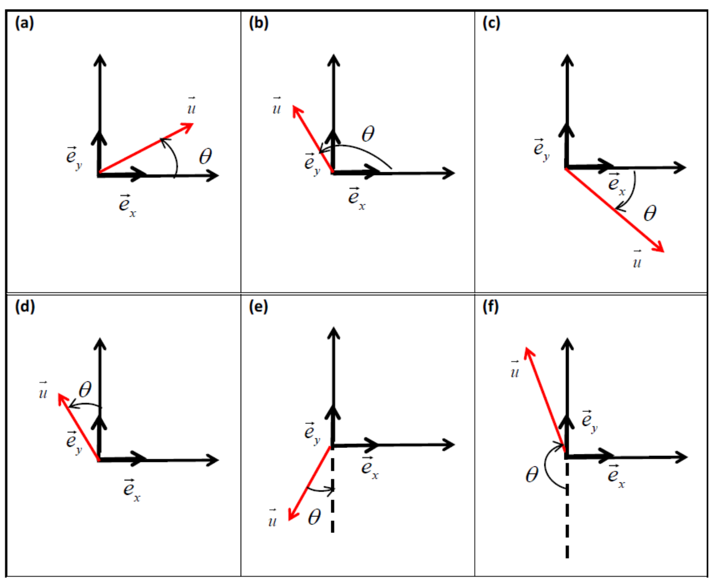
3. Remarque ?

Exercice 14. On sait que $\cos t = \frac{1}{3}$ et que $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

1. Calculer $\cos(2t)$.
2. Déterminer $\sin(t)$ puis $\sin(2t)$.

Exercice 15. Reproduire chaque configuration ($(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$ est une base orthonormale), puis pour chacune d'entre elle :

— Construire le projeté orthogonal de vecteur $\vec{u}$ sur le vecteur $\vec{e}_x$;
— Indiquer le signe de $\vec{u}.\vec{e}_x$;
— Construire le projeté orthogonal de vecteur $\vec{u}$ sur le vecteur $\vec{e}_y$;
— Indiquer le signe de $\vec{u}.\vec{e}_y$.



Exercice 16. Construire un repère orthonormé dans lequel vous placez les quatre points $A(3,4)$, $B(5,7)$, $C(3,3)$ et $D(4,1)$. Construire A' et B', projetés orthogonaux respectifs de A et B sur la droite (CD). Calculer la longueur $A'B'$.

Exercice 17. Le travail d'une force constante $\vec{F}$ lors d'un déplacement de son point d'application d'un point A à un point B est le produit scalaire $\overrightarrow{F}.\overrightarrow{AB}$. Un remorqueur tire un pétrolier sur une distance de 600 m avec une force constante de valeur F = 200 kN. La droite d'action de la force et la direction du déplacement rectiligne font un angle de 30°.

1. Calculer le travail fournit par la force exercée par le câble sur le pétrolier. Comment qualifie t-on le travail ?
2. Si l'angle était de 150°, quel serait la valeur du travail, comment le qualifierait-on ?

unites : force exprimée en newtons (N), distance en mètres (m), travail en joules (J).