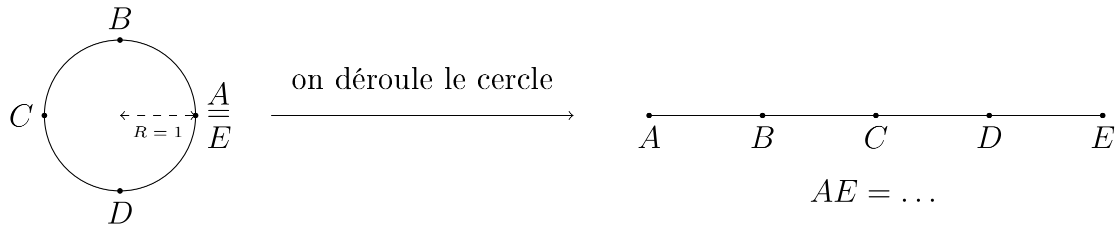
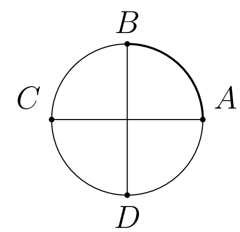
Exercice 1. Compléter l'énoncé suivant :
Le périmètre d'un cercle est la longueur du contour de ce cercle. Le périmètre d'un cercle de rayon R vaut : ...

Pour un cercle de rayon $R = 1$ cm, le périmètre est de ...cm

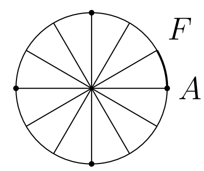


Exercice 2. Dans cet exercice, les cercles sont de rayon 1.

1. On a partagé le cercle ci-contre en quatre secteurs superposables.
   (a) Quelle est la longueur de l'arc AB ?
   (b) Quelle est la longueur de l'arc AC ?



2. On a partagé le demi-cercle supérieur ci-contre en six secteurs superposables.
   Quelle est la longueur de l'arc AF ?



Exercice 3. Choisir une unité. Tracer un cercle de rayon 1 puis représenter les longueurs d'arcs suivantes :

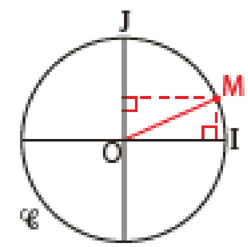
1. $\frac{\pi}{4}$
2. $\frac{5\pi}{4}$
3. $\frac{5\pi}{6}$
4. $\frac{2\pi}{3}$
5. $\frac{3\pi}{2}$

Exercice 4. Donner les valeurs exactes de :

1. $\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)$;
2. $\cos(3\pi)$;
3. $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$;
4. $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$;
5. $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$;
6. $\cos\left(7.\frac{\pi}{6}\right)$;
7. $\sin\left(\frac{11\pi}{2}\right)$;
8. $\cos\left(\frac{13\pi}{3}\right)$.

Exercice 5.

1. (a) Reproduire le cercle trigonométrique $\mathcal{C}$ ci-contre et placer un point M sur $\mathcal{C}$. Une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM})$ est x. On dit alors que le point M est associé au réel x.
   (b) Construire sur $\mathcal{C}$ les points M_1, M_2 et M_3 associés aux nombres réels $-x$, $\pi - x$ et $\pi + x$.
   (c) Exprimer alors par lecture sur le cercle, le cosinus et le sinus des nombres réels $-x$, $\pi - x$ et $\pi + x$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$.
2. Donner la valeur exacte du cosinus et du sinus de chacun des nombres réels $-\frac{\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{4\pi}{3}$.



Exercice 6. Pour chaque affirmation, plusieurs réponses peuvent être exactes. Identifiez-les en justifiant vos réponses.

1. $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$ est égal à :
   (a) $\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ (b) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ (c) $\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right)$ (d) $\cos\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$
2. $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$ est strictement inférieur à :
   (a) $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ (b) $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ (c) $\sin\left(\frac{11\pi}{5}\right)$ (d) $\sin\left(-\frac{12\pi}{5}\right)$
3. Si x appartient à $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}\right[$, alors :
   (a) $\sin x > 0$; (b) $\cos x \geq -\frac{1}{2}$; (c) $\sin x \geq \cos x$; (d) $\cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Exercice 7. Soit $t \in \left]\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ tel que $\sin t = \frac{1}{3}$.

1. Calculer $\cos t$.
2. Déterminer les cosinus et sinus de :
   (a) $t + 2\pi$;
   (b) $-t$;
   (c) $t + \pi$;
   (d) $\pi - t$;
   (e) $t + \frac{\pi}{2}$;

Exercice 8. Résoudre les équations suivantes :

1. $\cos x = \dfrac{1}{2}$
2. $2\sin x = -\sqrt{2}$
3. $2\cos x = \sqrt{3}$
4. $\tan x = 1$

Exercice 9. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2\cos^2(x) - 3\cos(x) - 2 = 0$.

Exercice 10. Résoudre dans $[0, 2\pi]$ les inéquations :

1. $\sin x \geq \frac{1}{2}$;
2. $\cos x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

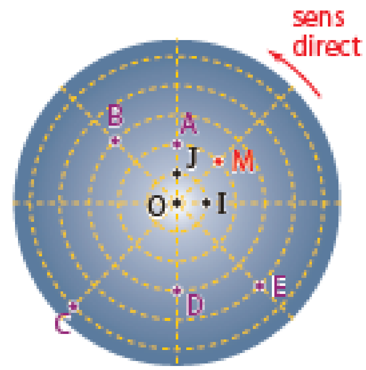
Exercice 11.
1. La proposition suivante est-elle vraie ou fausse ? "Si $x \in \left[-\dfrac{\pi}{3}; \dfrac{\pi}{3}\right]$, alors $2\cos x - 1 \geq 0$."
2. Énoncez la réciproque de cette proposition. Cette réciproque est-elle vraie ? Justifiez.

Exercice 12.

L'écran du radar ci-contre est partagé en huit secteurs superposables. Les cercles ont pour centre O et pour rayons 1 ; 2 ; 3 ; 4 et 5. Le point M est repéré par :

$$OM = 2 \text{ et } \left(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OM}\right) = \frac{\pi}{4}.$$

On pourra noter $M(2, \dfrac{\pi}{4})$.



1. Indiquer de la même façon le repérage des points A, B, C, D et E.
2. Un point F est repéré par :

$$OF = 4 \text{ et } \left(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OF}\right) = -\frac{2\pi}{3}.$$

Dessiner l'écran du radar et placer le point F.

Exercice 13. On sait que $(\vec{u}; \vec{v}) = \dfrac{\pi}{6}$.
Donner une mesure en radians de chacun des angles orientés :

1. $(\vec{v}; \vec{u})$;
2. $(-\vec{u}; -\vec{v})$;
3. $(\vec{u}; -\vec{v})$.

Exercice 14. A et B sont deux points distincts du plan.

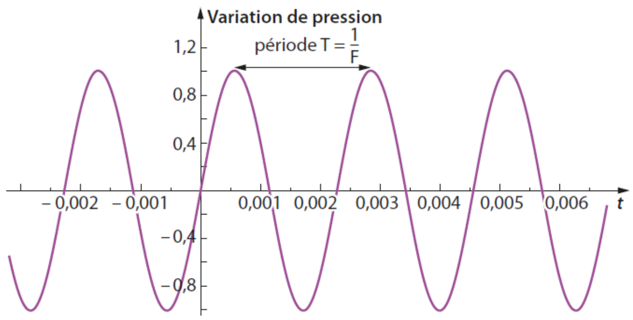
1. Représenter l'ensemble des points M tels que :
   (a) $(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = 0$;
   (b) $(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = \pi$.
2. Représenter l'ensemble des points N tels que :
   (a) $(\overrightarrow{NA}; \overrightarrow{NB}) = \dfrac{\pi}{2}$;
   (b) $(\overrightarrow{NA}; \overrightarrow{NB}) = -\dfrac{\pi}{2}$.

Exercice 15. Un son "pur" (ou "simple") est une onde sinusoïdale. Un son est perçu en raison des variations de la pression atmosphérique que provoque l'onde en se propageant dans l'air. Un son pur est caractérisé par :

— sa fréquence (nombre de pulsations par seconde), qui détermine sa tonalité ;

— son amplitude (différence de pressions extrêmes), qui détermine son intensité, son volume.

On admet qu'un son pur de fréquence F (en hertz) et d'amplitude P (en pascal) peut être représenté par la fonction $t \mapsto P \times \sin(2\pi F \times t)$ où t désigne la variable temps (en seconde).
Exemple : Le La_3 est un son pur de fréquence 440 Hz. Pour une amplitude donnée de 1, cette note peut être associée à la fonction $La_3(t) = sin(880\pi t)$.

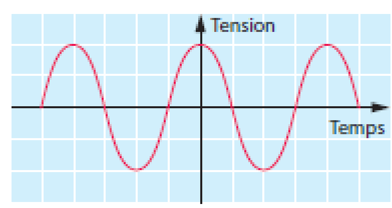


1. Déterminez la période de la fonction $t \mapsto P \times \sin(2\pi F \times t)$.
2. La gamme tempérée est la gamme musicale principalement utilisée dans la musique occidentale depuis la fin du dix-septième siècle. Elle repose sur la division de l'octave en douze intervalles égaux, appelés demi-tons : un demi-ton entre le Do et le $Do\sharp$, un demi-ton entre le $Do\sharp$ et le Ré, etc. Le rapport des fréquences de deux notés séparées par une octave est 2. Par exemple, le La_3 (La de la 3^e octave), qui est la note de référence (tonalité du téléphone), a une fréquence de 440 Hz. Le La_4 (une octave plus haut) a une fréquence de 880 Hz.
   (a) Dans la gamme tempérée, le rapport entre les fréquences de deux notes séparées par un demi-ton est constant. Que vaut ce rapport ?
   (b) Quel est le rapport des fréquences entre le Do_3 et le La_3 ?
   (c) Déterminez la fréquence du Do_3 à 10^{-2} Hz près.

Exercice 16.

On réalise un montage électrique permettant d'entretenir des oscillations sinusoïdales et on obtient sur un oscilloscope cathodique la courbe ci-contre pour la tension

$$u(t) = U_m \cos \omega t.$$



1. Sachant qu'une division horizontale correspond à 0,5 ms, déterminer graphiquement la période de la fonction u. En déduire la valeur de la constante ω, exprimée en ms^{-1}.
2. Sachant qu'une division verticale correspond à 5 V, déterminer graphiquement la tension à l'instant $t = 0$. Déduire alors du calcul de $u(0)$ la valeur de la constante U_m, exprimée en volts.
3. Déduire des questions précédentes l'expression de $u(t)$, en volts, en fonction de t, en millisecondes.