Exercice 1. Déterminer une primitive de la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \frac{1}{x^2}$

Exercice 2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x + 5$. Déterminer la primitive de f qui s'annule en 1.

Exercice 3. Calculer l'intégrale suivante : $\int_2^5 \frac{1}{3}x^2 + 2x + 5dx$.

Exercice 4. Calculer l'intégrale suivante : $\int_1^2 \frac{1}{x^2}dx$.

Exercice 5. Calculer la limite suivante : $\lim\limits_{n\to+\infty} \int_1^n \frac{1}{x^3}dx$.

Exercice 6. Calculer l'intégrale suivante : $\int_0^1 x\mathrm{e}^{x^2}dx$.

Exercice 7. Calculer l'intégrale suivante : $\int_0^{2\pi} \sin(x)dx$.

Exercice 8. Calculer l'intégrale suivante : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x)dx$.

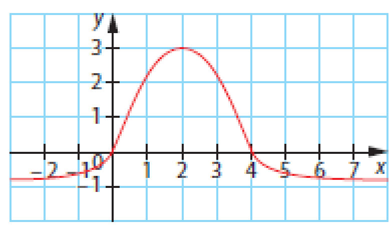
Exercice 9. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \cos(\pi x)$. Calculer la valeur moyenne de f sur $[-1; 1]$.

Exercice 10.

1. $\int_0^2 3x + 2\,dx = ?$
2. $\int_0^1 x\mathrm{e}^{x^2}\,dx = ?$
3. $\int_0^{\ln 3} \frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x+2}\,dx = ?$
4. $\int_0^2 x^2 - 1\,dx = ?$
5. $\int_1^3 x^2 - 4x + 3\,dx = ?$
6. $\int_{\frac{\pi}{2}}^x \cos(t)\,dt = ?$

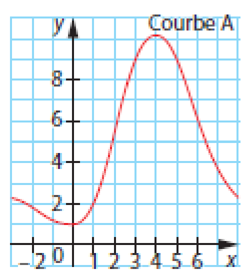
Exercice 11.

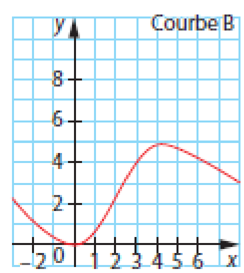
On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f définie et continue sur l'intervalle $I = [-3; 8]$.
On définit la fonction F sur I par $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$.



1. (a) Que vaut $F(0)$?
   (b) Donner le signe de $F(x)$ pour $x \in [0; 4]$, $x \in [-3; 0]$ (justifier les réponses).
   (c) Reproduire le graphique et y faire figurer les éléments permettant de justifier que $4 \leqslant F(4) \leqslant 12$.
2. (a) Que représente f pour F ? Déterminer le sens de variation de F sur I. Justifier la réponse à partir d'une lecture graphique des propriétés de f.
   (b)

On dispose de deux représentations graphiques sur I. L'une de ces courbes peut-elle représenter la fonction F ? Justifier la réponse.





Exercice 12.

1. Calculer pour tout réel x, $I(x) = \displaystyle\int_1^x (2-t)\mathrm{d}t$.
2. Montrer que, pour tout réel $t > 0$: $2 - t \leq \dfrac{1}{t}$.
3. En déduire que, pour tout $x \geq 1$, $-\dfrac{1}{2}x^2 + 2x - \dfrac{3}{2} \leq \ln(x)$.

Exercice 13. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -\dfrac{1}{2}x^2 + 2x - \dfrac{3}{2}$.

Dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, tracer les courbes représentatives des fonctions h et logarithme népérien sur l'intervalle $[1; 4]$ ainsi que la droite d d'équation $\mathrm{x} = 4$.

1. Démontrer que $\displaystyle\int_1^4 h(x)\mathrm{d}x = 0$.

   Illustrer ce résultat graphiquement.
2. On note $\mathcal{D}$ le domaine du plan délimité par la droite d et les courbes représentatives des fonctions h et logarithme népérien sur l'intervalle $[1; 4]$.
   (a) Soit $g(x) = x \ln x$ pour tout $x > 0$. Calculer $g'(x)$ et en déduire une primitive de la fonction ln sur $]0; +\infty[$.
   (b) Calculer l'aire de $\mathcal{D}$ en unités d'aire.

Exercice 14. Un point mobile M est animé d'un mouvement rectiligne non uniforme pendant un intervalle de temps de 12 secondes. Sa vitesse instantanée (en $m.s^{-1}$) à l'instant t est donnée par $v(t) = 2(t+1)e^{-\frac{t}{5}}$.

1. Étudier la fonction $v(t)$ lorsque $t \in [0, 12]$.
2. Exprimer par une intégrale la distance (en m) parcourue par le point M entre les instants t_1 et t_2 tels que $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq 12$. En déduire la distance totale parcourue entre $t = 0$ et $t = 12$. *On cherchera une primitive de v sous la forme $V(t) = (at + b)e^{-\frac{t}{5}}$, $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$.*
3. Calculer la vitesse moyenne de M entre $t = 0$ et $t = 12$.