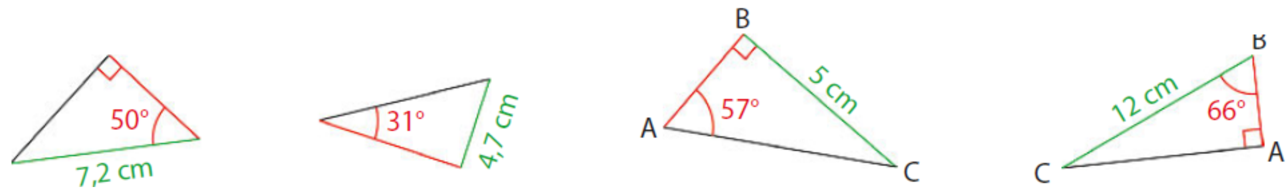
Trigonométrie dans un triangle rectangle : calculs de longueurs, projections.

1 Calculs de longueurs

Exercice 1.
Une échelle de 3,20 m de long est appuyée contre un mur vertical.
Par mesure de sécurité, l'angle que fait l'échelle avec le sol doit être de 75°.
A quelle distance du mur doit-on poser le pied de l'échelle ?

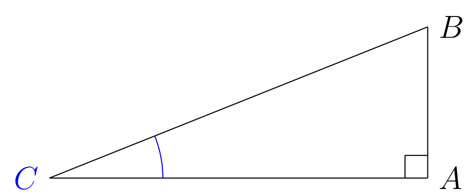
Exercice 2.
Calculer les longueurs des côtés des triangles rectangles :



Exercice 3.
Un funiculaire permet de monter au sommet de la butte Montmartre à Paris. D'une longueur de 108 m, la voie a un angle d'élévation de 19,5° par rapport à l'horizontale. Déterminer une valeur approchée au mètre près de la différence d'altitude entre la gare d'arrivée et la gare de départ.

Exercice 4. La **pente topographique** est la tangente de l'inclinaison entre deux points d'un terrain. Elle s'exprime en pourcentage.

$$\tan \widehat{C} = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{AB}{AC}$$



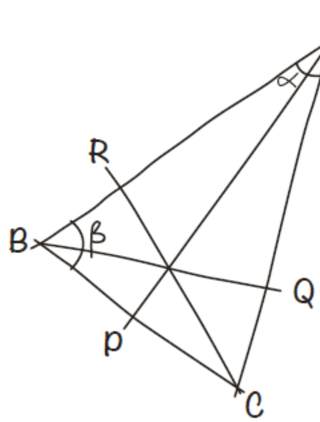
Ainsi, pour un angle de 45°, la pente est de ...

Pour un angle de 30°, la pente est de ...

Une pente de 27% correspond à un angle de ...

Exercice 5.
Un arbre est au bord d'une rivière. De la berge opposée, on mesure un angle de 46° avec le sommet de l'arbre. En reculant de 16 m, on mesure un angle de 28° (tracer une figure). Quelle est la largeur de la rivière ?

Exercice 6.
ABC est un triangle isocèle.
AP, BQ, CR sont les trois hauteurs.

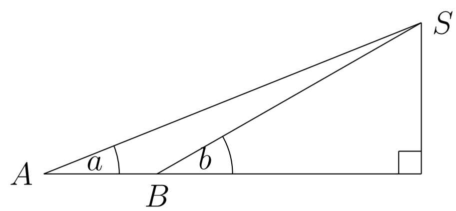


Compléter le tableau :

	α	β	BC	AB=AC	AP	BQ=RC
a)			9,3			7,8
b)	65°			35		
c)			47		51	
d)		29°		17,5		

Exercice 7. Un voilier se dirige en ligne droite vers un phare de hauteur h. Il repère en A et en B les angles d'élévation a et b du sommet S du phare.

1. Exprimer la distance entre les points A et B en fonction de h, $\tan a$ et $\tan b$.
2. *Application numérique :* $h = 50m$, $a = 3,8°$, $b = 5,7°$. Le voilier met 1 minute 30 pour aller de A à B. Calculer sa vitesse.

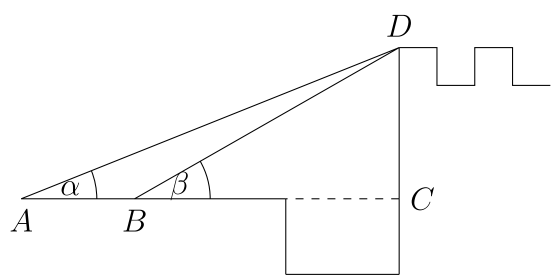


Exercice 8. On souhaite déterminer la hauteur d'un château dont les douves ont rendu la base (le point C) inaccessible. A l'aide d'un théodolite, on mesure les deux angles verticaux α et β ainsi que la longueur $AB = L$.

1. Calculer la hauteur $h = CD$ du bâtiment en fonction des valeurs mesurées α, β et L.
2. On a mesuré les valeurs suivantes :

   $\alpha = 51.25°, \beta = 72.35°$ et $AB = 10\ m$

   En déduire la hauteur du bâtiment à $10^{-1}\ m$ près.



Exercice 9. dans un triangle ABC, on note $BC = a$, $AC = b$ et $AB = c$.

1. Démontrer la Formule des sinus :

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}}$$

2. (a) Représenter un triangle ABC donné par

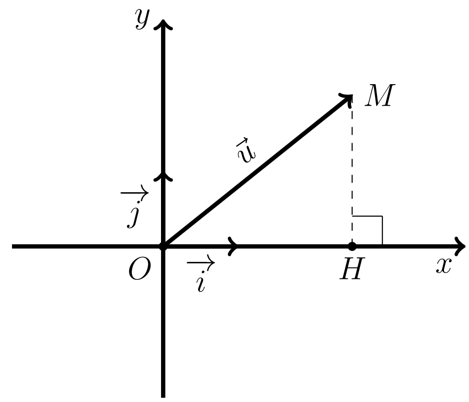
$$b = 6\sqrt{2}\text{cm},\ \widehat{\mathrm{A}} = 30° \left(= \frac{\pi}{6}\text{rad}\right) \text{ et } \widehat{\mathrm{C}} = 45° \left(= \frac{\pi}{4}\text{rad}\right).$$

   (b) Calculer les valeurs exactes de a et c.

2 Coordonnées/Projections

Exercice 10.
Dans la figure ci-dessous :
$(O;\vec{i},\vec{j})$ est un repère orthonormé, $||\vec{u}|| = OM = 3$ et $\widehat{HOM} = 40°$.

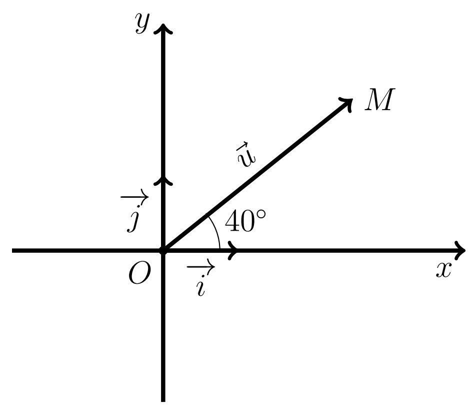
1. (a) Construire le projeté orthogonal $\overrightarrow{OH}$ du vecteur $\vec{u}$ sur l'axe (Ox).
   (b) Quelle est la norme de $\overrightarrow{OH}$?
   (c) Exprimer $\overrightarrow{OH}$ en fonction de $\vec{i}$.
2. (a) Construire le projeté orthogonal $\overrightarrow{OK}$ du vecteur $\vec{u}$ sur l'axe (Oy).
   (b) Quelle est la norme de $\overrightarrow{OK}$?
   (c) Exprimer $\overrightarrow{OK}$ en fonction de $\vec{j}$.
3. (a) Exprimer $\overrightarrow{OM}$ en fonction de $\overrightarrow{OH}$ et $\overrightarrow{OK}$.
   (b) Exprimer $\vec{u}$ dans la base $(\vec{i},\vec{j})$.



Exercice 11.

Dans la figure ci-dessous :
$(O;\vec{i},\vec{j})$ est un repère orthonormé, $||\vec{u}|| = OM = 3$.

1. Projeter le vecteur $\overrightarrow{OM}$ orthogonalement sur les axes (Ox) et (Oy).
2. Exprimer $\vec{u}$ dans la base $(\vec{i},\vec{j})$.



Exercice 12.

Dans les figures présentées :
$(O;\vec{i},\vec{j})$ est un repère orthonormé, $||\vec{u}|| = OM = 3$.
Dans chacune des configurations, exprimer $\vec{u}$ dans la base $(\vec{i},\vec{j})$.

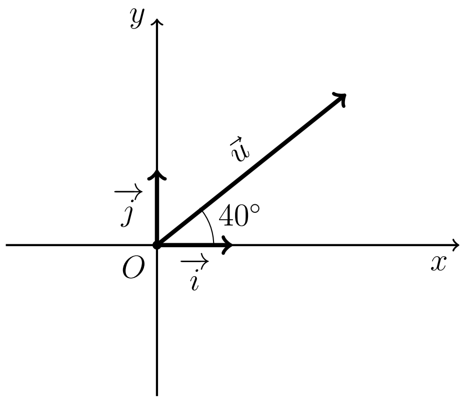


figure 1

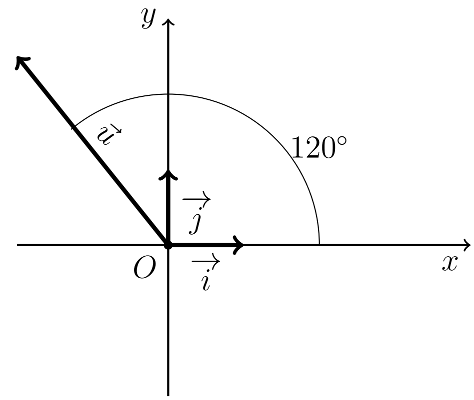


figure 2

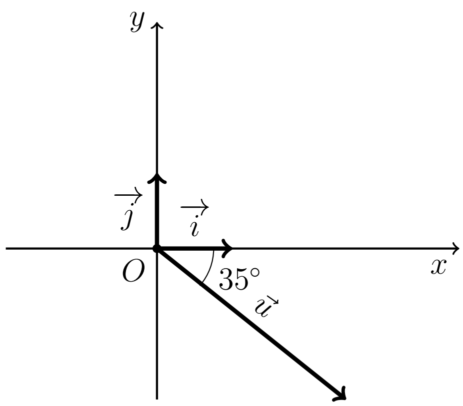


figure 3

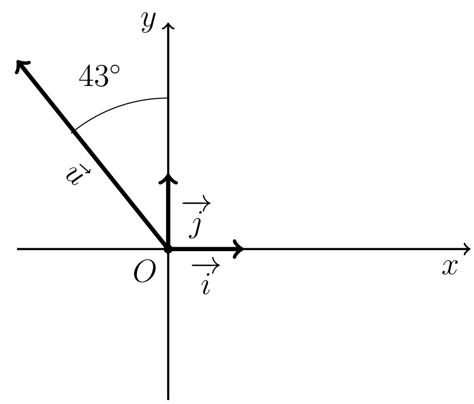


figure 4

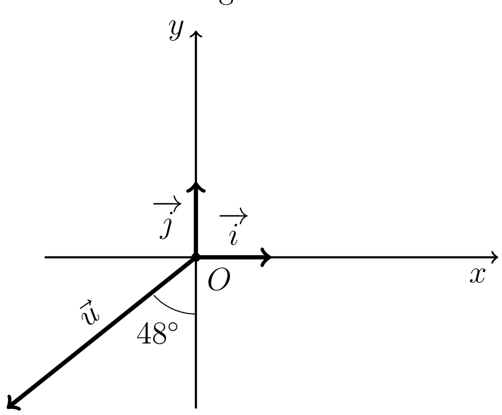


figure 5

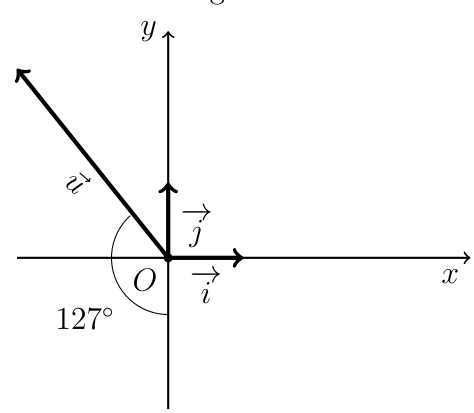


figure 6