Licence Sciences fondamentales et Applications 1ère année - 2019/20

Remise à niveau en Analyse

Contrôle 1

Exercice 1. Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \frac{4}{3}\left(\frac{2}{5} - \frac{3}{2}\right) \quad ; \quad B = \left(\frac{3}{2} + 1\right)\left(2 - \frac{3}{5} \times \frac{3}{11}\right).$$

Exercice 2. Ecrire l'expression suivante sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a, b des entiers, b le plus petit possible :

$$\sqrt{20} - 3\sqrt{45} + 6\sqrt{125}.$$

Exercice 3. Ecrire l'expression suivante sous la forme $a + b\sqrt{c}$, avec a, b, c des entiers, c le plus petit possible :

$$\frac{2 - 3\sqrt{10}}{3 + \sqrt{10}}.$$

Exercice 4. Résoudre les équations suivantes

(a) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3} = 5x - \frac{1}{4}$.

(b) $\frac{x}{x+1} = \frac{2x+1}{x}$.

Exercice 5. Résoudre les inégalités suivantes

(a) $\frac{(2x+1)(x-2)}{(x+1)(x-1)} < 0$.

(b) $\frac{x^2+1}{x-1} \geq 1$.

Exercice 6. Expliquer comment obtenir la courbe d'équation $y = -x^2 + 2$ à partir de la courbe d'équation $y = x^2$. Tracer ces deux courbes.

Licence Sciences fondamentales et Applications 1ère année - 2019/20

Remise à niveau en Analyse

Contrôle 2

Exercice 1. Résoudre l'équation

$$\frac{2}{5}x - \frac{3}{8} = \frac{6}{7}x - \frac{1}{3}\cdot$$

Exercice 2. Résoudre l'inégalité suivante

$$\frac{x^2-4}{(x-1)(x+3)} > 0\cdot$$

Exercice 3. Calculer les dérivées des fonctions suivantes

(i) $f(x) = \sqrt{x^2+2x+1}$.

(ii) $g(x) = \sqrt{x}\sin(x)$.

(iii) $h(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2+2}$.

Exercice 4. Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 3x - 1$. On note par C_f la courbe représentative de f.

(i) Déterminer le domaine de définition de f.

(ii) Calculer $f'(x)$. Donner le sens de variation de f.

(iii) Représenter C_f.

(iv) Donner l'équation de la tangente en C_f au point d'abscisse $x = 2$.

(v) Déterminer les points de C_f en lesquels la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = 2x$.

(vi) Montrer qu'il n'existe pas de tangente à C_f parallèle à la droite d'équation $y = ax$ dès que $a < -3$.

(vii) Suivant la paramètre réel k, déterminer à partir de $\mathcal{C}_f$ le nombre de solutions de l'équation $f(x) = k$.

Exercice 5. Représenter graphiquement la fonction $x \mapsto 2|x| - 2|x-1| + 2|x+1|$.

Licence Sciences fondamentales et Applications 1ère année - 2019/20

Remise à niveau en Analyse

Contrôle 3

Exercice 1. Résoudre l'inégalité suivante

$$\frac{x^2-9}{(x-2)(x+1)} \leq 0.$$

Exercice 2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$\ln(x^2-9) = 2\ln 5 + 3\ln 2.$$

Exercice 3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation

$$1 + \ln x = \frac{6}{\ln x}.$$

Exercice 4. Calculer les dérivées des fonctions suivantes

(i) $f(x) = \ln(\sin x)$.

(ii) $g(x) = x\exp(x^2+1)$.

Exercice 5. Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x+2}{x+1}$.

(i) Déterminer le domaine de définition de f.

(ii) Calculer $f'(x)$.

(iii) Donner le tableau de variation de f.

(iv) Tracer la courbe C_f d'équation $y = f(x)$.

(v) Indiquer les asymptotes à C_f.

Licence Sciences fondamentales et Applications 1ère année - 2019/20

Remise à niveau en Analyse

Contrôle 4

Exercice 1. Déterminer une primitive pour chacune des fonctions suivantes :

(*i*) $f(x) = xe^{-x^2}$.

(*ii*) $g(x) = \dfrac{x^3}{x^4+1}$.

Exercice 2. Calculer l'intégrale suivante

$$\int_0^1 xe^{-x}dx.$$

Indication. Effectuer une intégration par parties.

Exercice 3. Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et la relation

$$u_{n+1} = -2u_n + 3.$$

On pose $v_n = u_n - 1$.

(i) Calculer u_1, u_2, u_3 et v_0, v_1, v_2, v_3.

(ii) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison -2.

(iii) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

(iv) Que vaut u_{100} ?

Exercice 4. Ecrire le nombre complexe $z = \dfrac{1+i}{2-i}$ sous la forme $a + ib$, avec a et b réels.

Exercice 5. Trouver les solutions complexes de l'équation $z^2 + z + 1 = 0$.
