

Contrôle 1

Exercice 1. Simplifier l'expression suivante :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{2} \right).$$

Exercice 2. Ecrire l'expression suivante sous la forme $a + b\sqrt{c}$, avec a, b, c des entiers, c le plus petit possible :

$$\frac{1 - \sqrt{37}}{6 + \sqrt{37}}.$$

Exercice 3. Résoudre les équations suivantes

(a) $x + \frac{1}{5} = \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}.$

(b) $\frac{x}{x-1} = \frac{x-2}{x}.$

(c) $\frac{2x}{x-1} = \frac{x-2}{x}.$

Exercice 4. Résoudre l'inégalité : $\frac{x(x+2)}{x-1} \leq 0.$

Contrôle 2

Exercice 1. Résoudre l'équation

$$\sqrt{x+1}\sqrt{x-1} = 3.$$

Exercice 2. Résoudre l'inégalité suivante

$$\frac{x}{(x+2)(x-3)} > 0.$$

Exercice 3. Calculer les dérivées des fonctions suivantes

(i) $g(x) = \sqrt{x} \cos(x).$

(ii) $h(x) = \frac{x+1}{x^2-2}.$

Exercice 4. Tracer le graphe de la fonction $f(x) = |x+1| + |x+2| - |x|.$

Exercice 5. Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 3x + 2.$ On note par C_f la courbe représentative de $f.$

(i) Calculer $f'(x).$

(ii) Donner l'équation de la tangente en C_f au point d'abscisse $x = 2.$

(iii) Déterminer les points de C_f en lesquels la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = x.$

(iv) Montrer qu'il n'existe pas de tangente à C_f parallèle à la droite d'équation $y = ax$ dès que $a < -3.$

Contrôle 3

Exercice 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $e^x + 1 - e^{-x} = 0$.

Exercice 2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\ln(x^2) + (\ln(x))^2 - 2 = 0$.

Exercice 3. Soit la suite (u_n) définie par
$$\begin{cases} u_0 &= 0 \\ u_{n+1} &= 2u_n - 1 \end{cases}$$

- 1) Calculer u_1 et u_2 .
- 2) Soit la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 1$. Calculer v_0 , v_1 et v_2 .
- 3) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 2.
- 4) Exprimer u_n en fonction de n .

Exercice 4. Ecrire sous la forme " $a + ib$ " les nombres complexes suivants :

(i) $(1 + i)^2 + i^5(1 - i)$.

(ii) $\frac{3 - i}{2 - i}$.

Exercice 5. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $(i + z)(2 + i) = (z + i)(3 - i)$.

Exercice 6. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + z + 3 = 0$.

Contrôle 4

Exercice 1. Soit $z = \frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}$.

- (i) Ecrire z sous la forme “ $a + ib$ ”.
- (ii) Ecrire z sous forme trigonométrique.
- (iii) En déduire la valeur de $\cos(7\pi/12)$ et de $\sin(7\pi/12)$.

Exercice 2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + z + i = 0$.

Exercice 3. Soit la fonction $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x-2)}$.

- (i) Montrer qu'il existe deux nombres réels a et b tels que $f(x) = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-2}$.
- (ii) En déduire une primitive de f sur $]2, +\infty[$.

Exercice 4. Calculer les intégrales suivantes

- (i) $\int_0^1 \frac{e^x + 2e^{2x}}{e^x + e^{2x}} dx.$
 - (ii) $\int_0^1 (xe^{-x}) dx.$
 - (iii) $\int_0^1 (x^2 e^{-x}) dx.$
-