Licence Sciences fondamentales et Applications 1ère année - 2022/23

Remise à niveau en Analyse

Contrôle 1

Exercice 1. Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right) \quad ; \quad B = \left(\frac{1}{2} - 1\right)\left(1 + \frac{1}{5} \times \frac{2}{3}\right) \cdot$$

Exercice 2. Ecrire l'expression suivante sous la forme $a + b\sqrt{c}$, avec a, b, c des entiers, c le plus petit possible :

$$\frac{2 - \sqrt{26}}{5 + \sqrt{26}}.$$

Exercice 3. Résoudre les équations suivantes

(a) $x - \dfrac{1}{5} = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{3} \cdot$

(b) $\dfrac{2x}{x+1} = \dfrac{x+2}{x} \cdot$

Exercice 4. Résoudre l'inégalité : $\dfrac{(x+2)}{(x+1)(x-3)} > 0 \cdot$

Contrôle 2

Exercice 1. Résoudre l'équation
$$\sqrt{x+1}\sqrt{x-1} = 1.$$

Exercice 2. Résoudre l'inégalité suivante
$$\frac{x}{(x-2)(x+3)} > 0.$$

Exercice 3. Calculer les dérivées des fonctions suivantes

(i) $g(x) = \sqrt{x}\ln(x)$.

(ii) $h(x) = \dfrac{x-1}{x^2+2}$.

Exercice 4. Tracer le graphe de la fonction $f(x) = |x+1| + |x+2|$.

Exercice 5. Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 + 3x + 1$. On note par C_f la courbe représentative de f.

(i) Calculer $f'(x)$.

(ii) Donner l'équation de la tangente en C_f au point d'abscisse $x = 2$.

(iii) Déterminer les points de C_f en lesquels la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -3x$.

(iv) Montrer qu'il n'existe pas de tangente à C_f parallèle à la droite d'équation $y = ax$ dès que $a < 3$.

Licence Sciences fondamentales et Applications 1ère année - 2022/23

Remise à niveau en Analyse

Contrôle 3

Exercice 1. Résoudre l'équation

$$\ln(x+1) = \ln(2x-1) - 1.$$

Exercice 2. Résoudre l'équation

$$\ln(x^2) - 3\ln x + 2 = 0.$$

Exercice 3. Résoudre l'équation

$$e^{2x} - 3 + e^{-2x} = 0.$$

Exercice 4. Calculer les dérivées des fonctions suivantes

(i) $f(x) = e^x \ln(x)$.

(ii) $g(x) = \dfrac{\cos(x)}{\sin(x)}$.

(iii) $h(x) = \ln(\cos(x))$.

(iv) $k(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^{2x} + 1}$.

Licence Sciences fondamentales et Applications 1ère année - 2022/23

Remise à niveau en Analyse

Contrôle 4

Exercice 1. Ecrire sous la forme "$a + ib$" les nombres complexes suivants :

(i) $(1-i)^2 + i^5(1+i)$.

(ii) $\dfrac{2-3i}{2+i}$.

Exercice 2. Soit le nombre complexe $z = a + ib$, avec $a, b \in \mathbb{R}$. Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire du complexe $Z_1 = (iz+1)(z-2i)$.

Exercice 3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $(i-z)(2+i) = (z+i)(3+i)$.

Exercice 4. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + z + 2 = 0$.

Exercice 5.

1) Soit $z_0 = \sqrt{\dfrac{\sqrt{17}+1}{2}} + i\sqrt{\dfrac{\sqrt{17}-1}{2}}$. Ecrire z_0^2 sous la forme "$a + ib$".

2) En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $z^2 + z + i = 0$.
